J.A. Oteo. Departamento de Física Teórica (UVEG).[MMF3-B:2003-4]

TEMA 3: Transformadas Integrales.*

21 de enero de 2004

1. `//Oteo//` Calcular el valor de la transformada de Fourier de $f(t) = \sin(\pi t)\exp(-|t|)$, en $\omega = 1$.

    a) $\frac{-2i\sqrt{2\pi}}{4+\pi^4}$
    b) $\frac{-2\sqrt{2\pi}}{4+\pi^4}$
    c) $\frac{2i\sqrt{2\pi}}{4-\pi^4}$

2. `//Hernández [Pujades]//` Calcula la TF de $f(t) = \sqrt{2/\pi}(t+1)$, si $i > t > 0$ y $f(t) = 0$, si $t > i$, o $t < 0$.

    a) $[\exp\omega(i - 1 + 1/\omega) - (i + 1/\omega)]/\sqrt{2\pi}$
    b) $[\exp\omega(i - 1 + 1/\omega) - (i + 1/\omega)]/\pi\omega$
    c) $[\exp\omega(4 + 3/\omega - i)/\omega - (i + 1/\omega)]/2\pi$

3. `//Almonacid [Prieto]//` Hallar la TF de $f(x) = 0$ si $x < 0$, $f(x) = \exp(x)$ si $0 < x < 1$, $f(x) = \exp(-x)$ si $1 < x$

    a) $[(1 + i\omega)\exp(1 - i\omega) - (1 - i\omega)\exp(-(1 + i\omega))]/\sqrt{2\pi}$
    b) $[(1 + i\omega)(\exp(1 - i\omega) - 1) - (1 - i\omega)(\exp(-(1 + i\omega))]/[(1 + \omega^2)\sqrt{2\pi}]$
    c) $\frac{1+i\omega}{1+\omega^2}[\exp(1 - i\omega) - 1 - \exp(-(1 + i\omega))]/2\pi$

4. `//Romeu [Monsoriu]//` ¿Cuál de estas propiedades cumple la TF de $f'(t)$?

    a) $\mathcal{F}[f'] = i\mathcal{F}[f]/\omega$
    b) $\mathcal{F}[f'] = -i\omega\mathcal{F}[f]$
    c) $\mathcal{F}[f'] = i\omega\mathcal{F}[f]$

5. `//Franch [Pérez]//` Calcular la TF de $f(x) = ax + b$ si $x \in]\infty, 0]$, $f(x) = 0$ si $x > 0$.

    a) $\tilde{f}(\omega) = \frac{1}{\omega^2\sqrt{2\pi}}(ai + b)$
    b) $\tilde{f}(\omega) = \frac{1}{\omega\sqrt{2\pi}}(a/\omega + bi)$
    c) $\tilde{f}(\omega) = \frac{1}{\omega\sqrt{2\pi}}(ai/\omega + b)$

*Preguntas y respuestas contrastadas por [...]

6. `//Alòs [Fdez.]//` Calcular la TF de $f(t) = 7$.

   a) $7\delta(t)/2\pi$
   b) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} 7\exp(i\omega t)dt$
   c) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} 7\exp(-i\omega t)dt$

7. `//Pérez [Franch]//` Señala cuál de las siguientes opciones se corresponde ocn la TF de $f'(at+b)$.

   a) $\frac{i\omega}{a}\exp(i\omega b/a)\tilde{f}(\omega/a)$
   b) $i\omega + 1/a + \exp(i\omega b)f(\omega/a)$
   c) $\frac{i\omega}{a}\exp(i\omega b)\tilde{f}(\omega/a)$

8. `//A.López [Usó]//` Calcular la TF de $f(x) = h(1-|x|)$ si $|x| \leq 1$, $f(x) = 0$ si $|x| > 1$.

   a) $4h\sin^2(\omega/2)/\sqrt{(}2\pi)\omega^2$
   b) $h\sin^2(\omega/2)/\sqrt{(}2\pi)\omega^2$
   c) $h\cos^2(\omega/2)/\sqrt{(}2\pi)\omega^2$

9. `//Servera [Ruiz]//` Desarrolla $\delta(x^4 - 16)$.

   a) $[\delta(x+2) - \delta(x-2)]/32$
   b) $[\delta(x-2) - \delta(x+2)]/32$
   c) $[\delta(x-2) + \delta(x+2)]/32$

10. `//Pujades [Hdez.]//` Calcula el producto de convolución de Laplace de $f(x) = x$ y $g(x) = \cos x$ sabiendo que $f(t) = \cos bt \mapsto \bar{f}(s) = s/(s^2+b^2)$.

