J.A. Oteo. Departamento de Física Teórica (UVEG).[MMF3-B]

TEMA 7: Solución en serie de EDO.*

27 de mayo de 2002

1. //Oteo// El radio de convergencia de una sol. en serie de potencias alrededor de $z = 0$ para la EDO $(z^2 + 5z + 6)y'' + 2y = 0$ es
   (a) 2
   (b) 3
   (c) 1

2. //Villaplana// Sea la EDO $y''(x) + y'(x) + y(x) = f(x)$ cuya solución complementaria es de la forma $y_c(x) = \sum_{i=1}^{2} c_i y_i(x)$. ¿Podría asegurarse que el Wronskiano del las soluciones es $W \neq 0$?
   (a) Sí, porque es la condición de independencia lineal de las soluciones
   (b) No, porque es condición suficiente y no necesaria
   (c) Ninguna de las anteriores

3. //López de la O// Qué ptos. de $\frac{3}{x}y'' - \frac{2x-1}{(x+1)^2}y' - \frac{3x^2+2}{x(x-3)}y = 0$ son sigulares regulares:
   (a) $x = 3$
   (b) $x = 0, x = 3$
   (c) $x = -1, x = 0, x = 3$

4. //Mtnez. Torres// Lo índices de la ec. $4z^2y'' + 4zy' + (z^2 - 1)y = 0$ son
   (a) $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = 1$
   (b) $\sigma_1 = 1/2$, $\sigma_2 = -1/2$
   (c) Ninguna de las anteriores

5. //Calderón// Cuál de la siguientes sentencias es falsa:
   (a) z_0 es un pto. ordinario si $p(z)$ y $q(z)$ son regulares en z_0
   (b) Si $zp(z)$ y $z^2q(z)$ no son analíticas, entonces z_0 es un pto. singular regular
   (c) z_0 es un pto. singular irregular si no es regular

6. //Pla Moreno// El wronskiano de dos sols. l.i. de un sistema de EDO es:
   (a) $\exp\left(-\int^x p(u)du\right)$
   (b) $y_1y_2' - y_2y_1'$
   (c) Las dos anteriores

*Autores: verificar!!

7. //Piñó// Dada la ec. $4zy'' + 2y' + y = 0$, el valor de los índices $\sigma_1 y\ \sigma_2$ es
   (a) $0, 1/2$
   (b) $1, 0$
   (c) $1, 1/2$
8. //Martín-Albo// Encontrar la relación de recurrencia necesaria para solucionar la ecuación $z^2y'' - z^3y' + z^4y = 0$
   (a) $a_{n+2} = -a_n/(n+2)(n+1)$
   (b) $a_n = [(n-2)a_{n-2} - a_{n-4}]/n(n-1)$
   (c) $a_n = [(n-2)a_{n-2} - (n-4)a_{n-4}]/(n-2)(n-4)$
9. //Vegas// Dada la ec. $y''(z) + p(z)y'(z) + q(z)y(z) = 0$, la ec. de índices
   (a) $\sigma(\sigma-1) + s(0)\sigma + t(0) = 0$, donde $s(z) = zp(z)$ y $t(z) = z^2q(z)$
   (b) $\sigma(\sigma-1) + s(0)\sigma + t(0) = 0$, donde $s(z) = z^2p(z)$ y $t(z) = zq(z)$
   (c) Ninguna de las anteriores
10. //Rdgz. Sánchez// ¿Cuáles son los índices de Frobenius de la ec. $4zy'' + 2y' + y = 0$ alrededor de $z = 0$?
    (a) No existen esos índices
    (b) $1/2$ y 0
    (c) $k_1 = \exp x$, $k_2 = \exp -x$, $k_3 = x \exp 2x$
11. //López Villarroya// Dada la EDO $(1-z^2)y'' - (z-1)y' + \exp(-z)y = 0$, entonces $z = 1$ es un pto.
    (a) Singular regular
    (b) Singular irregular
    (c) Ordinario
12. //Doménech// Dada la EDO $y'' - \dfrac{1}{(z-2)^2}y = 0$ sabemos que la relación de recurrencia que nos permite hallar los coeficientes del desarrollo en serie alrededor del punto $z_0 = 0$ es
    (a) $a_{n+2} = \dfrac{(n+1)a_{n+1} + [1 + n(n-1)]a_n}{(n+2)(n+1)}$
    (b) $a_{n+2} = \dfrac{4(n+1)a_{n+1} + [1 - (n+1)]a_n}{4n^2 + 12n + 8}$
    (c) $a_{n+2} = \dfrac{4(n+1)na_{n+1} + [1 - n(n-1)]a_n}{4n^2 + 12n + 8}$
13. //Gosálbez// Sea la ec. $y'' + y' - \exp(z)y = 0$. Encontrar la ley de recurrencia
    (a) $a_n = \dfrac{a_{n-1}}{(n-1)!} + \dfrac{a_{n+3}}{(n+2)(n+1)n!}$
    (b) $a_{n+2} = \dfrac{a_n - (n+1)!a_{n+1}}{a_{n+2}}$

