

J.A. Oteo. Departamento de Física
Teórica (UVEG). [MMF3-B:2002-3]

TEMA 4: Variable compleja *

16 de enero de 2003

1. //Oteo// Encontrar el desarrollo de Laurent de $f(z) = 1/z(z-1)$ alrededor de $z = 1$.
 - a) $1/(z-1) - 1 + (z-1) - (z-1)^2 + (z-1)^3 + \dots$
 - b) $1/(z-1) + 1 + (z-1) + (z-1)^2 + (z-1)^3 + \dots$
 - c) $-1/(z-1) + 1 - (z-1) + (z-1)^2 - (z-1)^3 + \dots$
2. //Blasco [Navarrete]// Si z es una variable compleja, el radio de convergencia R de la serie de potencias $\sum_{n=0}^{\infty} 2nz^n/(n+1)$ es:
 - a) ∞
 - b) 0
 - c) 1
3. //Navarrete [Vargas]// Dada la función $f(z) = 2ax - iby - bx + iay$ donde $a, b \in \mathbb{R}/a \neq b$. ¿Cuál de las siguientes condiciones debe verificarse para que $f(z)$ sea diferenciable?
 - a) $a = 0, b$ arbitrario
 - b) a arbitrario, $b = 0$
 - c) $a = 0, b = 1$
4. //Romero [Ruiz]// Señala cuál es el valor correcto de la integral $\int_{-\infty}^{\infty} \cos \pi x/(x^2+1)dx$.
 - a) e/π
 - b) $\pi \exp(-\pi)$
 - c) $e\pi$
5. //Engra [Marco]// Calcula el residuo en $z = i$ de la función: $\exp(iz)/(z^2+1)^2$, polo de orden 2.
 - a) $i\pi/8e$
 - b) $-i/2e$
 - c) $2e/3i$
6. //Marco [Engra]// Sea $f(z) = 1/z$,. Calcula la integral $\oint f(z)dz$ a lo largo de la circunferencia de radio R .

*Preguntas y respuestas contrastadas por [...]

- a) $2\pi R$
 b) $2\pi i R$
 c) $2\pi i$
7. //Lacomba [Ruiz]// Calcular el residuo en $z = 0$ y en $z = 2$ de la función $1/z(z - 2)^3$.
 a) $a_{-1}(0) = 1/8, a_{-1}(2) = 1/8$
 b) $a_{-1}(0) = -1/8, a_{-1}(2) = 1/8$
 c) $a_{-1}(0) = 1/8, a_{-1}(2) = -1/8$
8. //Poquet [Díez]// ¿Cuál es el residuo de la función $1/z$, en $z = 0$?
 a) 2π
 b) $2\pi i$
 c) $\pi/2i$
9. //Vicente [Usach]// ¿Cuánto vale $\oint_C (z^2 - 3)/(z - 1) dz$ si C es un círculo de radio $R < 3$ centrado en $z = 4$?
 a) 1
 b) $2\pi R/3$
 c) 0
10. //Planelles [Planelles]// Calcular el residuo en $z = i$ de la función $\exp(iz)/(z^2 + 1)^2$.
 a) $-i/2e$
 b) $1/2$
 c) $1/i$
11. //Planelles [Planelles]// Calcular el residuo en $z = i$ de la función $1/(1 + z^2)^2$.
 a) $1/2i$
 b) $1/8i$
 c) $1/4i$
12. //Navarro [Pedrueza]// Encuentra los puntos de ramificación de la función compleja $\sqrt{z^2 + 1}$.
 a) $i, -i$
 b) $1, i$
 c) $1 - i, 1 + i$
13. //Pedrueza [Marco]// Averigua el valor de la integral siguiente: $\int_{-\infty}^{\infty} dx/(x^2 + 4x + 5)^2$.
 a) $\pi/2$
 b) $2/\pi$
 c) $1/2$
14. //Gascó [Engra]// Los puntos de singularidad de $\tanh z$ son:

- a) $i\pi(k+1)$
 b) $i\pi(k+1/2)$
 c) $i\pi(k+1/4)$
15. //Pérez [Mayoral]// Estudia la convergencia absoluta de la serie: $\sum_0^\infty z^n/(1+n)!$ y señala el resultado correcto.
 a) Converge $\forall z$ en el plano complejo
 b) No converge para ningún valor de z
 c) Converge condicionalmente
16. //Mayoral [Pérez]// La función $f(z) = 3x^2 + 5x - 3y^2 + i(6xy + 5y)$
 a) No es analítica en ningún dominio
 b) Su dominio de analiticidad es todo el plano complejo
 c) Su regularidad depende de los valores de x e y
17. //Planelles [Planelles]// Dada $f(z) = z/(z^3 - 4z^2 + 4z)$:
 a) $f(z)$ tiene un polo de orden 2 en $z = 2$
 b) $f(z)$ no tiene ningún polo
 c) $f(z)$ tiene un polo triple de $z = 0$ y uno simple en $z = 1$
18. //Limeres [Soldevila]// Calcula la integral de $1/z^3$ a lo largo de una circunferencia de radio R centrada en $z = 0$.
 a) $2\pi i$
 b) πi
 c) 0
19. //Ruiz [Lacomba]// Sea la función $f(z) = 1/z$. Entonces $\partial f/\partial z^*$ vale:
 a) $-1/z^2$
 b) $1/z^2$
 c) 0
20. //Lacomba [Ruiz]// Dada la función de variable compleja $f(z) = z \exp z$, se cumple:
 a) Es analítica en todo el plano complejo
 b) No es analítica en algún punto del plano complejo
 c) Posee una singularidad
21. //Arnau [Ruiz]// Clasificar la singularidad de $z/(z+1)(z+2)$ en $z = -2$.
 a) Polo simple
 b) Singularidad esencial
 c) Polo doble
22. //Arnau [Lacomba]// ¿Qué puntos de ramificación tiene la función $f(z) = \sqrt{z^2 + 2}$?
 a) $\pm i\sqrt{2}$

b) No tiene

c) $\pm 2i$

23. //Yago [González]// Sea $f(z)$ analítica en el dominio D y $f'(z)$ continua en C . Se cumple que:

a) $\oint_C f(z)dz = 0$

b) $\oint_C f(z)dz = 2\pi ia_{-1}$

c) Ninguna de las anteriores