

J.A. Oteo. Departamento de Física
Teórica (UVEG). [MMF3-B:2002-3]

TEMA 1: Números complejos y funciones hiperbólicas.*

18 de diciembre de 2002

1. //Oteo// Calcular $\tanh^{-1}(1/2)$
 - a) $\frac{1}{2} \ln 3$
 - b) $\ln(3/2)$
 - c) $\ln 3$

2. //Pérez Ductor [Mayoral]// Indica cuál de las siguientes expresiones es equivalente al $\sin^3 \alpha$
 - a) $\frac{3}{4} \sin \alpha - \frac{1}{4} \sin 3\alpha$
 - b) $\frac{1}{2} \sin \alpha + \frac{1}{4} \sin 3\alpha$
 - c) $\frac{3}{4} \sin \alpha + \frac{1}{4} \sin 3\alpha$

3. //Usach [Vicente]// Sean los números complejos $z = 4 - 3i$, $w = 2i$, entonces w^z es
 - a) $\ln \sqrt{2} + i(\pi/2 + 2\pi k)$
 - b) $2 \exp[4 + 3(\pi/2 + 2\pi k)] \exp i[(2\pi + 8\pi k) - 3 \ln 2]$
 - c) $\sqrt{2} \exp(3\pi/2 + 6\pi k) \exp i(\sqrt{3} + 4\pi/3 + 2\pi k)$

4. //Alabau [Mayoral]// ¿Cuánto vale el número complejo correspondiente a la expresión $[\exp(i\operatorname{Im}(\operatorname{Ln}i))]^{1/2}$?
 - a) $\exp(i\pi/4), \exp(-i3\pi/4)$
 - b) $\exp(i\pi/2), \exp(i\pi)$
 - c) $\ln 1 + i(\pi/2 + 2k\pi)$

5. //Bonaque [Campos]// ¿Cuál es el resultado de la siguiente suma $z^n + \frac{1}{z^n}$?
 - a) $n \cos 2\theta$
 - b) $2 \cos n\theta$
 - c) $\cos n\theta + [i \sin \theta]^{-1}$

6. //Lacomba [Ruiz Fuertes]// El $\cosh x$ presenta:
 - a) Un mínimo en $(0, 1)$

*Preguntas y respuestas contrastadas por [...]

- b) Un máximo en $(0, -1)$
 c) Un pto. de inflexión en $(0, 0)$
7. //Marco [Gascó]// Cuál de estas identidades no es correcta:
 a) $\tanh ix = -i \tanh x$
 b) $\sin ix = i \sinh x$
 c) $\sin ix = \frac{i}{2}(\exp(x) - \exp(-x))$
8. //Planells, González [Planells, Yago]// Sea $z = \exp(i\pi/4) + \sqrt{2} \exp(i\pi)$.
 Las soluciones de la raíz cúbica de z son
 a) $\exp(i\pi/4), \exp(i11\pi/12), \exp(i19\pi/12)$
 b) $\exp(i\pi/2), \exp(i\pi/2), \exp(-i\pi/2)$
 c) $\exp(i\pi/4), \exp(-i\pi/4), \exp(i11\pi/12)$
9. //Campos [Bonaque] Determinar $\log_{-i} i$.
 a) $\frac{\pi/2+2k\pi}{3\pi/2+2k\pi}$
 b) $\frac{3\pi/2+2k\pi}{\pi/2+2k\pi}$
 c) $\frac{\pi/2+2k\pi}{-i(3\pi/2+2k\pi)}$
10. //Lladró [Marín]// Determinar $\left(\frac{2+i\sqrt{2}}{\sqrt{2}-2i}\right)^8$
 a) -1
 b) 1
 c) $\exp(i\pi/2)$
11. //Navarro [Soria]// Determinar $\sqrt[3]{-2 - 2\exp(i\pi/2)}$
 a) $\sqrt[3]{2} \exp(i5\pi/12)$
 b) $\sqrt{2} \exp(i5\pi/2)$
 c) $\sqrt{2} \exp(i5\pi/4)$
12. //Yago [González]// Dado $-2 - 2i$ cuál de las siguientes es correcta:
 a) Su módulo vale $3\sqrt{5}$
 b) Su valor ppal. vale $-\pi/3$
 c) Su complejo conjugado tiene un valor ppal. $3\pi/4$
13. //Planells [Planells]// Hallar la expresión de $\sin(\theta + \phi)$ a partir del producto $\exp(i\theta) \exp(i\phi)$.
 a) $\cos \theta \cos \phi - \sin \theta \sin \phi$
 b) $\cos \theta \sin \phi + \sin \theta \cos \phi$
 c) $\sin \theta \sin \phi - \cos \theta \cos \phi$
14. //Mayoral [Ripoll]// Determinar $(-1 + \sqrt{3}i)^{1/2}$
 a) $\sqrt{2} \exp(-i\pi/3), \sqrt{2} \exp(2i\pi/3)$

b) $\sqrt{2} \exp(i\pi/3), \sqrt{2} \exp(-2i\pi/3)$

c) $\sqrt{2} \exp(-i\pi/3), \sqrt{2} \exp(4i\pi/3)$

15. //Soldevila [Lizondo]// Indicar cuál no es correcta:

