

TEMA 1: Números complejos, funciones hiperbólicas*

5 de noviembre de 2001

1. //Oteo// Calcular: $i^{i^{2^i}}$
 - (a) $0.58 \exp(0.20i)$
 - (b) $0.58 \exp(0.40i)$
 - (c) $0.35 \exp(0.10i)$

2. //López Villarroja// Calcular $z = \arccos |\exp(\sqrt{i})|$
 - (a) 1
 - (b) $\pi/2$
 - (c) 0

3. //Solér// Encontrar una expresión para la función hiperbólica $\sinh^{-1} x$
 - (a) $x(\ln x + \sqrt{1+x^2})$
 - (b) $\ln(1 + \sqrt{1+x^2})$
 - (c) $\ln(x + \sqrt{1+x^2})$

4. //Martín – Albo// Indica cuál de las siguientes expresiones **no** es correcta:
 - (a) $\cosh \left| \frac{z+i}{1-iz} \right| = \frac{\exp(2)+1}{2e}$
 - (b) $(z_1 + z_2)^* = z_1^* + z_2^*$
 - (c) $\left| \frac{(3+4i)(2+i)}{(1+2i)(3-4i)} \right| = i$

5. //Cuadrado// Elige la opción correcta: $\frac{5+3i}{3+5i} =$
 - (a) $5/3 + 3/5i$
 - (b) $30 - 16i$
 - (c) $30/34 - 0.471i$

6. //López de la O// Qué fase no es válida para $i^{4/13}$:
 - (a) $24\pi/78$
 - (b) $108\pi/702$
 - (c) $236\pi/525$

7. //Pla Moreno// Valor principal de $\ln(\exp(3\pi i/2)i)/(23+14i)$
 - (a) $3.1823 + 0.051i$

*Versión revisada.

- (b) 0
(c) Ninguna de la anteriores
8. //Ruiz// Calcular: $\ln[\sin^2(2i)]$
- (a) $\pi i + 2.577$
(b) $\pi i/2 + 2.577$
(c) $\pi i/2 + \ln(\sinh 2)$
9. //Arribas// Determinar $\sqrt[3]{2 + 2i\sqrt{3}}$, $\phi \in [-\pi, \pi]$
- (a) $\sqrt[3]{4} \exp i\pi/9$, $\sqrt[3]{4} \exp i\pi 7/9$, $\sqrt[3]{4} \exp i\pi 13/9$
(b) $\sqrt[3]{4} \exp i\pi/9$, $\sqrt[3]{4} \exp i\pi 7/9$, $\sqrt[3]{4} \exp -i\pi 5/9$
(c) $\sqrt[3]{4} \exp -i\pi/9$, $\sqrt[3]{4} \exp -i\pi 11/9$, $\sqrt[3]{4} \exp i\pi 13/9$
10. //Clemente// Calcular $\text{Im} \exp(2i + 3z)$
- (a) $\sin 2 \cos 3y + \sin 3y \cos 2$
(b) $\sin 2 \sin 3y$
(c) $\cos 2 + \sin 2 \cos 3y$
11. //Villaplana// Resolver $i^{(i/2)^2}$
- (a) $\exp(-i\pi/4)$, $\exp(i\pi 3/4)$
(b) $\exp(i\pi/2)$, $\exp(-i\pi/2)$
(c) $\exp(-i\pi 3/2)$, $\exp(i\pi 3/2)$
12. //Mtnez.Torres// Todo número complejo $z \neq 1$ con $|z| = 1$ puede escribirse de forma única como:
- (a) $\cos^2 \theta + i \sin^2 \theta$
(b) $\frac{1-\alpha i}{1+\alpha i}$, $\alpha \in \text{Re}$
(c) $\frac{1}{2} \exp(i\pi 4/5)$
13. //Glez.Gala// Calcular $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}-i}\right)^{40}$
- (a) -1
(b) i
(c) 1
14. //Rigla// Calcular $\text{Ln}(1+i)$
- (a) $\ln \sqrt{2} + i(\pi/4 + 2k\pi)$
(b) $\ln \sqrt{2} + i(\pi/4 + k\pi)$
(c) $\ln \sqrt{2} + (\pi/4 + 2k\pi)$
15. //Gmnez.Montagut// Hallar los valores de $(-8i)^{1/3}$
- (a) $\sqrt{3} - i$, $2i$, $-\sqrt{3} - i$
(b) $\sqrt{3} + i$, $2i$, $-\sqrt{3} + i$

