J.A. Oteo. Departamento de Física Teórica (UVEG).[MMF3-B:2003-4]

TEMA 4: Variable compleja.*

21 de enero de 2004

1. `//Oteo//` Una función analítica de $z = x + iy$ cuya parte imaginaria es $[y\cos y - x\sin y]/\exp x$ tiene como parte real

   a) $[x\cos y + y\sin x]/\exp x$

   b) $[x\cos y + x\sin y]/\exp x$

   c) $[x\cos y + y\sin y]/\exp x$

2. `//Hernández [Pujades]//` Señala la respuesta correcta que es solución del residuo de la función: $f(z) = \exp(iz)/(z^2+1)^2$

   a) i/e^2

   b) $-2i/e$

   c) $-i/2e$

3. `//Evung [Diaz]//` El resultado de la integral $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5+3\sin\theta}$

   a) $3\pi/2$

   b) $2\pi/3$

   c) $\pi/2$

4. `//Romeu [Monsoriu]//` La parte principal del desarrollo en serie de Laurent para la función $f(z) = 1/z(z-2)^3$ para $z = 0$ es

   a) $-1/8$

   b) $-z/8$

   c) $-1/8z$

5. `//Monsoriu [Romeu]//` ¿Cuál es el radio de convergencia de la serie $\sum_0^\infty z^n/n!$?

   a) ∞

   b) 0

   c) 1

6. `//Ramos [Fdez.]//` Señala cuál de estas preposiciones corresponde al Th. de Cauchy

*Preguntas y respuestas contrastadas por [...]

a) $\oint_C f(z)dz = 0$ si $f(z)$ analítica dentro y sobre C, $f'(z)$ continua sobre C

b) $\oint_C f(z)dz \neq 0$ si $f(z)$ analítica dentro y sobre C, $f'(z)$ continua sobre C

c) $\oint_C f(z)dz = 0$ si $f(z)$ analítica dentro y sobre C, $f'(z)$ discont. sobre C

7. `//Alòs [Ramos]//` ¿Cuál de las siguientes respuestas corresponde a la serie de Laurent?

a) $f(z) = \sum_{-\infty} \infty a_n (z - z_0)^n$

b) $f(z) = \sum_{-\infty} N a_n (z_0 - z_1)^n$

c) $a_{-1}(z = z_0) = \frac{1}{(m-1)!} \frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}} ((z - z_0)^m f(z))$

8. `//Usó [López]//` Clasificar las singularidades de la función $f(z) = \frac{\sin z}{z^3} + \frac{1}{e^z+1}$

a) 1 polo de orden 1, infinitos polos de orden 1

b) 1 polo de orden 2, infinitos polos de orden 2

c) 1 polo de orden 2, infinitos polos de orden 1

9. `//Giner [Villaescusa]//` Calcula la integral $\int_0^\infty \frac{\exp(ix)}{(x^2+a^2)^2}$

a) $\frac{\pi(a+1)}{4a^3 e^a}$

b) $\frac{\pi(ai+1)}{4a^2 e^a}$

c) No es posible porque $\nexists \int_{-\infty}^0 f(x)dx$

10. `//Gómez-Ferrer [Asensi]//` Sea $f(z) = \frac{1}{(z^2+1)^2}$

a) Sus singularidades son $z = \pm i$

b) Sus singularidades son evitables

c) No tiene singularidades

11. `//Asensi [Gómez-Ferrer]//` Cuál de las siguientes afirmaciones no es requisito para que se cumplan las condiciones de Cauchy-Riemann

a) Existen las derivadas parciales

b) Las derivadas parciales son contínuas

c) $\partial_x u + i\partial_x v = -i\partial_y u - \partial_y v$

12. `//Pons [Fort]//` ¿Qué teorema de los estudiados requiere que $max|f(z)| \to 0 \ / \ |z| \to \infty$?

a) Th. de los residuos

b) Th. de Cauchy-Riemann

c) Lema de Jordan

13. `//Díaz [Evung]//` Dada la función $\sin(z)/(z^2 + 2z + 2)$, indica cuál no es una singularidad

a) $-1 - i$

b) $1 + i$

c) $-1 + i$

14. `//Gómez [Camacho]//` Calcula los residuos de $f(z) = (a+z)/(z-b)(z+c)^2$ en $z = b$ y $z = -c$, $(a, b, c \in \Re)$

    a) $\frac{a+b}{(b+c)^2}, \frac{-a-b}{(c-b)^2}$

    b) $\frac{a+b}{(b+c)^2}, \frac{a+b}{(c+b)^2}$

    c) $\frac{a+b}{(b+c)^2}, \frac{-a+b}{(c-b)^2}$

15. `//García [Romero]//` La función $f(z) = (3z-1)/(z^2+4)$ tiene por puntos singulares

    a) $z = 2, z = -2$

    b) $z = 2i, z = -2i$

    c) $z = 2i, z = 1/3$

16. `//Pujades [Hdez.]//` El residuo de la función $f(z) = \frac{2(z+1)}{(z^2+1)^2}$ en el punto $z = i$ es

    a) $-i/2$

    b) $1/2i$

    c) $-1/2$

17. `//Camacho [Gómez]//` Determina los coeficientes de la parte ppal. del desarrollo en serie de Laurent de la función $f(z) = \frac{6}{(z-5)(z+3)^2}$ alrededor de $z = -3$

    a) $a_{-2} = 2/3; a_{-1} = 3/32$

    b) $a_{-2} = -3/4; a_{-1} = -3/32$

    c) $a_{-2} = -3/8; a_{-1} = 3/24$

18. `//Servera [Ruiz]//` Calcular el desarrollo en serie de Laurent de $f(z) = \frac{1}{z^2(z-2)^3}$ hasta orden 2 en la parte analítica alrededor del polo de orden 3 e indicar el residuo en dicho polo.

    a) $f(z) = \frac{-1}{8z^2} - \frac{3}{16z} - \frac{3}{16} - \frac{5}{32}z - \frac{5}{128}z^2$; $a_{-1} = -3/16$

    b) $f(z) = \frac{1}{4(z-2)^3} - \frac{1}{4(z-2)^2} + \frac{3}{16(z-2)} - \frac{1}{8} + \frac{5}{64}(z-2) + \frac{3}{64}(z-2)^2$; $a_{-1} = 3/16$

    c) No se puede hacer un desarrollo de este tipo porque la función no es analítica en el polo de orden 3

19. `//Moreno [Monrabal]//` Calcular el valor de la integral $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \pi x}{x^2+1} dx$

    a) 0

    b) πe

    c) $\pi \exp(-\pi)$

20. `//Moreno [Monrabal]//` Obtener el residuo en $z = i$ de $1/(1+z^2)^2(z-i)$

    a) $1/4i$

    b) $3/16$

    c) 0

21. `//Villaescusa [Giner]//` Calcular $\oint_C \frac{dx}{(x-a)(s+6)}$, donde C : círculo de radio ψ centrado en el orígen ($\psi < a < 6$)

    a) 0

    b) $\pi/6$

    c) $(\pi - a)(\pi + 6)$

22. `//López [Usó]//` Aplicando la fórmula integral de Cauchy calcular $\oint_\gamma \frac{\exp z^2}{z^2-6z}$ con $\gamma : |z-2| = 3$

    a) $-i\pi/3$

    b) $-i\pi/6$

    c) $i\pi/3$

23. `//Munilla [García]//` Indica la solución de la siguiente integral $\oint_C \frac{z \exp z}{z^2-1}$, con C : circunferencia de radio 2 centrada en el origen

    a) $\pi/2e$

    b) $i\pi e$

    c) $i3\pi e/2$