J.A. Oteo. Departamento de Física Teórica (UVEG).[MMF3-B:2003-4]

TEMA 9: Ecuaciones en derivadas parciales.*

14 de junio de 2004

1. `//Moreno [Monrabal]//` La sol. de la EDP $u_t = \alpha^2 u_{xx}$ que cumple las cc es:

   a) $u(x,t) = \sum_1^\infty A_n \sin(\lambda_n x) \exp[-(\alpha\lambda_n)^2 t], \qquad \lambda_n = n\pi$

   b) $u(x,t) = \sum_1^\infty A_n \sin(\lambda_n x) \exp[(\alpha\lambda_n)^2 t], \qquad \lambda_n = n\pi$

   c) $u(x,t) = \sum_1^\infty (A_n \cos(\lambda_n x) + B_n \sin(\lambda_n x) \exp[(\alpha\lambda_n)^2 t], \qquad \lambda_n = n\pi$

2. `//Moreno [Monrabal]//` Dada la EDP $u_t = \alpha^2 u_{xx}$, $u(0,t) = 0, u(1,t) = 0, u(x,0) = \sin \pi x$, $0 < x < 1, t > 0$, la sol. es

   a) $u(x,t) = \sin(\pi t) \exp(-\pi^2 \alpha^2 x)$

   b) $u(x,t) = \sin(\pi x) \exp(\pi^2 \alpha^2 t)$

   c) $u(x,t) = \sin(\pi x) \exp(-\pi^2 \alpha^2 t)$

3. `//Pujades [??]//` Sea la sol. de la ec. de difusión en una dimensión que satiface las cc $u(0,t) = 0, u(1,t) = 0$ igual a $u(x,t) = \sum_1^\infty A_n \sin(n\pi x) \exp[-(n\pi\alpha)^2 t]$. Para la ci $u(x,0) = 1/2$ la solución se convierte en

   a) $u(x,t) = \dfrac{2}{\pi} \sum_1^\infty \dfrac{1}{n} \sin(n\pi x) \exp[-(n\pi\alpha)^2 t]$

   b) $u(x,t) = \dfrac{2}{\pi} \sum_0^\infty \dfrac{1}{2n+1} \sin((2n+1)\pi x) \exp[-((2n+1)\pi\alpha)^2 t]$

   c) $u(x,t) = \dfrac{2}{\pi} \sum_2^\infty \dfrac{2}{n-1} \sin((n-1)\pi x/2) \exp[-((n-1)\pi\alpha/2)^2 t]$

4. `//Pujades [??]//` Para la misma ec. del ej. anterior, si cambiamos la ci por $u(x,0) = 4\sin(6\pi x) + 6\sin(9\pi x) - 10\sin(20\pi x)$, la nueva sol. $u(x,t)$ es

   a) $4\sin(6\pi x)\exp[-(\pi\alpha)^2 t] + 6\sin(9\pi x)\exp[-(2\pi\alpha)^2 t] - 10\sin(20\pi x)\exp[-(3\pi\alpha)^2 t]$

   b) $4\sin(6\pi x)\exp[-(6\pi\alpha)^2 t] + 6\sin(9\pi x)\exp[-(9\pi\alpha)^2 t] - 10\sin(20\pi x)\exp[-(20\pi\alpha)^2 t]$

   c) $\sin(6\pi x)\exp[-(4\pi\alpha)^2 t] + 9\sin(9\pi x)\exp[-(2\pi\alpha)^2 t] - 10\sin(20\pi x)\exp[-(10\pi\alpha)^2 t]$

5. `//Servera [Ruiz]//` Dada la EDP $u_t = u_{xx}$, las cc $u(0,t) = 0, u(1,t) = 0$ y la ci $u(x,0) = 2$, la sol. $u(x,t)$ es

   a) $\dfrac{8}{\pi} \sum_1^\infty \dfrac{\sin((2n-1)\pi x)}{2n-1} \exp[-((2n-1)\pi\alpha)^2 t]$

   b) $\dfrac{4}{\pi} \sum_1^\infty \dfrac{\sin((2n-1)\pi x)}{2n-1} \exp[-((2n-1)\pi\alpha)^2 t]$

*Preguntas y respuestas contrastadas por [...]

c) $\frac{8}{\pi}\sum_1^\infty \frac{\sin(2n\pi x)}{2n}\exp[-(2n\pi\alpha)^2 t]$

6. `//Gómez [Camacho]//` Al resolver una EDP con sus cc, obtenemos $u(x,t) = \sum_1^\infty B_n \cos(n\pi x)\exp[-(n\pi)^2 t]$. Si la ci es $u(x,0) = \cos(2\pi x)$ la sol. $u(x,t)$ es
   a) $\cos(2\pi x)\exp[-(2\pi)^2 t])$
   b) $\frac{1}{2}\cos(2\pi x)\exp[-(2\pi)^2 t])$
   c) $\frac{1}{4}\cos(2\pi x)\exp[-(2\pi)^2 t])$

7. `//Coll [G.Oliver]//` Cuál de las siguientes EDP es no-lineal:
   a) $(u_{tt})^2 = u_x u_{yy}$
   b) $u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0$
   c) $u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = \rho$

8. `//Evung [Díaz]//` Indica la afirmación incorrecta
   a) Para resolver una EDP se deben seguir tres pasos importantes. 1- Resolución de EDP por separación de variables, 2- aplicación de las cc y 3- alicación de las ci.
   b) Las auto-funciones no son base del espacio pre-Hilbert de función en $[0,1]$
   c) Las autofunciones son ortogonales $\int_0^1 dx X_n(x) X_m(x) = N_n \delta_{nm}$

9. `//Camacho [Gómez]//` Dado $u_t = u_{xx}$, con $u_x(0,t) = 0, u_x(1,t) = 0$, $u(x,0) = \cos(\pi x)$, los autovalores y autofunciones son
   a) $k_n = -n^2\pi^2$, $X_n(x) = \cos n\pi x$
   b) $k_n = -n\pi$, $X_n(x) = \cos n\pi x$
   c) $k_n = n^2\pi^2$, $X_n(x) = \sin n\pi x$

10. `// Alòs [Ramos]//` Si consideramos $u_t = \alpha^2 u_{xx}$ con $u(0,t) = 0, u(1,t) = 0$ y $u(x,0) = \phi(x)$, $0 < t < \infty$, $0 \le x < 1$, la sol. es
    a) $\frac{\ddot{T}}{\alpha^2 T} = \frac{X'}{X}$
    b) $\dot{T} = \alpha^2 X'$
    c) $\frac{\dot{T}}{\alpha^2 T} = \frac{X''}{X}$

11. `//Munilla [Guasp]//` La siguiente EDP $u_t + u_{xx} = 0$ es
    a) Orden 2 y homogénea
    b) Orden 1 y homogénea
    c) Orden 2 e inhomogénea

12. `//Villaescusa [Giner]//` La EDP $3u_{xx} - 4u_{xy} + 5u_{yy} = 0$ es
    a) Parabólica
    b) Hiperbólica
    c) Elíptica

13. `//Usó [Alòs]//` Qué afirmación es correcta
    a) Los autovalores pueden ser complejos
    b) Las autofunciones son ortogonales $\int_{-\infty}^{\infty} dx X_n(x) X_m(x) = N_n \delta_{nm}$
    c) A cada autovalor corresponde una única autofunción