J.A. Oteo. Departamento de Física Teórica (UVEG).[MMF3-B]

TEMA 3: Transformadas Integrales*

19 de diciembre de 2001

1. //Oteo// Transformada de Fourier. $\exists \int_{-\infty}^{\infty} dt\,|f(t)|$: es condición para la existencia de $\tilde{f}(\omega)$:
   (a) Necesaria
   (b) Suficiente
   (c) Necesaria y suficiente

2. //Soler// $\mathcal{F}[f(t)] =$
   (a) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(\omega) \exp(-i\omega t)\ \mathrm{d}\omega$
   (b) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(u) \exp(-i\omega t)\ \mathrm{d}u$
   (c) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-i\omega t)\ \mathrm{d}t$

3. //Vegas// La tansformada de Fourier de la función $f(u)$ es:
   (a) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(u) \exp(i\omega u)\ \mathrm{d}u$
   (b) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{0}^{\infty} f(u) \exp(-i\omega u)\ \mathrm{d}u$
   (c) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(u) \exp(-i\omega u)\ \mathrm{d}u$

4. //Martín-Albo// Sea la ecuación $\tilde{\delta}(\omega)\delta(t/\sqrt{2\pi}) - A = H'(t)$. Para ser cierta, A debe valer:
   (a) $t\delta(t)$
   (b) 2π
   (c) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \delta(t) \exp(-i\omega t)\ \mathrm{d}t$

5. //López de la O// A qué equivale $\delta^*(at)$, $a \in R$:
   (a) $a\delta^*(t)$
   (b) $\frac{H'(t)}{a}$
   (c) $a^*\delta(t)$

6. //Calderón// $\int_{-2}^{0} \mathrm{d}x\ x^2\delta(x^2-1) =$

*Versión preliminar. Autores: verificar!!

(a) $1/4$
(b) $-1/2$
(c) $1/2$

7. `//Almendros//` Sabiendo que el Th. de inversión de Fourier es:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}\omega \exp(i\omega t) \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}u f(u) \exp(-i\omega u) dt$$

y suponiendo por convenio que la transformada de Fourier fuera: $\tilde{f}(\omega) = \frac{3}{2\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-i\omega t)\ \mathrm{d}t$, ¿cuál sería la transformada de Fourier inversa?

(a) $f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\omega) \exp(i\omega t)\ \mathrm{d}\omega$
(b) $f(t) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\omega) \exp(i\omega t)\ \mathrm{d}\omega$
(c) $f(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\omega) \exp(i\omega t)\ \mathrm{d}\omega$

8. `//Mtnez. Torres//` Resolver la ecuación integral

$$y(x) = g(x) + \int_{-\infty}^{\infty} y(u) r(x-u) du$$

siendo $g(x)$ y $r(x)$ funciones dadas.

(a) $y(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x/2\sqrt{2}} \exp(-u^2) du - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{(1-x)/2\sqrt{2}}^{(1+x)/2\sqrt{2}} \exp(-u^2) du$
(b) $y(x) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{\tilde{g}(\omega)}{1 - \sqrt{2\pi}\tilde{r}(\omega)} \right\}$
(c) Ninguna de las anteriores

9. `//Piñó//` Encontrar la transformada de Laplace de la función $f(t) = t \cos t$.

(a) $\frac{-s^2+b^2}{(s^2+b^2)^2}$
(b) $\frac{s^2-b^2}{(s^2+b^2)^2}$
(c) $\frac{-s^2-b^2}{(s^2+b^2)^2}$

10. `//Galarza//` Hallar la transformada de laplace de la función $f(t) = t^7$

(a) $63/s^8$
(b) $5040/s^8$
(c) $49/s^8$

11. `//Clemente//` Transformada de Fourier. ¿Cuál es correcta?

(a) $\mathcal{F}[f(at)] = a\tilde{f}(\omega/a)$
(b) $\mathcal{F}[f(at)] = \dfrac{1}{a}\tilde{f}(\omega/a)$
(c) $\mathcal{F}[f(at)] = a^2\tilde{f}(\omega/a)$

12. `//Navalón//` ¿Cuál de las siguientes propiedades es falsa?

