J.A. Oteo. Departamento de Física Teórica (UVEG).[MMF3-B:2003-4]

TEMA 1: Series de Fourier.[*]

12 de mayo de 2005

1. `//Oteo//` La serie de Fourier compleja de $\cos(2\pi x)$, $0 < x < 1$, contiene el coeficiente:

   a) $c_0 = 1$
   b) $c_1 = 1/2$
   c) $c_{-1} = -1/2$

2. `//Forneli [Pérez]//` Dada $f(x) = 4e^x$ en el intervalo $-3 < x < 3$, señala la respuesta correcta

   a) La segunda cond. de Dirihlet es falsa y $a_0 = 3\sinh 3$
   b) La primera cond. de Dirihlet es falsa y $a_0 = 4\sinh 2$
   c) La tercera cond. de Dirihlet es falsa y $a_0 = \frac{2}{3}\sinh 3$

3. `//Escobar [Almagro]//` El desarrollo de Fourier $2\sum_1^\infty (-1)^{k+1}/k \sin kx$, de la función $f(x) = x$ $[-\pi, \pi]$, presenta fenómeno de Gibbs

   a) Sólo cuando lo obtenemos como derivada de la serie de Fouirer de la función $f(x) = x^2$
   b) Siempre, ya que es una función no periódica
   c) Depende de la periodicidad que escojamos

4. `//Almagro [Cantos]//` Los coefs. de Fourier b_r para $f(x) = x$, $-\pi < x < \pi$, son $b_r = -2\cos(\pi r)/r$. ¿Para qué valor de x se demuestra $1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + \ldots = \pi/4$?

   a) $\pi/4$
   b) $3\pi/4$
   c) $\pi/2$

5. `//Navarro, [Martí]//` La SF de $f(x) = \|x\|$, $-\pi < x < \pi$, $T = 2\pi$, es

   a) $\pi/2 - (4/\pi)\sum_1^\infty \sin[(2n-1)x]/(2n-1)^2$
   b) $\pi/2 - (4/\pi)\cos_1^\infty \cos[2nx]/(2n)^2$
   c) $\pi/2 - (4/\pi)\sum_1^\infty \cos[(2n-1)x]/(2n-1)^2$

6. `//García Ramírez [Espuch]//` Sea la función periódica $f(x)$ de periodo 2π, definida: $f(x) = -x$ si $-\pi < x < o$ y $f(x) = x$ si $0 < x < \pi$. Determinar los coefs. de Fourier

[*] Preguntas y respuestas contrastadas por [...]

a) $a_0 = \pi$; $a_r = 0$, r par; $a_r = -4/\pi r^2$, r impar; $b_r = 0$

b) $a_0 = \pi$; $a_r = 0$, r impar; $a_r = -4/\pi r^2$, r par; $b_r = 0$

c) $a_0 = 0$; $a_r = 0$; $b_r = 0$, r impar; $a_r = -4/\pi r^2$, r par

7. `//Mena [Rodriguez ]//` Halla los coefs. b_r de la SF de $f(x) = x^2$, $-2 < x < 2$

   a) $\frac{(-1)^r}{2\pi^2 r^2}$

   b) 0

   c) $\frac{(e^2-1)\cos \pi r}{\pi r}$

8. `//Alcaide [Doña]//` Dada la función $f(x) = x + 1$, en $[-1, 1]$, indica el valor de los coefs. de la SF

   a) $a_0 = 1$, $a_r = 2(-1)^{r+1}/r\pi$, $b_r = 0$

   b) $a_0 = 1$, $a_r = 0$, $b_r = 2(-1)^{r+1}/r\pi$,

   c) $a_0 = 2$, $a_r = 4(-1)^{r+1}/r^2\pi^2$, $b_r = 0$

9. `//Rodríguez [Mena]//` Conociendo que el desarrollo en SF de $f(x) = x^2$ es $4/3 + 16\sum_1^\infty (-1)^r (\pi r)^{-2} \cos(\pi r x/2)$ en $-2 < x < 2$ ¿cuál es el desarrollo de $f(x) = x$?

   a) $-4\sum_1^\infty (-1)^r/(\pi r)\sin(\pi r x/2)$

   b) $-4\sum_1^\infty (-1)^r/(\pi r)^3\sin(\pi r x/2)$

   c) $-8\sum_1^\infty (-1)^r/(\pi r)\sin(\pi r x/2)$

10. `//Gisbert, Espuch [Mena, García]//` Sabiendo que $x^2 = 4\pi^2/3 + \sum_1^\infty (4/n^2\cos(nx) - 4\pi/n\sin(nx))$, $0 < x < 2\pi$, calcular el valor al que converge la serie $\sum_1^\infty n^{-2}$

    a) $\pi^2/6$

    b) $\pi^2/3$

    c) $2\pi^2/3$

11. `//Raussel [Pastor]//` Siendo $c_r = 4ir/\pi$, hallar los coeficientes a_r y b_r.

