

Análisis del circuito formado por un generador de alterna rectificado con un puente de diodos, conectado a una batería a través de una resistencia

Supongamos que un generador de alterna se rectifica con un puente de diodos y se conecta a una batería a través de una resistencia R , como se ve en la figura 1

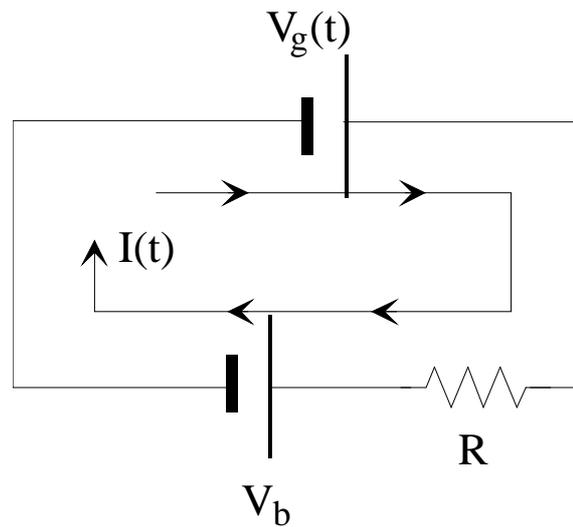


Figura 1

El potencial en los bornes del generador (rectificado) viene representado en la figura siguiente

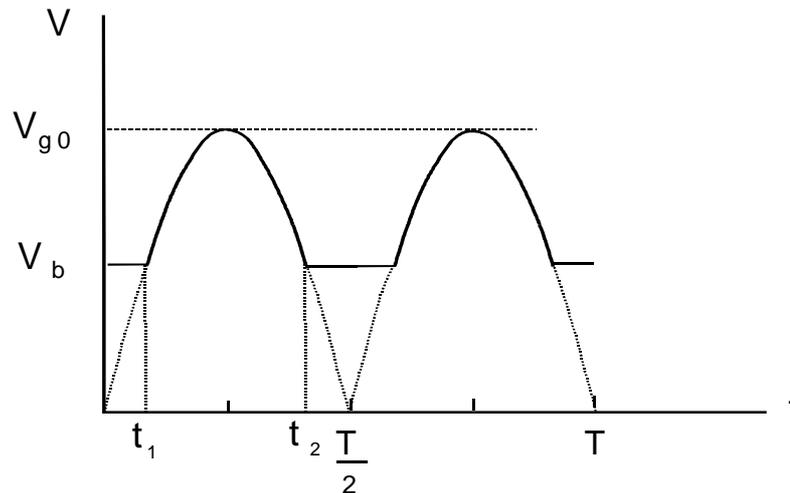


Figura 2

La expresión matemática de dicho potencial es:

$$\begin{aligned}
 V_g(t) &= V_b && \text{para } 0 < t < t_1 \\
 V_g(t) &= V_0 \text{sen } \omega t && \text{para } t_1 < t < t_2 \\
 V_g(t) &= V_b && \text{para } t_2 < t < T/2
 \end{aligned} \tag{1}$$

La intensidad de corriente que circula por el circuito se representa en la figura siguiente

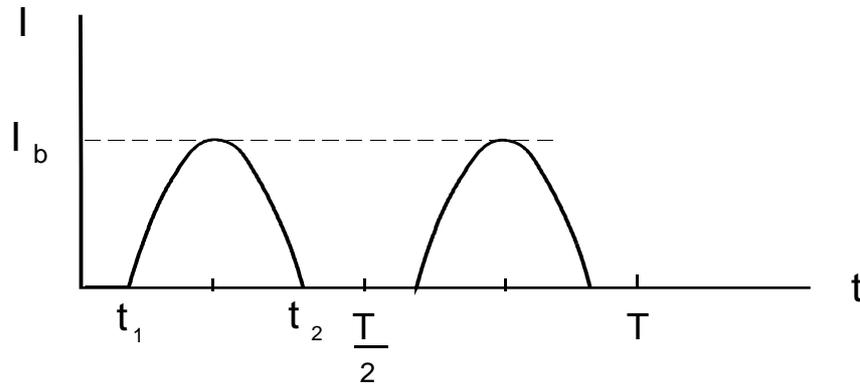


Figura 3

La expresión matemática de la intensidad de corriente es:

$$\begin{aligned}
 I(t) &= 0 && \text{para } 0 < t < t_1; && V_g(t) < V_b \\
 I(t) &= \frac{V_g(t) - V_b}{R} && \text{para } t_1 < t < t_2 && V_g(t) > V_b \\
 I(t) &= 0 && \text{para } t_2 < t < T/2; && V_g(t) < V_b
 \end{aligned} \tag{2}$$

Las expresiones (1) y (2) son funciones periódicas de periodo $T / 2$. En el presente circuito, estudiaremos el balance de potencias, esto es, la potencia suministrada por el generador, la potencia consumida por la resistencia, y la potencia almacenada en la batería.

