J.A. Oteo. Departamento de Física Teórica (UVEG).[MMF3-B:2003-4]

TEMA 7: Solución en serie de EDO.*

19 de mayo de 2004

1. `//Oteo//` Si $y_1(z) = z/(1-z)^2$ es una sol. de $z(z-1)y'' + 3zy' + y = 0$ entonces la segunda sol. l.i.

   a) Tiene un término logarítmico

   b) Diverge en $z = 0$

   c) $y_2(z) = \ln[z/(1-z)^2]$

2. `//Evung [Díaz]//` Sea la EDO $(2-z)^2y'' - y = 0$. Indicar la respuesta correcta:

   a) $q(z)(2-z)^2$ es un punto singular esencial

   b) Es analítica en $z = 2$ y nolo es en $z = 0$

   c) La solución es de tipo polinomio a partir de $n > 2$ todo es cero

3. `//Monrabal [Moreno]//` Al resolver al EDO $y'' - \frac{2}{1+z}y' + \frac{3}{1-z^2}y = 0$ en serie alrededor de $z = 0$ y haciendo $a_0 = 0, a_1 = 1$ obtenemos:

   a) $a_2 = -1, a_3 = 1$

   b) $a_2 = 1, a_3 = -1/6$

   c) $a_2 = 0, a_3 = -1$

4. `//Evung [Díaz]//` En las ecs. de índices hallo dos sols. σ_1, σ_2. Indica la afirmación correcta.

   a) Si $\sigma_1 \neq \sigma_2$ estaremos seguros de encontrar dos series

   b) $\sigma_1 = \sigma_2$ pues sólo habrá dos series de Frobenius

   c) $\sigma_2 = \sigma_1 + k$ estaremos eguros de encontrar dos sols. linealm. indeps.

5. `//Monsoriu [Romeu]//` Indica qué recirrencia no pertenece a ninguno de los dos índices de $6zy'' + 2y' + y = 0$, $(z_0 = 0)$.

   a) $(n+1)(n+2)a_{n+1} + a_n/6 = 0$

   b) $(n+1)(n+2/3)a_{n+1} + a_n/6 = 0$

   c) $(n+1)(n+1/3)a_{n+1} + a_n/6 = 0$

6. `//Díaz [Evung]//` Dada la EDO $3z(z-1)y'' + zy' + 3y = 0$ obtén la fórmula de recurrencia para $\sigma = 0$

*Preguntas y respuestas contrastadas por [...]

a) $(3n^2-2n-1)a_n = -(n+1)(-2-3n)a_{n+1}$

b) $(3n^2-2n-1)a_n = (n+1)(-2+3n)a_{n+1}$

c) $(3n^2-2n-1)a_n = (n+1)(2+3n)a_{n+1}$

7. `//Romeu [Monsoriu]//` Sea la EDO $y''-zy'-2y=0$. Encontrar la relación de recurrencia ($z_0=0$)

   a) $(n+1)a_{n+2} = a_n$

   b) $(n+3)a_{n+2} = a_n$

   c) $(n+2)a_{n+1} = a_n$

8. `//Díaz [Evung]//` Seala cuál de las siguientes afirmaciones sobre el wronskiano es incorrecta

   a) $W'(x) = p)x)W(x)$

   b) $W(x) = C\exp[-\int p(x)dx]$

   c) Ninguna de las dos

9. `//Giner [Villaescusa]//` Encuentra la solución de $z^2(z-1)y''+3(1-z)zy'-3y=0$ para el índice $\sigma=3$

   a) $\sin(\sqrt{z})$

   b) $-8a_0$ con $z=2$ y $a_0\neq 0$

   c) Debemos conocer una sol. y aplicar el método de wronskiano

10. `//Fdez. [Usó]//` Dada la EDO $3zy''+y'-2y=0$la relación de recurrencia es

    a) $2a_n = (n-2)(3n-2)a_{n+1}$

    b) $a_n = (n+3)(3n-1)a_{n-1}$

    c) $3a_n = (n-2)(3n-2)a_{n-2}$

11. `//Almonacid [Ruiz]//` De la ec. $3z^2y''+z(z+14)/5y'+(z-2)/5y=0$, indica cuáles son sus índices.