a) $\sin \theta = (\exp i\theta - \exp(-i\theta))/2$

b) $\exp(-i\theta) = \cos \theta + i \sin \theta$

c) $\cosh \theta = (\exp \theta + \exp -\theta)/2$

16. //Romero [Ruiz]// Indica cuál es incorrecta:

a) $\tan x = \frac{\exp ix + \exp -ix}{\exp ix - \exp -ix}$

b) $\tanh x = \frac{\exp x - \exp -x}{\exp x + \exp -x}$

c) $\sin x = (\exp ix - \exp -ix)/2i$

17. //Pedrueza [Gascó]// Determinar $\sqrt[3]{-2 - 2 \exp(i\pi/2)}$

a) $\sqrt[3]{2} \exp(i5\pi/12)$

b) $\sqrt{2} \exp(i5\pi/12)$

c) $\sqrt{2} \exp(i\pi/12)$

18. //Gascó [Pedrueza]// Señalar la verdadera

a) $\tanh^{-1} x = \frac{\sinh^{-1} x}{\cosh^{-1} x}$

b) $\exp -i\alpha = \cos \alpha - i \sin \alpha$

c) $\tan \alpha = \frac{\exp i\alpha - \exp -i\alpha}{\exp i\alpha + \exp -i\alpha}$

19. //Vicente [Marco]// Determinar $\operatorname{Re} \exp(2 + 3i)$

a) $e^2 \cos 3$

b) $e^2 \sin 3$

c) $ie^2 \sin \frac{\pi}{2}$

20. //Poquet [Díez]// Determinar $i^{(-i)}$

a) $\exp(\pi + 4k\pi)$

b) $\exp(\pi/2 + 2k\pi)$

c) $\exp(\pi/2 - 2k\pi)$

21. //Díez [Poquet]// Determinar $\operatorname{Ln}(-2 + 2i)$

a) $\ln \sqrt{8} + i(-\pi/4 + 2k\pi)$

b) $\ln \sqrt{8} + i(3\pi/2 + 2k\pi)$

c) $\ln \sqrt{8} + i(3\pi/4 + 2k\pi)$

22. //Limeres [Lizondo]// Determinar el argumento de $\sqrt{2^i \exp i\pi/4}$

a) $\pi/2 + \ln 20$

b) $\pi/6 + \ln 5$

c) $(\pi/4 + \ln 2)/2$

23. //Engra [Navarrete]// Determinat el c.c. de $(1 + i)^{2 \exp -i\pi}$
- $i/2$
 - $1/2$
 - $(1 - i)^{-2 \exp i\pi}$
24. //Navarrete [Engra]// Determinar el número complejo (a, b) solución de $(a + bi)\sqrt{2} \exp(i(\pi/4 + 2\pi n)) = 2 \exp(-i(\pi + 2\pi n))$
- $(-1, 1)$
 - $(0, 2)$
 - $\exp(-i\pi/2)$
25. //Marín [Lladró]// Calcular en forma binomial $(\sqrt{3} + i)^{15}$
- $32768i$
 - $32768 + i$
 - $-32769i$
26. //Soria [Marco]// Obtener los valores de θ que verifican $\cos \theta = 3$.
- $2k\pi + i \text{Ln}3$
 - $2k\pi - i \ln(3 + 2\sqrt{2})$
 - $2k\pi - i \ln(3 \pm 2\sqrt{2})$
27. //Arnau [Lacomba]// Determinar $\int -\exp(-ax) \sin(bx) dx$
- $-\exp(-ax)(-a \sin bx - b \cos bx)/(a^2 + b^2)$
 - $-\exp(-ax)(-a \cos bx + b \sin bx - ai \sin bx - ib \sin bx - ib \cos bx)/(a^2 + b^2)$
 - $a \exp(-ax) \cos xbx$
28. //Blasco [Navarro]// Marcar la respuesta correcta de $(i^3)^i$
- $1 + \exp(\pi/2 - 2k\pi)$
 - $\exp(\pi/2 - 2k\pi)$
 - $\exp(i3\pi/2)$
29. //Navarro [Blasco]// Según el Th. de de Moivre $(\sin \theta)^2$ se puede escribir como:
- $(1 - \cos \theta)/2$
 - $(\cos 3\theta + 3 \cos \theta)/4$
 - $(1 - \cos 2\theta)/2$
30. //Ruiz [Lacomba]// Sabiendo que $\text{Ln}(z) = \ln \sqrt{12} + i(\pi/6 + 2k\pi)$, evaluar $\sqrt[3]{(z - z^*)/2}$
- $3^{1/6} \exp(i\pi/6), 3^{1/6} \exp(i5\pi/6), 3^{1/6} \exp(i3\pi/2)$
 - $3^{1/6} \exp(i\pi/2), 3^{1/6} \exp(i7\pi/6), 3^{1/6} \exp(i11\pi/2)$
 - $3^{1/6} \exp(i\pi/6), 3^{1/6} \exp(i13\pi/6), 3^{1/6} \exp(i25\pi/2)$