    a) $a_r = -4r/\pi$, $b_r = 0$

    b) $a_r = -8r/\pi$, $b_r = -4r/\pi$

    c) $a_r = 0$, $b_r = -8r/\pi$

12. `//Badía [Escobar]//` Para la función $f(x) = 3x^2 - 2$, elegimos el intervalo $-\sqrt{6}/3 < x < \sqrt{6}/3$ y decidimos estudiar la SF de la extensión periódica de $f(x)$. La solución correcta será

    a) $a_r = 12(-1)^r/(\pi r)^2$, $b_r = 0$

    b) $a_r = 0$, $ab_r = -4r/\pi$, $b_r = 0$

    c) $a_r = 12/(\pi r^2)(-1)^r$, $b_r = 3(-1)^r/(\pi^2 r)$

13. `//Pastor [Rausell]//` Desarrollar la función $f(x) = \pi^2/12 - x^2/4$ en SF en el intervalo $[-\pi, \pi]$

    a) $\sum_1^\infty (-1)^{n+1}/n^2\cos(nx)$

b) $\cos(x) - \sin(2x)/2^2 + \cos(3x)/3^2 - \sin(4x)/4^2 + \ldots$

c) $\pi^2/12 - 4/\pi[1/2 + \cos(2x)/(1-2^2)] + \sin(4x)/(1-4^2) + \ldots$

14. `//Cantos [Escobar]//` Para que una función pueda desarrollarse como SF deberá verificar

    a) Ser combinación de $\sin x$, $\cos x$; ser monovaluada, con núm. finito de máx. y mín., y $\|f(x)\|$ en un periodo converja

    b) Ser periódica, monovaluada, con núm. finito de máx. y mín., y $\|f(x)\|$ en un periodo converja

    c) $f(x+T) = f(x)\ \forall x$, monovaluada, $\exists$ núm. finito de máx. y mín., y $\|f(x)\|$ converge

15. `//Escobar [Almagro]//` El fenómeno de Gibbs:

    a) Es una característica de todas las SF

    b) Es una característica de las SF de funciones discontinuas

    c) Es una característica de las SF complejas

16. `//Doña [García]//` Señala la respuesta correcta. Una de las conds. de Dirichlet es

    a) Existe un número infinito de máximos y mínimos

    b) La función puede ser periódica

    c) La integral del valor absoluto de $f(x)$ en un periodo converge

17. `//García Saiz [Alcaide]//` En los desarollos en SF de $f(x) = (x-1)^2$, en el intervalo $0 < x < 2$, el término a_0 es

    a) 0

    b) 1/3

    c) 2/3

18. `//Castelló [Espuch]//` Para una SF trigonométrica, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

    a) Si la función es impar, $a_r = 0$ y sólo contribuyen los senos

    b) Si la función es par, $a_r = 1$ y sólo contribuyen los senos

    c) Si la función es impar, $a_r = 0$ y sólo contribuyen los cosenos

19. `//Almagro [Escobar]//` El teorema de Parseval establece que $\frac{1}{L}\int_{x_0}^{x_0+L} dx \|f(x)\|^2$ es igual a: (c_r coefs. desarrollo SF compleja)

    a) $\sum_1^\infty \|c_r\|^2$

    b) $\sum_1^\infty [a_r^2 + b_r^2]^2$

    c) $\sum_{-\infty}^\infty \|c_r\|^2$

20. `//Martí[Navarro]//` A cuál de estas funciones pertenece el desarrollo en SF $\sum_1^\infty (-1)^r (\pi r)^{-2} \cos(\pi r x) - \sum_1^\infty (-1)^r (\pi r)^{-1} \sin(\pi r x)$

    a) $f(x) = x^2$, $0 < x < 2$

    b) $f(x) = x/2$, $0 < x < 1$

    c) $f(x) = x$, $0 < x < 2$

21. `//Grau [Badía]//` Los coefs. a_r de la SF se determinan:

    a) $\frac{L}{2}\int_{x_0}^{x_0+L} f(x)\cos(2\pi rx/L)$

    b) $\frac{2}{L}\int_{x_0}^{x_0+L} f(x)\sin(2\pi rx/L)$

    c) $\frac{2}{L}\int_{x_0}^{x_0+L} f(x)\cos(2\pi rx/L)$

22. `//Méndez [Pastor]//` Escribir la integral de Parseval correspondiente a la SF $1+\sum_1^\infty (2/n\pi)^2(\cos n\pi - 1)\cos(n\pi x/2)$

    a) $2+\sum_1^\infty 16/(\pi n)^4(\cos n\pi - 1)^2$

    b) $1+\sum_1^\infty 16/(\pi n)^4(\cos n\pi - 1)^2\cos^2(n\pi x/2)$

    c) $2+\sum_1^\infty 16/(\pi n)^4(\sin n\pi - 1)^2$