    a) $2/5, 1/15$

    b) $2/5, -1/3$

    c) $2/15, 1/5$

12. `//Usó [López]//` Dados $zy''-zy'-y=0$, $\sigma=1, a_0=1$

    a) $a_3 = 1/2!$

    b) $a_3 = 1/3!$

    c) $a_3 = 1$

13. `//Moreno [Monrabal]//` Obtener la recurrencia para el mayor índice de $(x+2)x^2y''-xy'+(1+x)y=0$

    a) $(2n^2+5n+3)a_n = -(n^2+n+1)a_{n-1}$

    b) $(n^2+n+1)a_n = -n(n+3)a_{n-1}$

    c) $(2n^2+5n+3)a_{n+1} = -(n^2+n+1)a_n$

14. `//Romero [Ruiz]//` Para la EDO $(1-z^2)y''-2zy'+l(l+1)y=0$el infinito es un pto.:

    a) ordinario
    b) sing. regular
    c) sing. esencial

15. `//Asensi [Coll]//` Dada la ec. $(z^2+1)y''+4zy'+2y=0$, la recurrencia de coefs. es:

    a) $(n+1)(n+2)a_{n+2}=-n(n+5)a_n$
    b) $(n+1)(n+2)a_{n+2}=-[n(n+3)+2]a_n$
    c) $(n-1)(n+2)a_{n+2}=-n(n+5)a_n$

16. `//Ramos [Fdez.]//` Dada $3z(z-1)y''+3zy'+y=0$ ¿cuál es el valor del wronskiano?

    a) $C/(z-1)$
    b) $C/(z+1)^2$
    c) C/z

17. `//Servera [Ruiz]//` Dada la EDO $(1-z)y''-3y=0$

    a) alrededor de $z=0$, que es pto. regular, inicializando con $a_0=a_1=1$ en la ley de recurrencia tenemos: $a_3=1, a_5=3/5$
    b) alrededor de $z=0$, que es pto. singular, inicializando con $a_0=a_1=1$ en la ley de recurrencia tenemos:$a_3=1, a_5=3/5$
    c) alrededor de $z=0$, que es pto. regular, inicializando con $a_0=a_1=1$ en la ley de recurrencia tenemos: $a_3=-1, a_5=3/5$

18. `//Gómez [Camacho]//` En la siguiente EDO $xy''+(x-1)y'-y=0$ la ley de recurrencia para el índice mayor es:

    a) $(n+1)a_n=-a_{n-1}$
    b) $(n-3)a_n=-a_{n-1}$
    c) $(n+2)a_n=-a_{n-1}$

19. `//Pujades [Hdez.]//` Sea la EDO $zy''+2zy'+y=0$. Parael índice $\sigma=1$ se puede demostrar a partir de la ley de recurrencia que:

    a) $6a_2=-5a_1$
    b) $7a_3=-6a_2$
    c) $8a_4=-7a_3$

20. `//Camacho [Gómez]//` Si resolvemos en serie de potencias de z la EDO siguiente $(z-z^2)y''-3y'+2y=0$encontramos la ley de recurrencia siguiente

    a) $(n-3)a_n=(n+2)a_{n-1}$
    b) $(n-2)a_n=na_{n-1}$
    c) $na_n=(n+1)a_{n-1}$

21. `//Hdez. [Pujades]//` Las sols. de la ODE $z^2y'' + (1+z)y' + zy = 0$ se obtienen

    a) Por serie de Taylor
    b) Por serie de Frobenius
    c) No podemos obtenerlas

22. `//Villaescusa [Giner]//` Sea la EDO $y'' + 5y' + 4y = 0$, encontrar la recurrencia que define sus sols.

    a) $a_n + (n+1)a_{n+1}(n+1)(n+2)a_{n+2} = 0$
    b) $a_n + (n^2 + 3n)a_{n-1} = 0$
    c) $4a_n + 5(n+1)a_{n+1} + (n+1)(n+2)a_{n+2} = 0$

23. `//Pujades [Hdez.]//` El teorema de Fuch asegura que al desarrollar en serie alrededor de un pto. singular una ec. diferencial:

    a) Existen al menos dos sols.l.i.
    b) Existe al menos una sol.
    c) Necesariamente existe una sol.