1.- Potencia que un generador de alterna rectificado con un puente de diodos suministra a todo el circuito.

En el circuito anterior, calcularemos ahora la potencia que suministra el generador a todo el circuito:

$$E_g(t) = \int_0^t I(t)V_g(t)dt \tag{3}$$

Se sustituirán las expresiones (1) y (2) en (3) e se integrará a un tiempo t muy grande $t \gg \gg \gg T/2$. Si t es mucho mayor que $T/2$, se puede aproximar $t \cong N \frac{T}{2}$, donde N es un número entero mucho mayor que la unidad. Esta aproximación permite aproximar (3) por la integral

$$E_g(t) \cong N \int_0^{T/2} I(t)V_g(t)dt = N \int_{t_1}^{t_2} I(t)V_g(t)dt \quad (4)$$

$$E_g(t) = \frac{V_0^2}{2R}t - \frac{V_0^2}{\pi R} \arccos \frac{V_b}{V_0}t - \frac{V_0 V_b}{\pi R} \cos \left(\arccos \frac{V_b}{V_0} \right) t \quad (5)$$

y por tanto la potencia que suministra el generador será

$$P_g = \frac{V_0^2}{2R} - \frac{V_0^2}{\pi R} \arccos \frac{V_b}{V_0} - \frac{V_0 V_b}{\pi R} \cos \left(\arccos \frac{V_b}{V_0} \right) \quad (6)$$

otra expresión simplificada para la potencia que suministra el generador es

$$P_g = \frac{V_{ef}^2}{R} - \frac{\overline{V}V_b}{R} \quad (7)$$

2.- Potencia que un generador de alterna rectificado con un puente de diodos suministra a una batería.

Para saber la potencia y energía que el generador está suministrando a la batería, aplicaremos la expresión de la energía eléctrica almacenada en una batería:

$$E_b(t) = \int_0^t I(t)V_b dt \quad (8)$$

donde la corriente $I(t)$ viene dada por la expresión (2). Sustituyendo (2) en (8), e integrando desde un instante inicial $t = 0$ hasta un tiempo muy grande $t \gg \gg T/2$, se obtiene la expresión: de la energía que llega a la batería. Si t es mucho mayor que $T/2$, se puede aproximar $t \cong N \frac{T}{2}$, donde N es un número entero mucho mayor que la unidad. Esta aproximación permite aproximar (8) por la integral

$$E_b(t) \cong N \int_0^{T/2} I(t)V_b dt = N \int_{t1}^{t2} I(t)V_b dt \quad (9)$$

El resultado de la integral (9) es

$$E_b(t) = \frac{2V_b V_0}{\pi R} \cos\left(\arcsen \frac{V_b}{V_0}\right) t - \frac{V_b^2}{R} \left(1 - \frac{2}{\pi} \arcsen \frac{V_b}{V_0}\right) t \quad (10)$$

Donde se ha deshecho el cambio $N \frac{T}{2} \cong t$. La potencia que llega a la batería será pues

$$P_b = \frac{2V_b V_0}{\pi R} \cos\left(\arcsen \frac{V_b}{V_0}\right) - \frac{V_b^2}{R} \left(1 - \frac{2}{\pi} \arcsen \frac{V_b}{V_0}\right) \quad (11)$$

Otra expresión más simplificada para la potencia en la batería es

$$P_b = \frac{\overline{V} V_b}{R} - \frac{V_b^2}{R} \quad (12)$$

3.- Potencia que se disipa en la resistencia R del circuito formado por un generador de alterna rectificado con un puente de diodos conectado a una batería.

Analizaremos ahora la potencia que se disipa en la resistencia del circuito anterior. Aplicando la ley de Joule tendremos

$$E_R(t) = \int_0^t I^2(t)R dt \quad (13)$$

y si el tiempo t es muy grande se tiene la integral aproximada

$$E_R(t) \cong N \int_0^{T/2} I^2(t)R dt = N \int_{t1}^{t2} I^2(t)R dt \quad (14)$$

$$E_R(t) = \frac{V_0^2}{2R} t - \frac{2V_b^2}{\pi R} \arcsen \frac{V_b}{V_0} t - \frac{V_0^2}{\pi R} \arcsen \frac{V_b}{V_0} t - \frac{3V_0 V_b}{\pi R} \cos \left(\arcsen \frac{V_b}{V_0} \right) t + \frac{V_b^2}{R} t \quad (15)$$

y la potencia consumida en la resistencia será

$$P_R = \frac{V_0^2}{2R} - \frac{2V_b^2}{\pi R} \arcsen \frac{V_b}{V_0} - \frac{V_0^2}{\pi R} \arcsen \frac{V_b}{V_0} - \frac{3V_0 V_b}{\pi R} \cos \left(\arcsen \frac{V_b}{V_0} \right) + \frac{V_b^2}{R} \quad (16)$$

