

J.A. Oteo. Departamento de Física  
Teórica ( UVEG). [MMF3-B:2002-3]

TEMA 3: Transformadas integrales.\*

15 de enero de 2003

1. //Oteo// Calcular la TF de  $\cos at + \sin at$ .

- a)  $\sqrt{\frac{\pi}{2}}[\delta(\omega - a) + \delta(\omega + a) - i\delta(\omega - a) + i\delta(\omega + a)]$   
b)  $\sqrt{\frac{\pi}{2}}[i\delta(\omega - a) + i\delta(\omega + a) - \delta(\omega - a) + \delta(\omega + a)]$   
c)  $\sqrt{\frac{\pi}{2}}[-\delta(\omega - a) + \delta(\omega + a) + i\delta(\omega - a) + i\delta(\omega + a)]$

2. //Pérez [Mayoral]// Indica cuál es la TF de

$$f(t) = \begin{cases} 1, & 0 < x < a \\ 0, & -a < x < 0 \end{cases}$$

- a)  $(1 + \exp 2\omega a)/(-i\omega\pi)$   
b)  $(1 - \exp i\omega a)/(i\omega\pi)$   
c)  $(1 - \exp -i\omega a)/(i\omega\sqrt{2\pi})$

3. //Ruiz [Lacomba]// Dada

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ 2 \exp(-2t)/3, & t > 0 \end{cases}$$

su TF es:

- a)  $\frac{-2}{3\sqrt{2\pi}} \frac{1}{i\omega+2}$   
b)  $\frac{2}{3\sqrt{2\pi}} \frac{1}{i\omega+2}$   
c)  $\frac{-2\omega}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{i\omega+2}$

4. //Mayoral [Pérez]// Indica qué afirmación acerca de la func. de Heaviside es falsa.

- a) Su derivada coincide con la  $\delta$ -Dirac  
b) Su producto por otra función  $f(x)$  hace nulos los valores de  $f(x)$  para  $x < 0$  y deja invariantes los valores de  $f(x)$  para  $x > 0$   
c)  $H(0) = 0$

5. //Navarrete [Vargas]// Dado  $\delta(-ah(x))$  siendo  $a$  constante,  $h(x_i) = 0$  para  $n$  valores  $\{x_i\}_1^n$ , y  $h'(x) \neq 0$ , ¿cuál es la afirmación correcta?

- a)  $h(x) \sum_1^n \frac{\delta(x-x_i)}{|h'(x_i)|} = 0$

---

\*Preguntas y respuestas contrastadas por [...]

- b)  $\frac{h(x)}{|a|} \sum_1^\infty \frac{\delta(x-x_i)}{|h'(x_i)|} \neq 0$   
 c)  $|a|h(x)\delta(-ah(x)) = -h(x)\delta(h(x)) = cte.$
6. //Poquet [Díez]// Sabiendo que el producto de convolución viene dado por  $h(z) = \int_{-\infty}^\infty f(x)g(z-x)$ , ¿cuál de las siguientes expresiones es la correspondiente a la TF de dicho producto?  
 a)  $\tilde{h}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\tilde{f}(\omega)\tilde{g}(\omega)$   
 b)  $\tilde{h}(\omega) = \sqrt{2i}\tilde{f}(\omega)\tilde{g}(\omega)$   
 c)  $\tilde{h}(\omega) = \sqrt{2\pi}\tilde{f}(\omega)\tilde{g}(\omega)$
7. //Navarro [Marco]// La TF de  $f(t) = C$  es:  
 a)  $C\sqrt{2\pi}\delta(t)$   
 b)  $C\sqrt{2\pi}\delta(\omega)$   
 c)  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^\infty C \exp(i\omega t) dt$
8. //Sanmartín [Poquet]// Calcular Transf. de Laplace de  $f(t) = t$ .  
 a)  $-1/s^2, s \neq 0$   
 b)  $1/s^2, s \neq 0$   
 c)  $1/s, s \neq 0$
9. //Marí [Lladró]// De la definición de la delta de Dirac sabemos que:  
 a)  $\int_a^b f(x)\delta(x-c)dx = f(c), c \in [a, b]$   
 b)  $\int_a^b f(x)\delta(x-c)dx = 0, c \in [a, b]$   
 c)  $\int_a^b f(x)\delta(x-c)dx = f(x-c), c \notin [a, b]$
10. //Medrano [Navarrete]// Teniendo en cuenta las props. de la TF, calcula  $\mathcal{F}[\int^t f(as+b)ds]$   
 a)  $\frac{\exp ib\omega}{i\omega a} \tilde{f}(\omega/a)$   
 b)  $\exp ib\omega \tilde{f}(\omega/a) + C\sqrt{2\pi}\delta(\omega)$   
 c)  $\frac{\exp ib\omega}{i\omega a} \tilde{f}(\omega/a) + C\sqrt{2\pi}\delta(\omega)$
11. //Engra [Marco]// Dado el teorema de inversión de Fourier  $f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty d\omega \exp i\omega t \int_{-\infty}^\infty du f(u) \exp -i\omega u$ , podemos separarlo en  $\tilde{f}(\omega) = X \int_{-\infty}^\infty dt f(t) \exp -i\omega t$  y  $f(t) = Y \int_{-\infty}^\infty d\omega \tilde{f}(\omega) \exp i\omega t$ . En nuestra convención, ¿qué es X, Y?  
 a)  $X = 1/2\pi, Y = 0$   
 b)  $X = 0, Y = 1/2\pi$   
 c)  $X = 1/\sqrt{2\pi}, Y = 1/\sqrt{2\pi}$
12. //Marco [Gascó]// Utilizando las props. de la delta de Dirac, averigua cuál de las siguientes integrales tiene el valor más pequeño.  
 a)  $\int_{-1}^4 \exp(t+4)\delta(t-3)dt$   
 b)  $\int_{-1}^4 4 \exp(t)\delta(4t)dt$   
 c)  $\int_{-\infty}^\infty 7t\delta(t-1)dt$