24. `//Munilla [Guasp]//` La derivada del wronskiano de las sols. de $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$, con $W(x) \neq 0$, es:

    a) $p(x)W(x)$
    b) $-q(x)W(x)$
    c) $-p(x)W(x)$

25. `//Moreno,Gómez [Monrabal,Camacho]//` Conocidos $J_{1/2} = \sqrt{2/\pi x}\sin x$ y $J_{-1/2} = \sqrt{2/\pi x}\cos x$, hallar $J_{\pm 3/2}$ haciendo uso de $J_{\nu-1}(x) + J_{\nu+1}(x) = 2\nu J_\nu(x)/x$

    a) $J_{3/2} = \sqrt{2/\pi x}(\sin x/x - \cos x)$, $J_{-3/2} = -\sqrt{2/\pi x}(\cos x/x + \sin x)$
    b) $J_{3/2} = \sqrt{2/\pi x}(\cos x/x + \sin x)$, $J_{-3/2} = \sqrt{2/\pi x}(\sin x/x - \cos x)$
    c) $J_{3/2} = \sqrt{2/\pi x}(\cos x + \sin x)$, $J_{-3/2} = \sqrt{2/\pi x}(\sin x/x + \cos x)$

26. `//Villaescusa [Giner]//` Usando $(n+1)P_{n+1} - (2n+1)zP_n + nP_{n-1} = 0$, $P_0 = 1$, $P_1 = z$ (pols. Legendre), calcular P_3 y hallar $\int_{-1}^{1} P_3P_2 dz$

    a) $z^3/4 - z^2/8$; 3
    b) $(6z^3 - 3z)/2$; 0
    c) $(5z^3 - 3z)/2$; 0

27. `//Moreno [Monrabal]//` Dada la función $f(x) = 3x^2 + 5x$ obtener su desarrollo en polinomios de Legendre sabiendo que $P_0 = 1, P_1 = x, P_2 = (3x^2 - 1)/2$

    a) $2P_0 + 10P_1/3 + 4P_2/5$
    b) $P_0 + 5P_1 + 2P_2$
    c) $P_0 + 5P_1 + 3P_2$

28. `//Camacho [Gómez]//` Calcular $(3/2)! + (5/2)!$

    a) $21\sqrt{\pi}/8$
    b) $23\sqrt{\pi}/4$
    c) $33\sqrt{\pi}/16$

29. `//Romero [Díaz]//` La solución de $(7/2)!$ sabiendo que $n! = n\Gamma(n)$ es

    a) $7\sqrt{\pi}/2$
    b) $105\sqrt{\pi}/16$
    c) $106\sqrt{\pi}/23$

30. `//Giner [Villaescusa]//` Encuentra los coefs. a_1, a_2 del desarrollo en serie de polinomios de Legendre de $1 - z^4$.

    a) $0, -1/8$
    b) $-3/2, -5/4$
    c) $0, -4/7$

31. `//Pujades [Hdez.]//` Dado $z^3 + 1$ su desarrollo en pols. de Legendre es

    a) $2/3P_3 + 5/9P_1 + P_0$
    b) $P_3 + 2/3P_1 + P_0$
    c) $1/3P_3 + 1/3P_1 + 1/3P_0$

32. `//Servera [Ruiz]//` Desarrollar $1+z+3z^2$ en serie de pols. de Legendre

    a) $2P_0 + P_1 + 2P_2$
    b) $-P_0 + P_1 + 2P_2$
    c) $2P_0 + P_1 + 3P_2$