Otra expresión más simplificada para la potencia en la resistencia es

$$P_R = \frac{V_{ef}^2}{R} - \frac{2\sqrt{V_b}}{R} + \frac{V_b^2}{R} \quad (17)$$

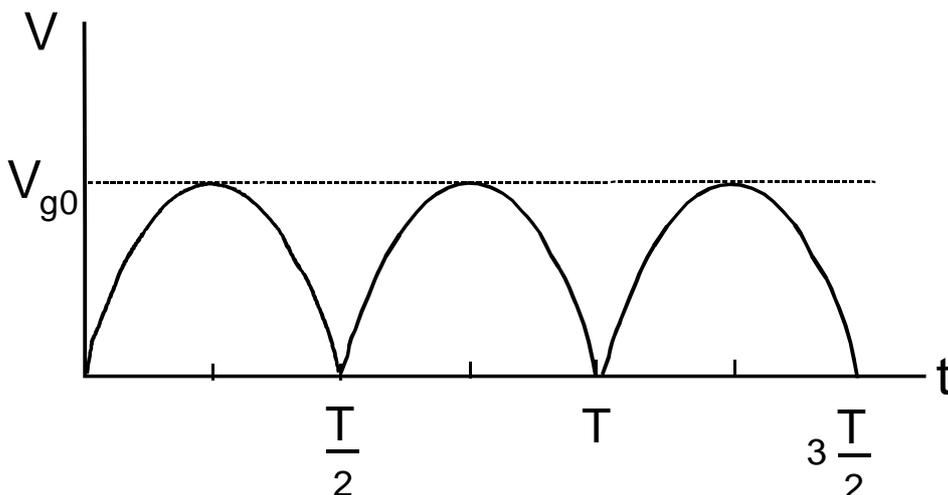
Se debe cumplir y se cumple que (6) = (11) + (16), o que (7) = (12) + (17)

$$P_g = P_b + P_R$$

4.- Potencia que un generador de alterna rectificado con un puente de diodos suministra a una carga resistiva.

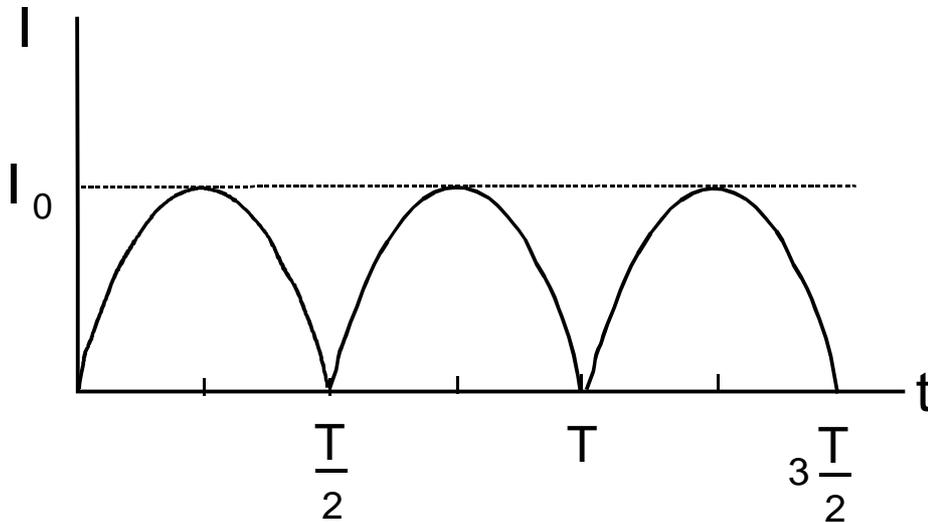
Si un generador de alterna se rectifica con un puente de diodos (rectificación de onda completa) y se conecta a una resistencia R, el potencial a la salida del puente de diodos tiene por expresión

$$V_g(t) = V_0 \text{ sen } \omega t \quad \text{para } 0 < t < T/2 \quad (18)$$



y la intensidad de corriente que circula por la resistencia tiene por expresión

$$I(t) = V_0/R \text{ sen } \omega t \quad \text{para } 0 < t < T/2 \quad (19)$$



En la gráfica se cumple que $I_0 = V_0/R$. La energía que el generador suministra a la resistencia viene dada por la expresión

$$E = \int_0^t I^2(t) R dt \quad (20)$$

Sustituyendo (19) en (20), e integrando desde un instante inicial $t = 0$ hasta un tiempo muy grande $t \gg \gg T/2$, se obtiene la expresión: de la energía que llega a la resistencia:

$$E = \frac{I_0^2}{2} Rt \quad (21)$$

y la potencia será por consiguiente

$$P = \frac{I_0^2}{2} R = I_{ef}^2 R = \frac{V_{ef}^2}{R} = \frac{V_0^2}{2R} \quad (22)$$