`J.A. Oteo. Departamento de Física Teórica (UVEG).[MMF3-B]`

TEMA 9: Ecuaciones en derivadas parciales.*

7 de junio de 2002

1. `//Oteo//` Dada la EDP

$$\begin{aligned} &u_t = \pi^{-2}u_{xx}\ (0<x<1)\ (0<t<\infty)\\ &u(0,t) = 0\\ &u(1,t) = 0\\ &u(x,0) = \frac{1}{2}\sin(\pi x) + \sin(2\pi x)\end{aligned}$$

   la solución en $x = 1/4, t = \ln 2$ vale

   (a) $\frac{1}{8}\left(\sqrt{2}+\frac{1}{2}\right)$
   (b) $\frac{1}{8}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}\right)$
   (c) $\frac{1}{4}\left(\sqrt{2}+\frac{1}{4}\right)$

2. `//Villaplana//` Dada la EDP

$$\begin{aligned} &u_t = \alpha^2 u_{xx}\ (0<x<1)\ (0<t<\infty)\\ &u(0,t) = 0\\ &u(1,t) = 0\\ &u(x,0) = \sin(\pi x)\end{aligned}$$

   la solución es:

   (a) $u(x,t) = \exp(-\pi^2\alpha^2 t)\sin(\pi x)$
   (b) $u(x,t) = \exp(-\pi^2\alpha^3 t)\sin(\pi x) + \exp(-9\pi^2\alpha^3 t)\sin(3\pi x)$
   (c) $u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty}\exp(-\lambda_n^2\alpha^2 t)\cos(n\pi x)$

3. `//Mtnez. Torres//` Resolver la EDP

$$\begin{aligned} &u_{tt} = c^2 u_{xx}\\ &u(x,0) = 0\\ &u_t(x,0) = -\tan x\end{aligned}$$

   (a) $\frac{1}{2c}\ln\frac{\cos(x+ct)}{\cos(x-ct)}$
   (b) $\frac{1}{2c}\ln\frac{\sin(x+ct)}{\sin(x-ct)}$
   (c) Ninguna de las anteriores

4. `//Calderón, Calvo//` Clasificar la EDP $u_{tt} = c^2 u_{xx} + \sin t$

   (a) Lineal, no homogénea, de segundo orden y coeficientes ctes.

*Autores: verificar!!

(b) Lineal, no homogénea, de segundo orden y coeficientes no ctes.

(c) NO lineal, no homogénea, de segundo orden y coeficientes no ctes.

5. //Plures// Resolver

$$\begin{aligned} u_{tt} &= c^2 u_{xx} \\ u(x,0) &= 0 \\ u_t(x,0) &= \cos x \end{aligned}$$

(a) $\frac{1}{2c}[\cos(x+ct) - \cos(x-ct)]$

(b) $\frac{1}{2c}[\sin(x+ct) - \sin(x-ct)]$

(c) $\frac{1}{2c}[\cos(x+ct+\frac{\pi}{2}) - \cos(x-ct+\frac{\pi}{2})]$

6. //Plures// Dada la EDP

$$Au_{xx} + Bu_{xy} + Cu_{yy} + Du_x + Eu_y + Fu = 0$$

¿cuándo es de tipo parabólico?

(a) $B^2 - 4AC = 0$

(b) $B^2 - 4AC > 0$

(c) $B^2 - 4AC < 0$

7. //Martín-Albo// Dada la solución $u(x,t) = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{c}\cos x \sin ct$, determinar las CI

(a) $\begin{cases} u(x,0) = \frac{\pi}{2} \\ u_t(x,0) = \cos x \end{cases}$

(b) $\begin{cases} u(x,0) = 0 \\ u_t(x,0) = \sin x \end{cases}$

(c) $\begin{cases} u(x,0) = -\frac{\pi}{2} \\ u_t(x,0) = \tan x \end{cases}$

8. //Clemente// Tipo de la siguiente EDP de segundo orden

$$\exp(-t)u_{xx} + u\ u_x + \sin t + u_t = 0$$

(a) Lineal y homogénea

(b) No homogénea y lineal

(c) Homogénea y no lineal

9. //Rdgz. Sánchez// ¿Cuál de estas conds. iniciales es compatible con el problema?

$$\begin{aligned} u_t &= \alpha^2 u_{xx}\ (0 < x < 1)\ (0 < t < \infty) \\ u(0,t) &= 0 \\ u_t(1,t) &= 0 \end{aligned}$$

(a) $\phi(x) = \cos(2\pi x) + \sin(3\pi x) + 2\sin(4\pi x)$

(b) $\phi)x) = 3x^3 + \frac{1}{3}x^{1/3} + \sin(2x)$

(c) $\phi(x) = 2x^2 + x - \pi$

10. //Navalón// Resolver la EDP

$$\begin{aligned} u_{tt} &= c^2 u_{xx} \\ u(x,0) &= x \sin x \\ u_t(x,0) &= 0 \end{aligned}$$

(a) 0

(b) $\frac{1}{2}\{[\sin(x+ct)](x+ct) + [\,]\sin(x-ct)](x-ct)\}$

(c) $\frac{1}{2}[\sin(x-ct)\cos(x+ct)]x$

11. //Doménech// Encontrarla solución de

$$\begin{aligned} u_{tt} &= c^2 u_{xx} \\ u(x,0) &= \sin x \\ u_t(x,0) &= 0 \end{aligned}$$

en $x = \pi, t = 1/c$:

(a) 3

(b) 1

(c) 0

12. //Gosálbez// Sea la EDP

$$\begin{aligned} u_{tt} &= c^2 u_{xx} \\ u(x,0) &= \begin{array}{l} \exp t, \ -1 < x < 1 \\ 0, \text{ si no} \end{array} \\ u_t(x,0) &= \exp x \end{aligned}$$

queremos saber la amplitud en la posición $x = ct$ donde suponemos $c = 1/5$, $t = 5$.

(a) 0

(b) $\frac{6}{10}e^2$

(c) $\frac{12}{10}e^2$

13. //Gómez_Salcedo// Sea la EDP

$$\begin{aligned} u_t &= \alpha^2 u_{xx} - \beta u \\ u(0,t) &= 0 \\ u_t(1,t) &= 0 \\ u(x,0) &= \phi(x) \end{aligned}$$

la solución en $t = 0$ es

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\pi x$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \exp[-(n\pi x)] \sin n\pi x$

(c) 0

14. //Morales-Herraiz// Dada la EDP

$$u_{tt} = c^2 u_{xx}$$
$$u(x,0) = 0$$
$$u_t(x,0) = \cos^2 x$$

la solución es

(a) $\frac{1}{2c}[ct + \frac{1}{2}\sin(2ct)\cos 2x]$
(b) $x + \frac{\sin(xct) - \sin(xct)}{4}$
(c) Ninguna de las anteriores

15. //Rodrigo// Si sólo tenemos conds. iniciales en la ec. de ondas $u_{tt} = c^2 u_{xx}$ es debido a

(a) Las CC son idénticas a las CI
(b) Siempre hay que poner CC, así que el enunciado está mal
(c) No hacen falta las CC porque el dominio espacial donde se define la EDP es doblemente infinito