Variable Compleja

Lección 1: Funciones holomorfas.

Derivación compleja. Cálculo algebraico de derivadas, regla de la cadena y derivada de la función inversa. Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Consecuencias.

Lección 2: Series de potencias.

Series de potencias. Radio de convergencia. La fórmula de Cauchy-Hadamard. Derivación de series de potencias. Producto de series de potencias. Criterio de Dirichlet. Funciones analíticas. Principio de prolongación analítica.

Lección 3: Funciones elementales.

La función exponencial y las funciones trigonométricas. Definición de argumento y rama del argumento. Propiedades. Definición de logaritmo y rama del logaritmo. Condición suficiente para la existencia de ramas del logaritmo.

Lección 4: Integración sobre caminos.

Integración a lo largo de un camino. El Teorema fundamental del Cálculo. Funciones definidas por integración sobre caminos. Indice de un camino cerrado respecto a un punto.

Lección 5: El Teorema de Cauchy-Goursat y sus consecuencias.

El Teorema de Cauchy-Goursat. Teorema de la singularidad evitable. La fórmula integral de Cauchy. Analiticidad de las funciones holomorfas. Teorema de Morera. Desigualdades de Cauchy. Teorema de Weierstrass. Teorema de Liouville. Teorema fundamental del álgebra. El principio del módulo máximo. Lema de Schwarz.

Lección 6: El Teorema de Cauchy.

Primitivas y logaritmos holomorfos. Ciclos. Teorema de Cauchy (versión homológica). Fórmula integral de Cauchy. Abiertos simplemente conexos: caracterización. Homotopía e índice.

Lección 7: Singularidades.

Series de Laurent. La fórmula integral de Cauchy para anillos. Teorema de Laurent. Clasificación de las singularidades aisladas. Caracterización de las singularidades evitables y de los polos. Singularidades esenciales. Teorema de Casorati-Weierstrass.

Lección 8: El Teorema de los residuos y sus aplicaciones.

Residuos: su cálculo en polos. Teorema de los residuos. Principio del argumento y Teorema de Rouché. Teorema de la aplicación abierta y de la aplicación inversa. Aplicación del Teorema de los residuos al cálculo de integrales reales y suma de series.

Lección 9: Funciones armónicas.

Funciones armónicas. Existencia de la armónica conjugada en abiertos simplemente conexos. Teorema del valor medio. Principio del máximo. Solución del problema de Dirichlet en el disco. La fórmula integral de Poisson. El Teorema de la convergencia de Harnack.

Lección 10: La transformada de Laplace.

La transformada de Laplace. Teoremas de convergencia y unicidad. La formula de inversión compleja. Aplicación de la transformada de Laplace a las ecuaciones diferenciales ordinarias.

BIBLIOGRAFIA

(1) ASH, R.B. Complex variables. Academic Press. 1971

(2) APOSTOL, T.M. Análisis Matemático. Revert. 1976

(3) BURCKEL, R.B. An introduction to Classical Complex Analysis. Academic Press. 1979

(4) CONWAY, J.B. Functions of One Complex Variable. Springer. 1978.

(5) JAMESON, G.J.O. Primer Curso de Funciones Complejas. Compañía Editorial Continental. S.A. 1970.

(6) KNOPP, K. Theory of Functions. Dover. 1947.

(7) KOLMOGOROV, A.N., FOMIN, S.V. Elementos de Teoría de Funciones y del Análisis Funcional. Mir. 1975.

(8) KRZYZ, J.G. Problems in Complex Variable Theory. American Elsevier Pub. Co., 1971.

(9) MARSDEN, J.E., HOFMAN, M.J. Basic Complex Analysis W.H.Freeman and Co. 1970.

(10) MARKUSEVICH, A. Teoría de las Funciones Analíticas. (2 vols.), Ed. Mir. 1970.

(11) PALKA, R.P. Introduction to Complex Function Theory. Springer. 1991.

(12) RAO, M., STETKAER, H. Complex Analysis. An invitation. World Scientific, 1991.

(13) RUDIN, W. Real and Complex Analysis. Mc Graw Hill 1977.

(14) SAKS, S., SIGMUND, A. Functions Analytiques. Masson et Cie., 1970.

(15) SANSONE, G., GERRETSEN, J. Lectures in the Theory of Functions of a Complex Variable. (2 vols.) P. Noordhoff, 1969.