

J.A. Oteo. Departamento de Física
Teórica (UVEG). [MMF3-B:2003-4]

TEMA 3: Transformadas integrales *

18 de mayo de 2005

1. //Oteo// Calcular la TF de $f(x) = H(x)H(1-x)\exp(-x)$
 - a) $\frac{1-\exp(-1-is)}{\sqrt{2\pi}(1+is)}$
 - b) $\frac{1-\exp(-1+is)}{\sqrt{2\pi}(1+is)}$
 - c) $\frac{-1+\exp(-1-is)}{\sqrt{2\pi}(1+is)}$
2. //Oteo// Calcular la TL de $f(x) = H(x+1)H(x-1)x$
 - a) $-\frac{(1-s)e^{-s}}{s^2} + s^{-2}$
 - b) $\frac{(1+s)e^{-s}}{s^2} + s^{-2}$
 - c) $-\frac{(1+s)e^{-s}}{s^2} + s^{-2}$
3. //Gisbert [Cantos]// Sabiendo que $\delta(f(x))*g(x)$ ha dejado tres copias de $g(x)$ centradas en $x = -4$, $x = 0$, $x = 1$, entonces $\delta(f(x))$ es
 - a) $\delta(x^3 + 3x^2 - 4x)$
 - b) $\delta(t) + \delta(t+1) + \delta(t-4)$
 - c) Ninguna de las anteriores
4. //Rausell [Rodriguez]// ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?
 - a) $\int_{-1}^0 \sin(\pi x)\delta(x-1/2)dx = 1$
 - b) $\int_0^1 \cos(\pi x)\delta(x-2)dx = 0$
 - c) $\int_{-1}^1 \exp(-x)\delta(x+1)dx = 1/e$
5. //Gisbert [Cantos]// Se define $\int_A^B f(u)\delta(u-a)du$, de manera que $f(u) = \ln u$, $a = e$. ¿Qué respuesta es correcta?
 - a) $\int_A^B f(u)\delta(u-a)du = \ln(u-e)$
 - b) $\int_A^B f(u)\delta(u-a)du = 1$ si $e \in [A, B]$
 - c) $\int_A^B f(u)\delta(u-a)du = \exp(u-e)$, donde $u \in \mathcal{R}$
6. //García Saiz, [Doña]// Dada la función $f(t) = \cos 3t$, el valor de la TL de su derivada segunda es

*Preguntas y respuestas contrastadas por [...]

- a) $9s/(s^2 - 9)$
- b) $(s^3 + 3s^2 - 27)/(s^2 - 9)$
- c) $s^3/(s^2 - 9)$

7. //Alcaide [Doña]// Calcula la TF de $f(x) = \exp(-|x|/a)$

- a) $\mathcal{F}[f(x)] = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{a}{1+a^2\omega^2}$
- b) $\mathcal{F}[f(x)] = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{a^2}{1-a^2\omega^2}$
- c) $\mathcal{F}[f(x)] = \sqrt{\frac{1}{\pi}} \frac{a^2}{1+a^2\omega^2}$

8. //Mena [Pastor]// Sea $f(t)$ una función simétrica. Calcula $a^2 \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t^2 - a^5)dt$

- a) $f(a^{5/2}/a^{3/2})$
- b) $2f(a^{5/2}/a^{3/2})$
- c) $f(a^{3/2}/(2a^3))$

9. //Alcaide [García]// Calcula la TF de $f(x) = \delta(x^2 - 9)$

- a) $\tilde{f}(\omega) = [\exp(-i3\omega) + \exp(i3\omega)]/\sqrt{2\pi}$
- b) $\tilde{f}(\omega) = \exp(-i3\omega) + \exp(i3\omega)$
- c) $\tilde{f}(\omega) = \exp(-i3\omega)/\sqrt{2\pi}$

10. //Pastor [Mena]// Calcula la TF de $\delta(at)$

- a) $i\omega\sqrt{2\pi}/|a|$
- b) $1/(\sqrt{2\pi}|a|)$
- c) $f(a^2)/(\sqrt{2\pi}|a|)$

11. //García [Alcaide]// Si $\bar{f}_1(s)$ y $\bar{f}_2(s)$ son las TL de $f_1(t)$ y $f_2(t)$, entonces la T inversa de L del producto $\bar{f}_1(s)\bar{f}_2(s)$ es

- a) $\int_0^t f_1(x)f_2(x)dx$
- b) $\int_0^\infty f_1(x)f_2(t-x)dx$
- c) $\int_0^t f_1(x)f_2(t-x)dx$

12. //Doña [Alcaide]// El valor de la integral $\int_{-3}^4 x \cos(\pi x/2)\delta(x-2)dx$ es

- a) 0
- b) 2
- c) -2

13. //Rodríguez [Rausel]// ¿Cuál de las siguientes props. es incorrecta?