(c) $-\sqrt{3} - i, -2i, \sqrt{3} + i$

16. //Hdez. Saz// Calcular $\text{Im}(-i)^{3i}$

- (a) $\sin(3\pi/2)$
 (b) 0
 (c) $\exp(3\pi/2)\sin(6k\pi)$

17. //Vidal// Simplificar $\sinh\{\cosh[\cosh(\ln i)]\}$

- (a) $-\sin(i)/i$
 (b) $\sin(i)/i$
 (c) $-\sin(i)$

18. //Navalón//Cuál de los siguientes es falso

- (a) $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$
 (b) $\arg\frac{z_1}{z_2} = \arg z_2 - \arg z_1$
 (c) $\cos(n\theta) + i\sin(n\theta) = (\cos\theta + i\sin\theta)^n$

19. //Calvo// Indica cuál no es correcta

- (a) $\sin 5\theta = 5\cos^4\theta\sin\theta - 10\cos^2\theta\sin^3\theta - \sin^5\theta$
 (b) $\cos 5\theta = 16\cos^5\theta - 20\cos^3\theta + 5\cos\theta$
 (c) Ninguna de las anteriores

20. //Doménech// Resolver $\sqrt{\sqrt{2}\exp i\pi/6}$

- (a) $\sqrt[4]{2}\exp i\pi/2, \sqrt[4]{2}\exp(-i\pi 11/12)$
 (b) $\sqrt[4]{2}\exp i\pi/3, \sqrt[4]{2}\exp i\pi/11$
 (c) $\sqrt[4]{2}\exp i\pi/3$

21. //Apolinar// $\text{Re}(iz)^2$

- (a) $x^2 + y^2$
 (b) $y^2 - x^2$
 (c) y^2

22. //Rdgz. Serra// $\cos^2\phi\sin^2\phi =$

- (a) $\sin^2(2\phi)/2$
 (b) $-\cos(4\phi)/8 + 1/8$
 (c) 1

23. //Chapa// Evaluar $(-1 - i)^{36}$

- (a) -2^{36}
 (b) -2^{18}
 (c) $i2^{15}$

24. //Calderón// $\cos^3\phi$ es equivalente a

- (a) $\cos(3\phi)/4 + 3\cos(\phi)/4$
 (b) $\cos(4\phi)/6 + 2\cos(2\phi)/3$
 (c) $2\cos(5\phi)/3 + 4\cos(3\phi)/3$
25. //Galarza// $z^n + z^{-n}$ es equivalente a
 (a) $2\cos n\phi$
 (b) $2i\sin n\phi$
 (c) $2\cos n\phi + 2i\sin n\phi$
26. //Encinas// Calcular $-1/2 + \sqrt{3}i/2$
 (a) $\exp i\pi/3$
 (b) $\exp i\pi/2$
 (c) $\exp i\pi/3$
27. //Pla Arce// Calcular $\ln(-1/2 - \sqrt{3}i/2)$
 (a) $1/4 + i(\pi/3 + 2k\pi)$
 (b) $1/4 + i(\pi + 2k\pi)$
 (c) $i\pi/3 + 2k\pi i$
28. //Sanz// ¿Cuántas raíces complejas tiene la ecuación $z^4 = -1$?
 (a) Ninguna
 (b) 2
 (c) 4
29. //Rodrigo// $\log(1/2 + i\exp(i\pi/3))$
 (a) $-0.21 - i54.24$
 (b) $0.843 + i72.58$
 (c) $7.564 + i\pi/2$
30. //Gosálbez// Usando la fórmula de de Moivre comprobar: $\sin^2 30^\circ + i\cos 30^\circ \sin 30^\circ =$
 (a) $-\sqrt{3}/2 - i/\sqrt{4}$
 (b) $(\sqrt{3} + 4)/8 \quad i/8$
 (c) $-\sqrt{3} \quad i/\sqrt{4}$
31. //Cabrelles// Calcular módulo y argumento: $\exp\left(\frac{2\sqrt{3}(1+i)}{-\sqrt{3}-i}\right)^{-2}$
 (a) $\exp(5/\sqrt{3}), -1/\sqrt{3} + 2k\pi$
 (b) $\exp(\sqrt{3}/12), -1/12 + 2k\pi$
 (c) $\exp \sqrt{3}/13, -1/\sqrt{3} + 2k\pi$
32. //Maicas// Calcular $\text{Im}\left(\frac{4+5ix}{xy+zi}\right)^*$
 (a) $\frac{(28 - 5x^2y)i}{(xy)^2 + 49}$