13. //Diez [Poquet]// ¿Cuál de las siguientes expresiones es la correcta para expresar el teorema de Wiener-Kinchin?
- $\tilde{C}(\omega) = \sqrt{(2\pi)}[\tilde{f}(\omega)\tilde{g}(\omega)^*]$
  - $\tilde{C}(\omega) = \sqrt{(2\pi)}[\tilde{f}(\omega)]^*\tilde{g}(\omega)$
  - $\tilde{C}(\omega) = \sqrt{(2i)}[\tilde{f}(\omega)]^*\tilde{g}(\omega)$
14. //Lacomba [Ruiz]// ¿Cuál de estas expresiones es falsa?
- $\delta(-t) = -\delta(t)$
  - $\delta(h(t)) = \sum_{i:\text{ceros de } h} \frac{\delta(t-t_i)}{|h'(t_i)|}$
  - $\mathcal{F}[f(at)] = \frac{1}{a}\tilde{f}(\omega/a)$
15. //Limeres [Usach]// Señala la sentencia incorrecta:
- $H(x) = 1, \forall x > 0$
  - $H'(x) = \delta(x)$
  - $\delta(x) = 0, \forall x$
16. //Blasco [Gascó]// Si tenemos una función  $f(t)$ , su TF es:
- Esa función pero de una variable distinta
  - La función inversa de  $f(t)$
  - Una nueva función de una nueva variable
17. //Planells [Planells]// ¿Cuál de estas props. no la cumple la delta de Dirac?
- $\delta(at) = \delta(t)/|a|$
  - $\delta(t) = -\delta(-t)$
  - $t\delta(t) = 0, \forall t$
18. //Planells [Planells]// Calcula la transf. de Laplace de la función  $f(t) = \exp at$ .
- $1/(s - a), s > a$
  - 0
  - No existe
19. //Arnau [Ruiz]// ¿Qué afirmación es correcta?
- $H'(x) = \delta(x)$
  - $\delta(t) \neq \delta(-t), \forall t$
  - $\delta(t) = 0, \forall t$
20. //Vicente [Pedrueza]// Señala la respuesta correcta si se cumple que  $\mathcal{F}[f(t)] \in \mathcal{R}$ .
- $\mathcal{F}[\mathcal{F}[f(t)]] = f(t)$
  - $\mathcal{F}[\mathcal{F}[f(t)]] = f^*(t)$
  - $\mathcal{F}[\mathcal{F}[f(t)]] = f(t) + \exp i\omega t$
21. //Romero [Ruiz]// ¿Qué se sabe de la TF de una delta de Dirac?

- a) Que es una cte.  
 b) Que es una función barrera  
 c) Que es otra delta de Dirac
22. //Ruiz [Romero]// Indica a qué es igual  $\delta(h(t))$  (siendo  $t_i$  los ceros simples de  $h(t)$ )
- a)  $\frac{\delta(t-t_i)}{|h'(t)|}$   
 b)  $\sum_i \frac{\delta(t-t_i)}{|h'(t_i)|}$   
 c)  $\sum_i \frac{\delta(t_i-t)}{|h(t_i)|}$
23. //González [Yago]// Estudiando la relación de la función delta de Dirac con la TF podemos concluir que la delta de Dirac se puede representar como
- a)  $\lim_{\Omega \rightarrow 0} \frac{\sin \Omega t}{\pi t}$   
 b)  $\lim_{\Omega \rightarrow \infty} \frac{\sin \Omega t}{\pi t}$   
 c)  $\lim_{\Omega \rightarrow \infty} \frac{\sin \Omega t}{\sqrt{2\pi t}}$
24. //Gascó [Marco]// ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?
- a)  $H'(x) = \delta'(x)$   
 b)  $H(x)$  es derivable en el intervalo  $] -\infty, \infty[$   
 c)  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)H'(x)dx = f(0)$
25. //Pedrueza [Marco]// Señala cuál de las siguientes expresiones no es la correcta.
- a)  $\delta(at) = \delta(t)/|a|$   
 b)  $\tilde{f}[f(x) * g(x)] = \tilde{f}(\omega)\tilde{g}(\omega)$   
 c)  $\delta(-t) = \delta(t)$
26. //Lladró [Marín]// ¿Qué prop. cumple la TF de la derivada de  $f(t)$ ?
- a)  $\mathcal{F}[f'(t)] = \frac{i}{\omega}\mathcal{F}[f(t)]$   
 b)  $\mathcal{F}[f'(t)] = -\frac{i}{\omega}\mathcal{F}[f(t)]$   
 c)  $\mathcal{F}[f'(t)] = i\omega\mathcal{F}[f(t)]$