- a) $\delta(at) = \delta(t)/|a|$
- b) $\int_a^b f(t)\delta(t)dt = f(0)$, $0 \in [a, b]$
- c) $t\delta(t) = -t^2$

14. //Doña [Alcaide]// Sea $f(t) = \exp(at)$. La TL es

- a) $1/(s - a)$, $a > s$
 b) $1/(a - s)$, $a > s$
 c) $-1/(a - s)$, $a > s$
15. //Rodríguez [Rausse]// ¿Cuál de las siguientes funciones no tiene TF?
 a) $f(t) = \exp(-|t|)$
 b) $f(x) = x + 5$
 c) $f(x) = A \exp(-\lambda x)$ si $x \geq 0$; $f(x) = 0$ si $x < 0$ ($\lambda > 0$)
16. //Pastor [Mena]// ¿Cuál de las siguientes expresiones se corresponde con la solución general de $\mathcal{L}[d^n f(t)/dt^n]$?
 a) $f(0) + sf'(0) + 2sf''(0) + \dots + s^n f^{(n)}(0) + \dots$
 b) $s^n f(t) - [sf(0) + s^2 f''(0) + \dots + s^n f^{(n)}(0)]$
 c) $s^n \bar{f}(s) - [s^{n-1} f(0) + s^{n-2} f''(0) + \dots + f^{(n-1)}(0)]$
17. //Castelló [Espuch]// ¿Cuál de las siguientes opciones es la TF de $f(x) = -1$ si $(-b - a) < x < (-a + b)$ y $f(x) = +1$ si $(a - b) < x < (a + b)$?
 a) $(4 \cos \omega a - \sin \omega b)/\omega \sqrt{2\pi}$
 b) $4(\sin \omega a - \cos \omega b)/\omega \sqrt{2\pi}$
 c) $2(\sin \omega a - \cos \omega b)/\omega \sqrt{2\pi}$ converge
18. //Pastor [Mena]// Dadas $f(t)$ y su TF $\tilde{f}(\omega)$, según el ppio. de incertidumbre
 a) $\Delta t \Delta \omega = cte (\neq 0)$
 b) $\Delta t \Delta \omega = 0$
 c) Ninguna de las anteriores
19. //Badía [Gisbert]// La función de correlación de f y g , $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)g(z+x)dx$, y el prod. de convolución de ambas, $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)g(z-x)dx$, tienen en común las props. siguientes
 a) Conmutativa, asociativa y distributiva
 b) Conmutativa y asociativa
 c) Asociativa y distributiva
20. //Espuch [Castello]// Calcula $\int -33^{\frac{x-3}{3}} \delta(x-2)dx$
 a) 0
 b) 8/3
 c) 5/3
21. //García Ramírez [Cantos]// ¿Cuál de las siguientes expresiones define una TF ?
 a) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-i\omega t)$
 b) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(i\omega t)$
 c) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} f(t) \exp(-i\omega t)$

22. //Espuch [Castelloo]// Calcular la TF de $g * g$, siendo $g(x) = 2$ si $|x| < 2$ y $g(x) = 0$ si $|x| > 2$.

a) $\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\omega} \sin^2(2\omega)$

b) $2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\omega^2} \sin^2(2\omega)$

c) $8\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\omega^2} \sin^2(2\omega)$

23. //García Ramírez [Cantos]// Calcula la integral $\int -2^2 x \delta(x+7) dx / 7$

a) 0

b) 1

c) -1

24. //Martí [Pérez]// ¿Cuál de éstas es la solución de la integral $\int_{-\infty}^{\infty} t \delta(a^2 - a/t) dt$?

a) 1

b) a

c) $1/a$