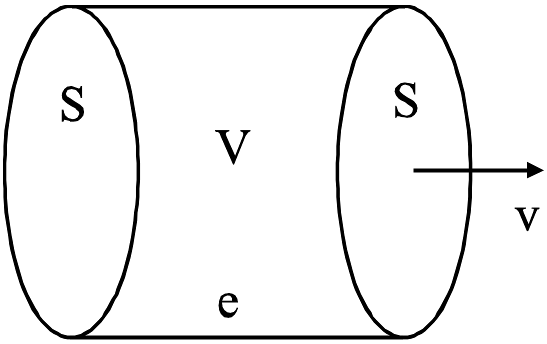
Fuerza de una masa de fluido en movimiento

Sea una masa ***m*** de fluido en movimiento que choca contra una superficie ***S***, perpendicular a la dirección del movimiento del fluido. Para obtener la fuerza que esta masa de fluido ejerce sobre la superficie, supondremos que la energia cinética de la masa de fluido se transforma en el trabajo para desplazar la superfice ***S.*** La energia de una masa en movimiento es

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \tag{1}$$

Supondremos ahora que la masa de fluido es incompresible, posee una densidad ***ρ***, y está comprendida en un cilindro de seccion ***S*** y altura ***e***. La fuerza que la masa de fluido ha ejercido sobre una superficie ***S,*** igual a la propia sección del cilindro, la ha desplazado desde un lado al otro del cilindro, es decir, la superficie ***S*** ha recorrido justamente la distancia ***e.*** Se puede afirmar que la energia cinética de la masa de fluido ha ejercido una fuerza ***F*** sobre ***S*** para que recorra la distancia ***e***



$$\frac{1}{2} m v^2 = Fe \tag{2}$$

Dado que m = ρV = ρ S e, tendremos

$$\frac{1}{2}\rho V v^2 = \frac{1}{2}\rho S e v^2 = Fe$$

de donde

$$F = \frac{1}{2}\rho S v^2 \tag{3}$$

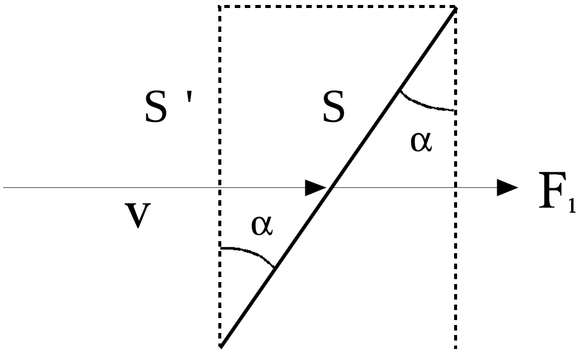
En la expresión (3) se supone que la masa de fluido que “choca” contra la superficie ***S*** se queda totalmente en reposo despues del choque, para transferirle toda su energia cinética.

Si se supone que esta superficie ***S*** es, por ejemplo, la de la vela de un barco, supuesta perpendicular a la velocidad del viento, entonces el barco adquiere un movimiento acelerado inicialmente que luego se convierte en uniforme al actuar las fuerzas de rozamiento.

Fuerza que ejerce una masa de fluido en movimiento sobre una superficie inclinada respecto a la dirección del movimiento.

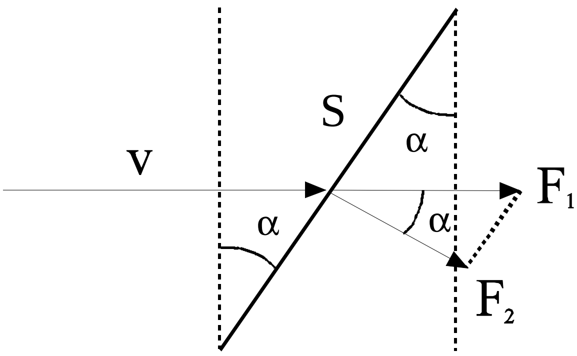
En el aparatado anterior se ha supuesto que la masa de fluido en movimiento, desplaza la superficie ***S*** en la misma dirección y sentido que la propia velocidad del fluido. En el presente apartado se supondrá que la superficie sobre la que se ejerce fuerza, está inclinada respecto a la dirección de la velocidad del fluido y que esta superficie se puede mover en una dirección inclinada respecto a la de la velocidad del fluido. Supondremos tres posiblers direcciones de movimiento de la superficie, y en cada caso se obtendrá la fuerza que empuja dicha superficie.

