J.A. Oteo. Departamento de Física Teórica (UVEG).[MMF3-B:2003-4]

TEMA 2: Series de Fourier.*

12 de noviembre de 2003

1. //Oteo// La serie de Fourier siguiente

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \sin(\pi k x/2)}{k}$$

puede corresponder a la función:

a) $-\pi x/4$, $(-1/2 < x < 1/2)$
b) $-3x/4$, $(-2 < x < 2)$
c) $\pi x/4$, $(-1/2 < x < 1/2)$

2. //Fabregat [Pons]// Cuando se calcula la SF de $f(x) = x^2$, $(0 \leq x \leq 2)$, periodo $L = 2$, aparece el fenmeno de Gibbs porque:

a) No cumple las conds. de Dirichlet
b) Existe una discontinuidad
c) Es convergente

3. //Servera [Ruiz] // Dada la función $f(x) = \tan x$, su desarrollo en SF en el intervalo $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$ es:

a) $\sum_1^\infty b_r \sin 2rx$ y presentará fenómeno de Gibbs
b) No existe la SF en dicho intervalo
c) $\sum_{-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^2 2i}{\pi r} \exp(2\pi i r)$

4. //Ramos [Romero] // Indica cuál de estas afirmaciones no es Dirichlet:

a) Función periódica $f(x) = f(x + xL)\ \forall x$
b) Núm. finito de máx. y mínimos en un periodo
c) La integral de $|f(x)|$csobre un periodo converge

5. //Pons [Fort] // ¿Por qué podemos derivar o integrar una serie de Fourier?

a) Porque la serie es divergente
b) Porque la serie es convergente
c) Porque la serie converge absolutamente

*Preguntas y respuestas contrastadas por [...]

6. `//García Monreal [Pons] //` ¿Cuál de éstas no es condición de Dirichlet?

   a) La serie ha de ser convergente

   b) La serie ha de ser continua en un periodo o presentar un número finito de discontinuidades finitas

   c) La serie no puede tener ni máx. ni mínimos.

7. `//Gómez Pardos [Camacho] //` A continuación hay una serie de sentencias. Señala la única que cumple que todas sus sentencias son conds. de Dirichlet.

   a) La función ha de ser periódica, monovaluada y continua, con un n. finito de máx. y mín. y la integral de $f(x)$ sobre un periodo converja.

   b) La función ha de cumplir que $f(x) = f(x + L)$, $\forall x$, además de ser monovaluada y continua (excepto en un n. finito de disc. finitas), tener un n. finito de máx. y mín, en un periodo y que la integral de $|f(x)|$ sobre un periodo converja.

   c) La función ha de cumplir que $f(x) \neq f(x + L)$, $\forall x \neq L$ además de ser monovaluada y continua (excepto en un n. finito de discontinuidades finitas), tener un n. finito de máx. y mín. en un periodo y que la integral de $|f(x)|$ sobre un periodo converja.

8. `//Usó [López] //` Encontrar los coefs. de Fourier correspondientes a $\{f(x) = 0, (-5 < x < 0),\ f(x) = 3, (0 < x < 5)\}$.

   a) $a_0 = 3$, $a_r = 3(1 + \cos \pi r)/\pi r$, $b_r = 0$

   b) $a_0 = 3$, $b_r = 3(1 - \cos \pi r)/\pi r$, $a_r = 0$

   c) $a_0 = 3$, $b_r = 3(\cos \pi r - 1)/\pi r$, $a_r = 0$

9. `//Monsoriu [Romeu] //` Dada $f(x) = x^2$ en $-2 < x < 2$, calcular a_0:

   a) $4/3$

   b) $8/3$

   c) $4/r^2\pi^2$

10. `// Díaz [Evung] //` Calcular el coef. a_r de la SF de $f(x) = (x - 1)^2$, en $-1 < x < 3$.