(a) $\mathcal{F}[f'(t)] = i\omega\tilde{f}(\omega)$
(b) $\mathcal{F}[f'(t+a)] = \exp(ia\omega)\tilde{f}(\omega)$
(c) $\mathcal{F}[f(at)] = \dfrac{\omega}{a}\tilde{f}(a/\omega)$

13. `//Glez. Gala//` Si $\bar{f}(s)$ y $\bar{g}(s)$ son las transformadas de Laplace de $F(t)$ y $G(t)$ respectivamente, la transformada inversa de Laplace del producto $\bar{f}(s)\bar{g}(s)$ es

(a) $\int_0^t F(x)G(t-x)dx$
(b) $\int_0^t F(x)G(x)dx$
(c) $\int_0^\infty F(t-x)G(x)dx$

14. `//Sanz//` El Th. de Parseval nos dice:

(a) $\int_{-\infty}^{\infty} dx\,|f(x)| = \int_{-\infty}^{\infty} dk\left|\tilde{f}(k)\right|$
(b) $\int_0^{\infty} dx\,|f(x)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} dk\left|\tilde{f}(k)\right|^2$
(c) $\int_{-\infty}^{\infty} dx\,|f(x)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} dk\left|\tilde{f}(k)\right|^2$

15. `//Gómez Salcedo//` ¿Cuál es la inversa de la trans. de Laplace de $f(s) = \dfrac{8s^2+5s^2+200}{s^3[(s+5)^2-10s]}$?

(a) $t^2 - \cos 5t$
(b) $4t^2 + \sin 5t$
(c) $t^2 + \exp(-5t)$

16. `//Rdguez. Sánchez//` ¿Cuál de las siguientes utilidades no corresponde al uso del producto de convolución y de deconvolución?

(a) Poder hallar transformadas de Fourier complicadas mediante funciones más simples: $\mathcal{F}[g*h] = \sqrt{2\pi}\tilde{g}\tilde{h}$
(b) Limpiar de ruido una medida
(c) Conociendo la curva de sensibilidad del aparato, medir con mayor precisión.

17. `//Pla Moreno//` Conociendo

$$f(t) = ct^n, \bar{f}(s) = cn!/s^{n-1}, \quad g(t) = t^n\exp(at), \bar{g}(s) = n!/(s-a)^{n+1}$$

identifica cuál es la transformada inversa de $\bar{h}(s) = \dfrac{s^4+(s-2)^3}{s^7-6s^6+12s^5-8s^4}$

(a) $h(t) = (1+\exp(2t))t^2/6$

(b) $h(t) = (t + 3\exp(2t))t^2/6$
(c) $h(t) = (1 + 3\exp(2t))t^3/6$

18. `//Hernández Saz//` ¿Cuál de las sigientes expresiones es falsa?

(a) $\mathcal{F}[f'(t)] = i\omega\tilde{f}(\omega)$
(b) $\mathcal{F}[f * g] = \tilde{f}(\omega)\tilde{g}(\omega)$
(c) $\mathcal{F}[fg] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\tilde{f}(\omega) * \tilde{g}(\omega)$

19. `//Mateu//` Siendo $\tilde{f}(s) = \frac{3}{2s}\sqrt{\frac{\pi}{s^3}}$, hallar $f(t)$.

(a) $3t^{1/2}$
(b) $\frac{3}{t^{1/2}}$
(c) $\frac{3(1/2)!}{s^{3/2}}$

20. `//Gosálbez//` Una función periódica $f(x)$ de periodo T, la podemos expresar como el producto de convolución de:

(a) sucesivas $\delta - Dirac$ y la función evaluada en un periodo (T).
(b) sucesivas $\delta - Dirac$ equidistantes T y otra función periódica
(c) sucesivas $\delta - Dirac$ equidistantes T y la representación de $f(x)$ en un solo periodo

21. `//Pastor//` Calcula el producto de convolución de $f(x) = x$ y $g(x) = \sin(x)$, asociado a la transformada de Laplace.

(a) $t - \sin(t)$
(b) $t\cos t - t$
(c) $2t\cos t - \sin t$

22. `//Giménez//` (Decir cuál es falsa) Sea $f(x)$ periódica de periodo finito y de módulo integrable.

(a) Puedo calcular su desarrollo en serie de Fourier
(b) Puedo calcular su transformada de Fourier
(c) Puedo calcular ambos, pero obtendré diferentes resultados