    a) $s/(s+1)$
    b) $1/s(s^2+1)$
    c) $1/(s^4+1)$

11. `//Monrabal [Moreno]//` La TL de la función $f(t) = \int_0^t \sin h\omega \cos h(t-\omega)d\omega$ es:

    a) $\mathcal{L}[f] = 1/(s^2-4)$
    b) $\mathcal{L}[f] = s/(s^2-1)^2$
    c) $\mathcal{L}[f] = 1/(s^2-1)$

12. `//Pujades [Hdez.]//` Indica qué propiedad de la TF no es cierta

    a) $\mathcal{F}[e^{at}f(t)] = \tilde{f}(\omega + ia)$
    b) $\mathcal{F}[f'] = i\omega\tilde{f}$
    c) $\mathcal{F}[f''] = 2\mathcal{F}[f']$

13. `//Camacho [Gómez]//` Usando las TL: $\mathcal{L}[c] = c/s$, $\mathcal{L}[e^{at}] = 1/(s-a)$, encontrar la función $f(t)$ cuya TL es igual a: $\bar{f}(s) = (s-3)/s(s-1)(s+3)$.

    a) $f(t) = 1 - (e^t + e^{-3t})/2$
    b) $f(t) = 2 - (e^{2t} + e^{-3t})/2$

c) $f(t) = 1 + (e^t + e^{-3t})/2$

14. `//Pons [Fort]//` Desarrollar $\delta(t^2 - 5)$.

a) $[\delta(t + \sqrt{5}) + \delta(t - \sqrt{5})]/2\sqrt{5}$
b) $[\delta(t + 5) + \delta(t - 5)]/5$
c) $[\delta(t + \sqrt{5}) + \delta(t - \sqrt{5})]/5$

15. `//Gómez [Camacho]//` Hallar la TL de la función $f(t) = 4t\exp(3t)$:

a) $4/(3 - s)^2)$
b) $2/3(3 - s)^2$
c) $2/(3 - s)^2$

16. `//García Monreal [Camacho]//` La TL de la función $f(t) = t\cosh xt$ es:

a) $(-s^2 - a^2)/(s^2 - a^2)^2$, $s > 0$
b) $s/(s^2 - x^2)^2$, $s > 0$
c) $-(s^2 + x^2)/(s^2 - x^2)^2$, $s > 0$

17. `//Moreno [Franch]//` Sabiendo que el producto de convolución asociado a la TL se define por $f * g = \mathcal{L}^{-1}[\bar{f} \cdot \bar{g}]$, obtenerlo para $f(t) = \sin t$ y $g(t) = t$.

a) $1/[s^2(s^2 + 1)]$
b) $t + \cos t$
c) $t - \sin t$

18. `//Almonacid [Ruiz]//` Señala cuál de éstas no es una propiedad de la $\delta-$ Dirac.

a) $\delta(at) = \delta(t)/|a|$
b) $\delta(t) = \delta(-t)$
c) $\delta(h(t)) = \sum_i \frac{\delta(t)}{|h(t_i)|}$

19. `//Ramos [Vicent]//` Encuentra la TL de $f(t) = t\sin bt$.

a) $2bs/(s^2 + b^2)^2$
b) $2s/(s^2 + b^2)^2$
c) $2bs/(s^2 + b^2)$

20. `//Giner [Villaescusa]//` Calcula cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:

a) $\mathcal{L}[f * g] = \sqrt{2\pi}[\bar{f} \cdot \bar{g}]$
b) $\mathcal{F}[e^{\alpha t} f(\alpha)] = \tilde{f}(\omega + \alpha t)$
c) $\mathcal{F}[f(rt)] = \tilde{f}(\omega/r)/r$

21. `//Romero [Cebrián]//` Marca la identidad correcta (prod. conv. Fourier).

a) $\mathcal{F}[fg] = \tilde{f} * \tilde{g}/\sqrt{2\pi}$

b) $\mathcal{F}[f * g] = \sqrt{2\pi}\tilde{f}\tilde{g}$

c) $f * g \neq g * f$

22. `//Díaz [Evung]//` Hallar la TF de $f(x) = \exp(-x^2/2)$.

a) $\sqrt{\pi}\exp(-x^2/2)/2$

b) $\exp(-x^2/2)/\sqrt{2}$

c) $\exp(-x^2/2)$

23. `//Gómez-Ferrer, Usó, Monsoriu, Evung//` Calcula TF de $f(x) = 1$ si $|x| \leq 2$, $f(x) = 0$ si $|x| > 2$.

a) $2\sin(2\omega)/\omega\sqrt{2\pi}$

b) $\text{lím}_{x\to\infty}\exp(-i\omega x)/i\omega\sqrt{2\pi}$

c) $2\sinh(2\omega)/i\omega\sqrt{2\pi}$