# J.A. Oteo. Departamento de Física Teórica ( UVEG).[MMF3-B:2002-3]

**TEMA 2: Series de Fourier.***

16 de enero de 2003

1. `//Oteo//` Un posible desarrollo en serie de Fourier de $x$, $(-2 < x < 2)$ viene dado por

   *a*) $-\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \sum_1^\infty \frac{(-1)^n}{(2n-1)^2} \sin\frac{\pi x(2n-1)}{4}$

   *b*) $-4\sum_1^\infty \frac{(-1)^{r+1}}{\pi r} \sin\frac{\pi r x}{2}$

   *c*) -$\sum_{-\infty}^\infty \frac{2i(-1)^k}{k\pi} \exp\frac{\pi i k x}{2}$, $\quad k \neq 0$

2. `//Navarrete [Engra]//` La función $y = \pi x^2 + 2ex^4 - \exp(x^2/2)$ puede representarse en el dominio $[-3, 3]$ como

   *a*) $\sum a_r \cos rx$

   *b*) $\sum b_r \sin rx$

   *c*) $\sum a_r \cos rx + \sum b_r \sin rx$, con $b_r \neq 0$ para algún $r$.

3. `//Herrera [Carrasco]//` Desarrollar en serie de Fourier $f(\theta) = \theta - \pi$ $(0 < \theta < 2\pi)$

   *a*) $2\sum_1^\infty \frac{\sin 3m\theta}{3m}$

   *b*) $\frac{2}{\pi}\sum_1^\infty \frac{\sin m\theta}{m}$

   *c*) $2\sum_1^\infty \frac{\sin m\theta}{m}$

4. `//Alabau [Herrera]//` Desarrolla en serie de Fourier seno la función $f(x) = \cos x$.

   *a*) No se puede

   *b*) $\sin(x + \pi/2)$

   *c*) $\sum_1^\infty \cos rx$

5. `//Poquet, Lladró [Díez, Marí]//` ¿Cuál de estas expresiones es la correcta?

   *a*) $c_r = \frac{2}{L}\int_{x_0}^{x_0+L} dx f(x) \exp(-2i\pi x/L)$

   *b*) $c_r = \frac{1}{L}\int_{x_0}^{x_0+L} dx f(x) \exp(2i\pi x/L)$

   *c*) $c_r = \frac{1}{L}\int_{x_0}^{x_0+L} dx f(x) \exp(-2i\pi x/L)$

6. `//Mayoral, González [Pérez, Yago]//` Indica el enunciado correcto del Th. de Parseval.

*Preguntas y respuestas contrastadas por [...]

*a*) $\frac{1}{L}\int_{x_0}^{x_0+L} dx|f(x)|^2 = \sum_{\infty}^{\infty} |c_r|^2 = (a_0/2)^2 + (1/2)^2 \sum_1^{\infty}(a_r^2 + b_r^2)$

*b*) $\frac{1}{L}\int_{x_0}^{x_0+L} dx|f(x)|^2 = \sum_{\infty}^{\infty} |c_r|^2 = (a_0/2)^2 + (1/2) \sum_1^{\infty}(a_r^2 + b_r^2)$

*c*) $\frac{1}{L}\int_{x_0}^{x_0+L} dx|f(x)| = \sum_{\infty}^{\infty} |c_r|^2 = (a_0/2)^2 + (1/2)^2 \sum_1^{\infty}(a_r^2 + b_r^2)$

7. `//Sanmartín, Ruiz [Albarracín, Lacomba]//` Sea la función $f(x) = x^2$ definida en el intervalo $-2 < x < 2$. Calcular el coeficiente $a_0$ de la serie de Fourier coseno.

   *a*) 0

   *b*) 8/3

   *c*) 4/3

8. `//Planells, Díez, Marco, Albarracín [Planelles, Poquet, Vargas, [Sanmartín]//` Sea $\int_{x_0}^{x_0+L} \exp(-2\pi irx/L)\exp(2\pi irx/L)dx$. Señala la opción incorrecta.

   *a*) $L$ si $r = p$

   *b*) 0 si $r \neq p$

   *c*) $L$ si $r \neq p$

9. `//Morata, Usach, Blasco, Engra [Molina, Gascó, Arnau, Navarrete]//` Una de las conds. de Dirichlet es que la integral de $f(x)$ sea:

   *a*) divergente en un periodo

   *b*) convergente en un periodo

   *c*) absolutamente convergente

10. `//Vargas [Marco]//` ¿Cuál de estas funciones es de tipo Dirichlet?

    *a*) $\tan(x)$ $(-\pi/2 < x < \pi/2)$

    *b*) $3\exp(x-4)$ $(-1 < x < 3)$

    *c*) $\cosh x$

11. `//Pérez [Mayoral]//` Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 0, -\pi & < x \leq 0 \\ h, 0 & < x \leq \pi \end{cases}$$

    señala el resultado correcto.

