Examen de Estadística I. 05-09-2001.

1. X, indicador de estrategia de innovación en la Comunidad Valenciana.
Y, indicador de estrategia de innovación en Cataluña.
$\mu_x = 2.99,\ \sigma_x = 0.26,\ \mu_y = 3.45,\ \sigma_y = 0.36.$

a) Utilizando los correspondientes coeficientes de variación,

$$g_o(X) = \frac{\sigma_x}{\mu_x} = \frac{0.26}{2.99} = 0.087 < 0.1043 = \frac{0.36}{3.45} = \frac{\sigma_y}{\mu_y} = g_o(Y)\,,$$

obtenemos que la Comunidad Valenciana presenta un indicador medio de estrategia de innovación más representativo.

b) $\frac{x_0-\mu_x}{\sigma_x} = \frac{2.5-2.99}{0.26} = -1.8846 < -1.25 = \frac{3-3.45}{0.36} = \frac{y_0-\mu_y}{\sigma_y}$, es decir, también en términos relativos presenta un mayor valor del indicador la empresa catalana.

2. Y_t, ingresos de la empresa en el período t en millones de pesetas.
$\vec{m} = \begin{pmatrix} 3 \\ 70 \end{pmatrix}$, $S = \begin{pmatrix} 4 & 36 \\ 36 & 100 \end{pmatrix}$, (origen, 1995).

a) $y_t^* = a + bt$
$b = \frac{s_{ty}}{s_t^2} = \frac{36}{4} = 9$, $a = \overline{y} - b\overline{t} = 70 - (9)(3) = 43$
$y_t^* = 43 + 9t$ (t, años; origen, 1995).

b) $y_2^* = 43 + (9)(2) = 61$, $y_5^* = 43 + (9)(5) = 88$
$\hat{y}_{1997} = \frac{y_2^*}{IPC_{97}^{95}/100} = \frac{61}{1.08} = 56.4815$
$\hat{y}_{2000} = \frac{y_5^*}{IPC_{00}^{95}/100} = \frac{88}{1.2} = 73.\hat{3}$
$\frac{73.\hat{3}-56.4815}{56.4815}100 = 29.8361\%$, lo que supone un incremento real relativo de casi un 30%.

c) $y_t^* = \frac{43}{4} + \frac{9}{4^2}t = 10.75 + 0.5625t$ (t, trimestres; origen, trimestre central 1995).

d) Del trimestre central de 1995 al tercero de 2002 hay $(7)(4) + 0.5 = 28.5$ trimestres.
$y_{28.5}^* = 10.75 + (0.5625)(28.5) = 26.7813$
$IVE(3T) = 4 - IVE(1T) - IVE(2T) - IVE(4T) = 4 - (0.5) - (1) - (0.7) = 1.8$
$\hat{y}_{3T02} = (y_{28.5}^*)\ IVE(3T) = (26.7813)(1.8) = 48.2063.$

3. $n = 10$, $p(\text{obtener rentabilidad positiva}) = 0.15$.

a) X, número de clientes en la cartera con rentabilidad positiva.
$X \sim Bi(n = 10, p = 0.15)$
$p(X = 5) = \binom{10}{5}(0.15)^5(1-0.15)^{10-5} = 0.0085.$

b) Y, número de clientes captados en un mes.
$Y \sim Po(8)$, $\mu_y = 8 \rightarrow \lambda = 8$
$p(Y = 5) = \exp(-8)\,\frac{8^5}{5!} = 0.0916.$

c) $Z = \sum_{i=1}^{12} Y_i$, número de clientes captados en un año.
Suponiendo que el número de clientes captados en un mes no tiene relación alguna con el número de clientes captados cualquier otro mes, es decir, independencia entre las variables Y_i, se tiene que $Z \sim Po((12)(8) = 96)$.
$p(Z = 60) = \exp(-96)\,\frac{96^{60}}{60!} = 2.1078 \times 10^{-5}.$

4. X, peso de un electrodoméstico en kilogramos.
Y, peso de un paquete en kilogramos.

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} \sim N\left(\begin{pmatrix} 45 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 100 & 10 \\ 10 & 4 \end{pmatrix}\right).$$

$W = 20X + 125Y + 1200$, peso total del camión en kilogramos.
$\mu_W = (20)(45) + (125)(4) + 1200 = 2600$
$\sigma_W^2 = (20)^2(100) + (125)^2(4) + (2)(20)(125)(10) = 152500$
$W \sim N(\mu_W = 2600, \sigma_W^2 = 152500)$
$p(W > 3200) = p(Z_W > \frac{3200-2600}{\sqrt{152500}}) = p(Z_W > 1.5364) = 0.0624.$