(b) $\frac{-28 + 5x^2y}{(xy)^2 + 49}$

(c) $\frac{(28 - 5x^2y)i}{(xy)^2 - 49}$

33. //Pérez Pérez// ¿Cuál es el valor correcto de $\cosh^2 x + \sinh^2 x$?

(a) $\exp(x) + \exp(-x)$

(b) $(\exp(x) + \exp(-x)) / 2$

(c) $\sin^2 x + \cos^2 x$

34. //Gómez Salcedo// Resolver $\exp(i\theta) \exp(i\phi) =$

(a) $\cos \theta \cos \phi - \sin \theta \sin \phi + i(\sin \theta \cos \phi + \cos \theta \sin \phi)$

(b) $\cos \theta \cos \phi + i \sin \theta \sin \phi$

(c) $\cos \theta + \cos \phi + i(\sin \theta + \sin \phi)$

35. //Carretero// Calcular $\left(\frac{7 + i\sqrt{3}}{2\sqrt{3} - i}\right)^5$

(a) $\sqrt{3} \exp i\pi 5/3$

(b) $2^5 \exp i\pi 5/6$

(c) $2^5 \exp i\pi 5/3$

36. //Piñó// Calcular utilizando el teorema de de Moivre $\sin(5\theta)$

(a) $5 \cos^4 \theta \sin^3 \theta - 10 \cos^2 \theta \sin \theta + \sin^5 \theta$

(b) $5 \cos^4 \theta \sin \theta - 10 \cos^2 \theta \sin^3 \theta + \sin^5 \theta$

(c) $5i \cos^4 \theta \sin \theta - 10i \cos^2 \theta \sin^3 \theta + i \sin^5 \theta$

37. //Vegas// $\text{Im} \frac{4x + 5iy}{2y - ix}$

(a) $\frac{4x^2 + 10y^2}{4y^2 - x^2}$

(b) $\frac{4x^2 + 10y^2}{4y^2 + x^2}$

(c) $i \frac{4x^2 + 10y^2}{4y^2 + x^2}$

38. //Santo// Calcular $\left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{\sqrt{3} - i}\right)^{40}$

(a) $9 + \sqrt{3}i$

(b) 1

(c) -1

39. //Mateu// Hallar módulo y argumento de $-3/2 - 5/4i$

(a) $\sqrt{61}/4, \arctan -5/6$

(b) $\sqrt{61}/4$, $\arctan 5/6$

(c) $3/4$, $\arctan 5/6$

40. //Rdgz. Sánchez// Resuelve la integral $\int \exp(ix) \cosh(x) dx$

(a) $\frac{1}{i} \exp(ix) \sinh x + cte.$

(b) $\exp(ix)(\sinh x - i \cosh x)/2 + cte.$

(c) $i \exp(ix)(\cosh x - \sinh x) + cte.$

41. //Díaz// ¿Qué ángulo habría que girar (en sentido horario) el número complejo $1 + \sqrt{3}i$ para convertirlo en $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$?

(a) $\pi/12$

(b) $7\pi/12$

(c) $\pi/4$

42. //Pastor// Dado $(3 + 4i^i)^i$, determinar su argumento

(a) 3.8315

(b) 2.5321

(c) 1.3432