    *a*) $a_0 = h, a_r = 0, b_r = \frac{h}{\pi r}[1 - (-1)^r]$

    *b*) $a_0 = -h\pi, a_r = \frac{1}{\pi}[(-1)^r - 1], b_r = 0$

    *c*) $a_0 = h, a_r = \frac{1}{\pi}[(-1)^r + 1], b_r = \frac{h}{\pi}[(-1)^r + 1]$

12. `//Romero [Ruiz]//` Teniendo en cuenta $x^2 = \frac{4}{3} + 16\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^r}{\pi^2 r^2} \cos\frac{\pi r x}{2}$, en el dominio $-2 < x < 2$ ¿cuál sería la serie de Fourier de $x$?

    *a*) $-8\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^r}{\pi r} \sin\frac{\pi r x}{2}$

    *b*) $-16\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^r}{\pi r} \cos\frac{\pi r x}{2}$

    *c*) $-8\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^r}{\pi r} \sin\frac{\pi r x}{4}$

13. `//Lacomba [Ruiz]//` Si $x_d$ es una discontinudad finita de $f(x)$, entonces la serie de Fourier de $f$ en $x_d$ vale

*a*) $[f(x_d-\epsilon)+f(x_d+\epsilon)]/2$

*b*) $f(x_d)/2$

*c*) $[f(x_d-\epsilon)-f(x_d+\epsilon)]/2$

14. `//Planelles [Planells]//` A partir del Th. de Parseval y de la serie de Fourier de $x^2$ calcula el valor de la suma $\sum_1^\infty r^{-4}$

$$x^2=\frac{4}{3}+16\sum_1^\infty\frac{(-1)^r}{\pi^2r^2}\cos\frac{\pi rx}{2},\qquad -2<x<2.$$

*a*) $\pi^4/90$

*b*) $90/\pi^4$

*c*) $\pi^4/30$

15. `//Pedrueza [Marco]//` Sabiendo que

$$|\sin x|=\frac{2}{\pi}-\frac{4}{\pi}\sum_1^\infty\frac{\cos 2nx}{4n^2-1},\qquad -\pi<x<\pi$$

calcular $\sum_1^\infty\frac{(-1)^{n-1}}{4n^2-1}$

*a*) $(\pi-1)/4$

*b*) $(\pi-2)/4$

*c*) $3\pi/2-1$

16. `//Arnau [Ruiz]//` ¿Cuál es el desarrollo de Fourier de $\frac{1}{x-1}$, $-\infty<x<\infty$?

*a*) No cumple Dirichlet

*b*) $\sinh x\{1+2\sum_1^\infty\frac{(-1)^r}{1+r^2+\pi^2}[\cos r\pi x-\pi r\sin r\pi x]\}$

*c*) $\sum_1^\infty\frac{4}{\pi(2r-1)}\sin(2\pi(2r-1)x/L)$

17. `//Gascó [Vicente]//` Sabiendo que el coeficiente $c_r=\frac{(-1)^r(e^2-1)}{2e(1-\pi ir)}$ en la serie de Fourier de $\exp x$, $-1<x<1$, entonces el coeficiente $a_r$ será:

*a*) $\frac{2(-1)^r\sinh 1}{1+\pi^2r^2}$

*b*) $\frac{-2\pi r(-1)^r\sinh 1}{1+\pi^2r^2}$

*c*) $\frac{(-2)^r\sinh 1}{1+\pi^2r^2}$

18. `//Limeres [Lizondo]//` Desarrolla en serie trigonométrica de Fourier la función $x^3$, $-1<x<1$.

*a*) $1+\sum_1^\infty\frac{12-2\pi^2r^2}{\pi^3r^3}\cos\pi rx$

*b*) $\sum_1^\infty(-1)^r\frac{12-2\pi^2r^2}{\pi^3r^3}\sin\pi rx$

*c*) $\sum_1^\infty(-1)^r\frac{144}{\pi^3r^2}\sin 2\pi rx$

19. `//Vicente [Gascó]//` Uno de los siguientes desarrollos en serie no corresponde a la función $x^2$ $(-2<x<2)$. ¿Cuál es?

*a*) $\frac{4}{3}+\frac{16}{\pi^2}\sum_1^\infty\frac{(-1)^r}{r^2}\cos\frac{\pi rx}{2}$

*b*) $\frac{4}{3}+\frac{16}{\pi^2}\sum_1^\infty\frac{(-1)^r}{r^2}\sin\frac{\pi rx}{2}$

*c*) $\frac{4}{3} + \frac{16}{\pi^2} \sum_1^\infty \frac{(i)^{2r}(\cosh^2 \frac{r}{2} - \sinh^2 \frac{r}{2})}{r^2} \cos \frac{\pi r x}{2}$

20. `//Navarro [Marco]//` Siendo $c_r$ el coeficiente de la serie de Fourier compleja y $a_r$ el del la serie de Fourier coseno, entonces $a_r$ puede escribirse como:

   *a*) $c_r^* - c_r$

   *b*) $\mathrm{Re}(c_r)/2$

   *c*) $i(c_r - c_r^*)$