(c) $a_{n+2} = \dfrac{a_{n+1} - (n+1)!a_{n-1}}{(n+3)!}$

14. //Pastor// Dada la ec. $z^2y'' + z^2y' + \sin(x)y = 0$ ¿cuál es el wronskiano?
    (a) x
    (b) $\sin(x)$
    (c) Ninguna de las anteriores
15. //Soler// Calcula la ley de recurrencia para la sol. serie de la ec. $y'' + y = 0$.alrededor de $z = 0$
    (a) $a_{n+2} = -a_n/(n+2)(n+1)$
    (b) $a_{n+2} = a_n/(n+2)(n+1)$
    (c) $a_{n+1} = -a_n/(n+2)(n+1)$
16. //Glez.Gala// Calcular los índices de la siguiente ec. $z^2y'' - z(1+z)y' + y = 0$
    (a) $\sigma = 1$, doble
    (b) $\sigma = 1$, $\sigma = 1/2$
    (c) $\sigma = 1$, $\sigma = 2$
17. //Gómez Salcedo// Teniendo en cuenta la ec. de Chebyshev $(1-z^2)y'' - zy' + n^n y = 0$, decir cuál de las siguientes afirmaciones no es correcta
    (a) Singularidad regular en $z = -1$
    (b) $\exists$ una solución en serie de Taylor alrededor de $z = 1$
    (c) $\exists$ una solución en serie de Frobenius alrededor de $z = 1$
18. //Galarza// Según el th. de Fuch para EDO lineal, alrededor de z_0 singular regular:
    (a) Deben existir necesariamente 2 soluciones en serie
    (b) No existirá ninguna solución cuando $z_0 = 0$
    (c) Existirá al menos una solución en serie
19. //Clemente// Sea una EDO $y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$. Estudiamos esta ec. en un punto x_0 de analiticidad. Entonces el desarrollo en serie de $p(x)$ es
    (a) $p(x) = \sum_0^\infty p_n(x_0 - x)^n$
    (b) $p(x) = \sum_0^\infty p_n(x_0 + x)^n$
    (c) $p(x) = \sum_0^\infty p_n(x - x_0)^n$
20. //Navalón// Supongamos una EDO $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$. Tomamos un punto $z = z_0$ singular regular. Existen unas conds. para que la solución $y(z)$ pueda determinarse en serie:

    1) $(z - z_0)p(z)$
    2) $(z - z_0)^2q(z)$

    sean analíticas. Estas conds. son
    (a) Necesarias y suficientes y deberán cumplirse ambas a la vez
    (b) Necesarias suficientes y bastará con cumplirse una de ellas
    (c) Necesarias y deberán cumplirse ambas a la vez