

J.A. Oteo. Departamento de Física  
Teórica (UEG). [MMF3-B:2004-5]

TEMA 1: Números complejos y funciones hiperbólicas.\*

22 de noviembre de 2004

1. //Oteo// Calcular  $\tanh^{-1}(1/2)$ .
  - a)  $\frac{1}{2} \ln 3$
  - b)  $-\frac{1}{2} \ln 3$
  - c)  $\frac{1}{2} \ln \sqrt{3}$
2. //Adriá [Grau]// Dado  $z = \cos \alpha + i \sin \alpha$  ( $\pi < \alpha < 3\pi/2$ ) determinar  $|z|$  y  $\arg z$ .
  - a)  $2, \alpha$
  - b)  $1, \alpha$
  - c)  $1, -\alpha$
3. //Mena [Almagro]// Halla los valores de  $x$  en  $\tan(ix) = 6i$ 
  - a)  $\ln(5/7)^{1/2} + i\pi/3, \ln(5/7)^{1/2} + i\pi/2$
  - b)  $\ln(7/5)^{1/2} + i\pi/2, \ln(7/5)^{1/2} + i3\pi/2$
  - c)  $\ln(7/5)^{1/2} - i2\pi/3, \ln(7/5)^{1/2} - i\pi/2$
4. //Adriá [Grau]// Dado  $z = 4 \exp(i\pi/4)$  ( $\pi < \alpha < 3\pi/2$ ) determinar  $|z|$  y  $\arg z$ .
  - a)  $3, 5\pi/4 + 2k\pi$
  - b)  $4, 3\pi/4 + 2k\pi$
  - c)  $4, \pi/4 + 2k\pi$
5. //Pérez, Espuch [Martí, Castelló]// Según en Th. de de Moivre,  $\cos(5\theta)$  es igual a [nota:  $c \equiv \cos \theta$ ]
  - a)  $20c^5 - 16c^3 - 5c$
  - b)  $16c^5 + 20c^3 - 5c$
  - c)  $16c^5 - 20c^3 + 5c$
6. //Sáiz [Cantos]// Hallar las raíces de  $\sqrt{2}z^4 + 2z^2 + \sqrt{2} = 0$ 
  - a)  $\pm\sqrt{2}i$  (ambas dobles)
  - b)  $\exp(3i\pi/8), \exp(11i\pi/8), \exp(5i\pi/8), \exp(13i\pi/8)$

---

\*Preguntas y respuestas contrastadas por [...]

- c)  $\pm \exp(-3i\pi/4), \sqrt{2} \exp(-5i\pi/4), \sqrt{2} \exp(-i\pi/4)$
7. //Grau [Adriá]//      Calcula  $\sqrt{\sqrt{i}}$
- a)  $\exp(i\pi/8), \exp(9i\pi/8), \exp(5i\pi/8), \exp(13i\pi/8)$   
 b)  $\exp(i\pi/8), \exp(9i\pi/8)$   
 c)  $\exp(i\pi/8), \exp(9i\pi/8), \exp(5i\pi/8), \exp(-i\pi/8)$
8. //Navarro [Badía]//      Calcular  $\text{Re}[(\sqrt{4} + 3i)(2 + i)]$
- a)  $\exp(\ln 13 - \arctan(3/\sqrt{14} - 2k\pi)) \sin(2\arctan(3/\sqrt{4}) + \frac{1}{2} \ln 13 + 4k\pi)$   
 b)  $\exp(\ln 13 - \arctan(3/\sqrt{14} - 2k\pi)) \cos(2\arctan(3/\sqrt{4}) + \frac{1}{2} \ln 13 + 4k\pi)$   
 c)  $\exp(\ln 13 + 2\arctan(3/\sqrt{14} + 4k\pi)) \sin(2\arctan(3/\sqrt{4}) + \frac{1}{2} \ln 13 + 4k\pi)$
9. //García Ramírez, Cantos [Rodríguez Sánchez, Sáiz]//      Obtener  $\cos 4\theta$   
 y  $\sin 4\theta$       [nota:  $c \equiv \cos \theta, s \equiv \sin \theta$ ]
- a)  $\cos 4\theta = c^4 - 6c^2s^2 + s^4, \sin 4\theta = 8c^4 - 8c^2 + 1$   
 b)  $\cos 4\theta = c^4 - 6c^2s^2 + s^4, \sin 4\theta = 4c^3s - 4cs^3$   
 c)  $\cos 4\theta = 8c^4 - 8c^2 + 1, \sin 4\theta = 4c^3s - 4cs^3$
10. //Rausell [Gisbert]//      Dado  $\exp(-\pi/2 + i \ln 2)$ , hallar la base que da  
 lugar a este número sabiendo que el exponente es  $2i$
- a)  $2 + i$   
 b)  $1 + i$   
 c)  $2i$
11. //Badía [Navarro]//      Las soluciones de  $(-1 + i\sqrt{3})^{1/2}$  son
- a)  $\sqrt{2} \exp(-i\pi/6), \sqrt{2} \exp(5i\pi/6)$   
 b)  $\sqrt{2} \exp(i\pi/6), \sqrt{2} \exp(-5i\pi/6)$   
 c) Ninguna de las anteriores
12. //Gisbert [Rausell]//      Siendo  $z = e^2/2 + i\sqrt{3}e^2/2$  y  $\omega = z^{z^*} / \exp(e^2\pi/2\sqrt{3})$ ,  
 calcular el módulo de  $\omega$
- a)  $\exp(e^2)$   
 b)  $\exp(\pi e^2)$   
 c)  $\exp(e^2/\pi)$
13. //Doña [Fuertes]//      Dado  $-2 + 2i\sqrt{3}$ , su raíz cúbica es
- a)  $4^{1/3} \exp(i\pi/9), 4^{1/3} \exp(7i\pi/9), 4^{1/3} \exp(13i\pi/9)$   
 b)  $4^{1/3} \exp(2i\pi/9), 4^{1/3} \exp(8i\pi/9), 4^{1/3} \exp(14i\pi/9)$   
 c)  $4^{1/3} \exp(2i\pi/9), 4^{1/3} \exp(i\pi/9), 2^{1/3} \exp(14i\pi/9)$
14. //Rodríguez [García]//      Determinar el resultado de  $\text{Im}(\sqrt{3} + i)^3 +$   
 $\text{Re}(\sqrt{3} - i)^3$
- a)  $6\sqrt{10} + 8i$   
 b)  $6\sqrt{3} - 2i$