    a) $a_r = 0$, r:par; $a_r \neq 0$, r:impar

    b) $a_r = 0$, r:impar; $a_r \neq 0$, r:par

    c) $a_r = 0$, $\forall r$

11. `// Camacho [Gómez Pardos] //` En los desarrollos en SF de las funcs. $\cos x$ y $\sin x$ en el intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$ los términos a_0 son respectívamente:

    a) $0, 4/\pi$

    b) $4/\pi, 0$

    c) $0, 0$

12. `//Prieto [Almonacid] //` El desarrollo en SF de $\exp x$ en el intervalo $-1 < x < 1$ tiene como coeficiente c_r:

a) No puede desarrollarse en SF

b) $(-1)^r(e^2-1)(1+\pi ir)/(1+\pi^2r^2)2e$

c) $(-1)^r(1+2\pi ir)/(1+\pi^4r^2)e$

13. `//Pujades [Hernández] //` Sabiendo que el desarrollo en SF de la fnción $f(x)=\exp x$ en el intervalo $-1<x<1$ es:

$$f(x)=\sinh(1)\{1+2\sum_1^\infty(-1)^n(1+n^2\pi^2)^{-1}[\cos(n\pi x)-n\pi\sin(n\pi x)]\}]$$

el coef. c_r es:

a) $\frac{(-1)^2}{2(1+i\pi)}\sinh(n)$

b) $\frac{(2)^2}{(1-i\pi)^2}\sinh(1)$

c) $\frac{(-1)^2}{2(1-i\pi)}(e-1/e)$

14. `//Moreno [Monrabal] //` Desarrolla en SF la función x^3, $-1<x<1$.

a) $\sum_{-\infty}^{\infty}\frac{(-1)^r i2}{\pi r}\left(\frac{6}{\pi^2r^2}-1\right)\exp(i\pi rx)$

b) $\sum_{-\infty}^{\infty}\frac{(-1)^r 2}{\pi r}\left(\frac{6}{\pi^2r^2}-1\right)\sin(2\pi rx)$

c) $\sum_{-\infty}^{\infty}\frac{(-1)^r 2}{\pi r}\left(\frac{6}{\pi^2r^2}-1\right)\sin(\pi rx)$

15. `//Hernández [Pujades] //` Señala la respuesta correcta:

a) El fenómeno de Gibbs es proporcional a la discontinuidad de la función

b) El fenómeno de Gibbs aparece para todas la funciones que se desarrollen en SF

c) No es necesario que exista el área definida bajo la función para que pueda desarrollarse en SF

16. `//Romero [Cebrián] //` Marca la afirmación incorrecta:

a) El fenómeno de Gibbs es proporcional a la magnitud de la discontinuidad

b) Si derivamos término a término el desarrollo de Fourier de una función (que no presenta fenómeno de Gibbs), la SF resultante tampoco puede presentar este fenómeno

c) Si integramos término a término el desarrollo de Fourier de una función (que no presenta fenómeno de Gibbs), la SF resultante sí puede presentar este fenómeno

17. `//Munilla [Guasp] //` Desarrolla en SF $x-\pi/2$ entre 0 y π (periodo 2π) y di qué solución es correcta:

a) $\pi/2+\sum_1^\infty r^{-3}+(2/r-1)\sin rx$

b) $\sum_1^\infty -r^{-2}\cos rx+3/r\sin 2rx$

c) $\sum_1^\infty -2r^{-2}\cos rx+(2/r-1)\sin rx$

18. `//Giner [Villaescusa] //` Cuál de las siguientes funciones no puede ser representada en SF en el rango indicado:

a) $|\sin x|^{1/2}$, $-\infty<x<\infty$

b) $\tan x$, $-\infty < x < \infty$

c) x^2, $-1 < x < 1$

19. `//Alòs [Usó] //` Dado $x + 7$, $x \in [-1, 1]$, elegir la opción correcta:

a) Sólo tiene componentes en b_r

b) $a_0/2 = 7$

c) $c_r = 2(-1)^r/(\pi^2 r^2)$

20. `//Villaescusa [Giner] //` Desarrollar en SF $3x^2$ $(-2 < x < 2)$

a) $4 + 48\sum_1^\infty \frac{(-1)^2}{\pi^2 r^2}\cos(\pi r x/2)$

b) $4/3 + 48\sum_1^\infty \frac{(-1)^2}{\pi^2 r^2}\cos(\pi r x/2)$

c) $16/3 + 16\sum_1^\infty \frac{(-1)^2}{\pi^2 r^2}\cos(\pi r x/2)$

21. `//García Oliver [Asensi] //` Indica cuál de los siguientes enunciados es falso

a) Una función cualquiera puede descomponerse en una función par y otra impar

b) El teorema de Parseval nos dice que $\frac{1}{2}\int_{x_0}^{x_0+L} f(x)dx = \sum_{-\infty}^{\infty} |c_r|$

c) Para que una función pueda desarrollarse en SF debe cumplir las conds. de Dirichlet