1.- La superficie se mueve en la misma dirección y sentido de la velocidad del fluido: la fuerza que en este caso ejerce el fluido en movimiento sobre la superficie ***S,*** se obtiene teniendo en cuenta que el fluido está ejerciendo fuerza sobre una superficie ***S'***, que es la proyección de ***S*** sobre la perpendicualr a la velocidad del fluido. De este modo podemos aplicar la expresión (3) a S'



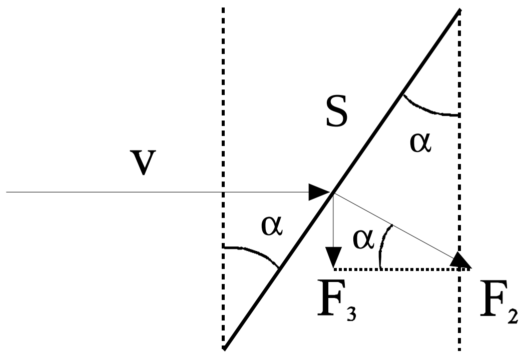
$$F_1 = \frac{1}{2}\rho S' v^2 = \frac{1}{2}\rho v^2 S\cos\alpha \qquad (4)$$

2.- La superficie se mueve en una dirección perpendicular a sí misma: la fuerza que se ejerce sobre la superficie será la proyección de la fuerza F_1 sobre la dirección perpendicular a la superficie S, que es la dirección de movimiento de S.



$$F_2 = F_1\cos\alpha = \frac{1}{2}\rho v^2 S\cos^2\alpha \qquad (5)$$

3.- La superficie se mueve en la dirección perpendicular a la velocidad del fluido: la fuerza que se ejerce sobre la superficie ***S***, será la proyección de ***F₂*** sobre la dirección perpendicular a la dirección de la velocidad del fluido

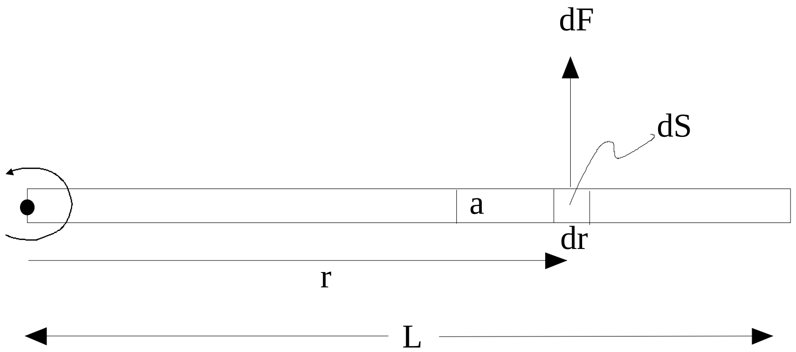


$$F_3 = F_2 \mathrm{sen}\, \alpha = \frac{1}{2}\rho v^2 S\, \mathrm{sen}\, \alpha \cos^2\alpha \qquad (6)$$

Acción del viento sobre la pala de un aerogenerador de eje horizontal.

Cuando el viento actúa sobre la pala de un aerogenerador, está ejerciendo una fuerza sobre dicha pala que la empuja en una dirección perpendicular a la velocidad del viento. Dicho acción se debe a que la pala del aerogenerador está inclinada respecto al viento, por lo cual podemos suponer que se cumple el tercer caso del anterior apartado. Por tanto la expresión (6) será la fuerza del viento sobre una pala de un aerogenerador de eje horizontal que la hace girar en un plano perpendicualr a la dirección del viento. Puesto que el movimiento de esta pala es de giro, la fuerza del viento está ejerciendo un momento, cuyo valor se obtendrá suponiendo que sobre cada superficie diferencial ***dS*** de la pala del aerogenerador, está actuando una fuerza diferencial ***dF*** dada por:

