J.A. Oteo. Departamento de Física Teórica (UVEG).[MMF3-B]

TEMA 6: Ecuaciones Diferenciales de Orden Superior. Sistemas Lineales.*

15 de mayo de 2002

1. `//Oteo//` Dada la EDO $y'' + 5y' + 6y = 0$, siendo $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$, la solución en $t = 1$ vale
   (a) $\exp(-2) - \exp(-3)$
   (b) $\exp(-2) + \exp(-3)$
   (c) -$\exp(-2) + \exp(-3)$

2. `//Oteo//` Dado el sistema

$$\begin{cases} \mathring{y} = & z \\ \mathring{z} = & y \end{cases}$$

   siendo $y(0) = 0$, $z(0) = 1$, la solución en $t = 1$ es
   (a) $y(1) = \sinh(1)$, $z(1) = \cosh(1)$
   (b) $y(1) = \sinh(-1)$, $z(1) = \cosh(-1)$
   (c) $y(1) = \sinh(1)$, $z(1) = \cosh(-1)$

3. `//Villaplana//` Sea la EDO $y''(x) + y'(x) + y(x) = f(x)$ cuya solución complementaria es de la forma $y_c(x) = \sum_{i=1}^{2} c_i y_i(x)$. ¿Podría asegurarse que el Wronskiano del las soluciones es $W \neq 0$?
   (a) Sí, porque es la condición de independencia lineal de las soluciones
   (b) No, porque es condición suficiente y no necesaria
   (c) Ninguna de las anteriores

4. `//López de la O//` En el desarrollo de $f(A)$, siendo A una matriz cuadrada, se tiene

$$f(A) = f(\beta_1)Q_1 + f(\beta_2)Q_2 + \ldots + f(\beta_N)Q_N$$

   ¿De qué dependen los $\{Q_i\}_1^N$
   (a) de f y A
   (b) de f
   (c) de A

5. `//Mtnez. Torres//` Una varilla AOB gira en un plano vertical en torno a un punto O localizado en él a una velocidad angular constante ω, Una partícula P de masa m se mueve a lo largo de la varilla. Suponiendo que la ec. de mov. es $\ddot{r} - \omega^2 r = -g \sin \omega t$, (siendo g acel. gravedad) que en $t = 0$ la varilla está en posición horizontal y que $r(t = 0) = r_0$ y $v(t = 0) = v_0$,siendo r la distancia PO, la cond. en la que P describe un mov. armónico simple es:

*Autores: verificar!!

(a) $r_0 = 0$, $v_0 = 0$
(b) $r_0 = 0$, $v_0 = g/2\omega$
(c) $r_0 = 0$, $v_0 = 1$

6. `//Calderón//` La solución de la ec. $3y''' + 5y'' + y' - y = 0$ viene dada por el siguiente conjunto de funciones

   (a) $\exp(-x), x\exp(-x), \exp(x/3)$
   (b) $\exp(-x), \exp(x), \exp(x/3)$
   (c) $\exp(-x), x\exp(x), \exp(x/3)$

7. `//Pla Moreno//` La solución de la ec. $4y'' + 24y' + 11y = 0$ es

   (a) $c_1 \exp(x/2) + c_2 \exp(-\frac{6}{5}x)$
   (b) $c_1 \exp(x/2) + c_2 \exp(-\frac{6}{5})$
   (c) $c_1 \exp(-x/2) + c_2 \exp(-\frac{11}{2}x)$

8. `//Piñó//` EDO orden superior. El wronskiano de las soluciones ha de ser no nulo. Esto es una condición:

   (a) Necesaria
   (b) Suficiente
   (c) Suficiente y necesaria

9. `//Clemente//` Escribir en forma matricial la EDO $3y'' + 6y' + 2y = 0$

   (a) $\begin{pmatrix} y' \\ x' \end{pmatrix} = \frac{-1}{3}\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$
   (b) $\begin{pmatrix} y' \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$
   (c) $\begin{pmatrix} y' \\ x' \end{pmatrix} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$

10. `//Martín-Albo//` Dado el sistema de EDOs

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = & y_2(y_1 + 3) \\ \dot{y}_2 = & 2y_1 - 3y_2 \end{cases}$$

   indicar si en el tercer cuadrante existen los ptos. críticos siguientes:

   (a) Un sumidero y un pto. silla
   (b) Una fuente y un pto. silla
   (c) Un pto. espiral y un sumidero

11. `//Vegas//` La solución del sistema $\frac{d\vec{x}}{dt} = A\vec{x}$, en el caso en que la matriz A tenga autovalores no degenerados, es del tipo

   (a) $\vec{x}(t) = \sum_{i=1}^{N} c_i \exp(\lambda_i t)\vec{y}_i$
   (b) $\vec{x}(t) = \sum_{i=1}^{N} a_i \lambda^i \vec{y}_i$

(c) Ninguna de las anteriores

12. `//Hdez. Saz//` Cómo debe ser $y_p(x)$ cuando: (señala la falsa)