- c)  $6\sqrt{3} + 8i$
15. //Forneli [Pérez]// dDados los núm. complejos  $z_1$  y  $z_2$ , seala la respuesta correcta
- a)  $\operatorname{Re} e^{z_1} e^{z_2} = e^{x_1+x_2} \cos(y_1 + y_2)$   
 b)  $\operatorname{Re} e^{z_1} e^{z_2} = e^{x_1+x_2} \sin(y_1 + y_2)$   
 c)  $\operatorname{Im} e^{z_1} e^{z_2} = e^{x_1+x_2} \cos(y_1 + y_2)$
16. //Almagro [Escobar]// Si  $\frac{d}{dx} \sinh x = \cosh x$  ¿cuál es  $\frac{d}{dx} \sinh^{-1} x$ ?
- a)  $1/\cosh x$   
 b)  $\tanh^{-1} x$   
 c)  $1/\sqrt{1+x^2}$
17. //Martí [Pérez]// Obtener  $i^{347}$
- a) 1  
 b) -1  
 c)  $-i$
18. //Castelló [Espuch]// ¿Cuál de las siguientes igualdades es correcta?
- a)  $\cosh x - \sinh x = 1$   
 b)  $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$   
 c)  $\cosh^2 x + \sinh^2 x = 1$
19. //Pastor [Zárate]// La ecuación  $|z + 2 - i| = 4$  representa una circunferencia:
- a) Centrada en  $(1, -2)$  y de radio 4  
 b) Centrada en  $(-2, 1)$  y de radio 4  
 c) Centrada en  $(-2, 1)$  y de radio 16
20. //Alcaide [Doña]// Dados  $t = 1 + i$  y  $z = 1 - i$ , calcula  $t^z$
- a)  $\exp[(\ln \sqrt{2} + \pi/4) + i(\pi/4 - \ln \sqrt{2})]$   
 b)  $\exp[(\ln \sqrt{2} - \pi/4) + i(\pi/4 + \ln \sqrt{2})]$   
 c)  $\sqrt{2}(i\pi/4 + 2k\pi)$
21. //Zárate [Pastor]// Calcula  $\frac{d}{dx} \tanh^{-1} x$
- a)  $1/(1+x^2)$ ,  $|x| < 1$   
 b)  $1/(1-x^2)$ ,  $|x| > 1$   
 c)  $1/(1-x^2)$ ,  $|x| < 1$
22. //Fuertes [Alcaide]// Utilizando la fórmula de de Moivre, indicar cuál de las expresiones siguientes es equivalente a  $\sin 3\theta$
- a)  $\sin \theta(3 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$   
 b)  $4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$   
 c)  $\sin \theta(2 \cos^2 \theta + 1)$

23. //Escobar [Almagro]// dados los números  $z_1 = 3 + i$  y  $z_2 = \sqrt{3} - i$   
¿cuánto vale  $\text{Ln}(z_1 z_2)$ ?

- a)  $(\sqrt{10} + 2) + \exp(i \arctan \frac{1}{3} + i(\pi/6 + 4k\pi))$
- b)  $\text{Ln}(2\sqrt{10}) + i \arctan \frac{1}{3} + i(\pi/6 + 4k\pi)$
- c)  $\text{Ln}2 + \text{Ln}\sqrt{10} + i \arctan \frac{1}{3} + i2k\pi$