$$dF = \frac{1}{2}\rho v^2\ \mathrm{sen}\, \alpha \cos^2\alpha\, dS \qquad (7)$$



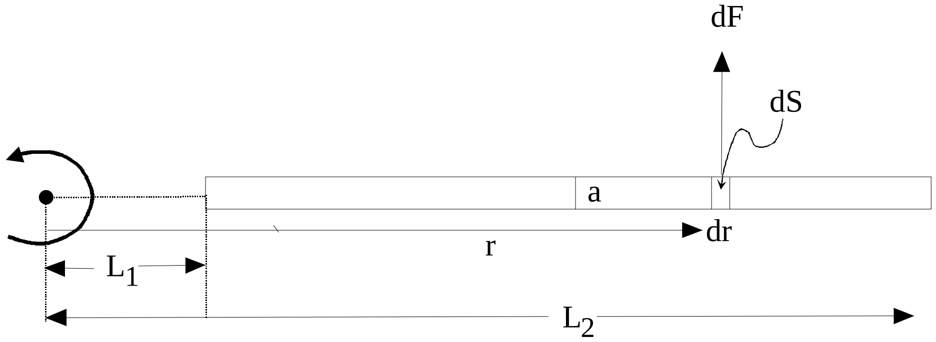
Llamando ***a*** a la anchura de la pala, se tiene que ***dS = adr***, y aplicando la definición de momento de una fuerza respecto a un eje de giro ***dM = rdF***

$$dM = \frac{1}{2}\rho v^2\ \mathrm{sen}\, \alpha \cos^2\alpha\ r\ a\ dr \qquad (8)$$

Integrando (8) a toda la longitud de la pala se obtiene finalmente:

$$M = \frac{1}{2}\rho v^2 \text{ sen}\,\alpha \cos^2\alpha \;\; a\,\frac{L^2}{2} \qquad (9)$$

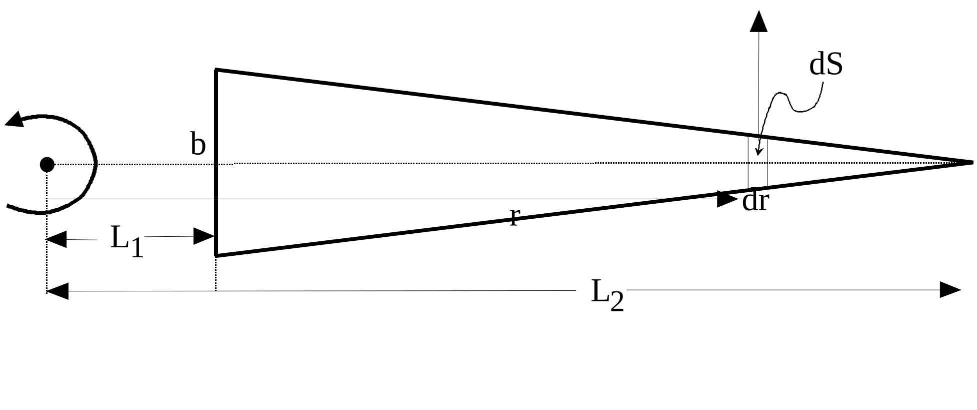
Si la pala tiene el eje de giro en un punto externo a la misma, a una cierta distancia del extremo de la pala, el momento de la fuerza del viento sobre la pala viene dada por



$$M = \frac{1}{2}\rho v^2 \text{ sen}\,\alpha \cos^2\alpha \;\; a\left(\frac{L_2^{\,2}}{2} - \frac{L_1^{\,2}}{2}\right) \qquad (10)$$

Si la pala tiene una forma triangular, como se indica en la figura siguiente, el momento de la fuerza del viento tiene por expresion

$$M = \frac{1}{2}\rho v^2 \text{ sen}\,\alpha \cos^2\alpha \,\frac{b}{2}\left(\frac{L_2}{2}\left(L_2 + L_1\right) - \frac{1}{3}\left(L_2^{\,2} + L_2 L_1 + L_1^{\,2}\right)\right) \text{.................................}(11)$$



En el caso que L_1 sea cero (el eje de giro se encuentra en la base de la pala), la expresion (11) queda en la forma

$$M = \frac{1}{2}\rho v^2 \text{ sen}\,\alpha \cos^2\alpha \frac{b}{12} L_2^{\,2} \qquad (12)$$