(a) $f(x) = a \exp rx \Longrightarrow y_p = b \exp rx$

(b) $f(x) = a \sin rx \Longrightarrow y_p = b \sin rx$

(c) $f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \Longrightarrow y_p = b_0 + b_1 x + b_2 x^2$

13. `//Calvo//` Indica cuál de las siguientes afirmaciones es falsa:

(a) Al resolver una EDO de orden superior es cond. necesaria que si weonskiano sea distinto de cero

(b) Es posible que el determinante construído sea cero y que la solución siga siendo linealmente independiente

(c) Cuando varias raíces de una EDO de orden superior colapsan, las raíces dejan de ser linealmente independientes

14. `//Rdgz. Sánchez//` ¿Cuál es falsa para la ec. $y'' - 2y' + y = 0$?

(a) Como los autovalores son $\lambda = \pm 1 \Longrightarrow y = A \exp t + B \exp(-t)$

(b) Su solución es la misma que su solución complementaria

(c) Se puede generar un sistema de ecs. $\begin{pmatrix} y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix}$

15. `//Navalón//` Dado el sist. lineal de EDO con coeficientes ctes. $\dfrac{d\vec{x}}{dt} = A\vec{x} + \vec{f}(t)$, A diagonalizable, λ_i valores propios, $\vec{y}_i$ vectores propios, $i = 1 \dots N$, y $\vec{x}_0 = \vec{x}(0)$, la solución será

(a) $\vec{x}(t) = \exp(At) \left[\vec{x}_0 + \int_o^t ds \exp(-As) \vec{f}(s) \right]$

(b) $\vec{x}(t) = \exp(A(t - t_0)) \vec{x}_0 \lambda$

(c) $\vec{x}(t) = C_1 \exp(\alpha + i\beta) \vec{x} + C_2 \exp(\alpha - i\beta) \vec{x}$

16. `//López Villarroya//` La posición de una partícula que se mueve en una recta viene dad por $x = -(v^2 + 1)/a$ (v: velocidad, a: aceleración). Si sabemos que en $t = 0$ está en $x = 1$ y en $t = 1$ está en $x = 2$ ¿cuál es su posición en $t = 3$?

(a) -2

(b) 2

(c) Pueden ser ambas

17. `//Doménech//` Dado el sist. de EDO.

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = & 2y_2 - y_1^2 + y_1 y_2 \\ \dot{y}_2 = & 3y_2 - y_1 y_2 \end{cases}$$

deducimos que sus ptos críticos son

(a) $(2, 1), (0, 0), (3, 2)$, siendo $(0, 0)$ un sumidero

(b) $(3, 1), (0, 0), (2, 0)$, siendo $(0, 0)$ un sumidero

(c) $(3, 1), (0, 0), (2, 0)$, siendo $(0, 0)$ una fuente

18. //Gosálbez// Existe un teorema muy práctico que nos dice

$$f(B) = f(\beta_1)Q_1 + f(\beta_2)Q_2 + \ldots + f(\beta_N)Q_N$$

donde $\{\beta_i\}_{i=1}^N$ son los autovalores de la matriz B y $\{Q_i\}_{i=1}^N$ una base de matrices. Mediante este teorema podemos calcular la función de una matriz. Ahora bien:

(a) $\{\beta_i\}_{i=1}^N, \{Q_i\}_{i=1}^N$ dependen de la función que se considere

(b) $\{\beta_i\}_{i=1}^N, \{Q_i\}_{i=1}^N$ dependen de la matriz que se considere

(c) $\{\beta_i\}_{i=1}^N$depende de la matriz pero $\{Q_i\}_{i=1}^N$ no depende de f ni de B

19. //Pastor// Utilizando el método de variación de parámetros con la EDO $y''' - y''/2 - y' + 1/2 = x$, hallar $k_1(x), k_2(x), k_3(x)$:

(a) $\exp(-x)(x+1), \exp(x)(1-x)/3, -8\exp(-x/2)(x+2)/3$

(b) $\exp(-x)x^2, \exp(x)(1-x)/3, -4\exp(-x/2)(x+2)/3$

(c) $3x^2, -x^3, x$

20. //Rigla// La solución de la ec. $6y'' + 9y' + 3y = 0$ es

(a) $c_1 \exp(-t/2) + c_2 \exp(-t)$

(b) $c_1 \exp(t/2) + c_2 \exp(t)$

(c) $c_1 \exp(t/2) + c_2 \exp(-t)$

21. //Soler// Resolver la EDO $y'' - 4y' + 4y = x^2$.

(a) $\exp(2x)(c_1 + xc_2) + (\frac{x}{2} + \frac{3}{8})$

(b) $\exp(2x)(c_1 + xc_2) + (\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + \frac{3}{8})$

(c) $\exp(2x)(c_1 + xc_2) + (\frac{x^3}{8} + \frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + \frac{3}{8})$