O. Varela. Departamento de Física Teórica (UVEG).[MMF3-B:2004-5]

TEMA 5: Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden *

23 de marzo de 2005

1. `//Varela//` Sea $A(x,y)dx + B(x,y)dy = 0$ una EDO de primer orden inexacta, que admite un factor integrante $\mu(x,y)$. Señalar la afirmación incorrecta:

   a) La EDO $\mu(x,y)A(x,y)dx + \mu(x,y)B(x,y)dy = 0$ es exacta y su solución es la misma que la de la EDO original.

   b) El factor integrante es único.

   c) $\mu'(x,y) = k\mu(x,y)$, donde k es una constante, es también un factor integrante.

2. `//Varela//` ¿Cuál de las siguientes afirmaciones, referidas a EDOs de primer orden, es correcta?

   a) Si $f(x)$ es una solución particular, entonces, en general, $g(x) = f(x) + C$, donde C es una constante, también lo es.

   b) Las soluciones singulares a EDOs de grado superior pueden obtenerse de la solución general dando valores a la constante arbitraria que la parametriza.

   c) Imponiendo condiciones de contorno o condiciones iniciales, es posible fijar el valor de la constante arbitraria que parametriza la solución general para obtener así una solución particular.

3. `//Varela//` Sea la EDO $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^n$. Señalar la afirmación incorrecta

   a) Si $n \neq 0$, $n \neq 1$, la ecuación es de Bernoulli, y si $P(x)$ y $Q(x)$ son homogéneas de grado $p = -1$ y q (arbitrario), respectivamente, entonces la EDO es, además, isobárica de grado $m = \frac{1+q}{1-n}$.

   b) Si $n \neq 0$, $n \neq 1$, la ecuación es de Bernoulli, y si $P(x)$ y $Q(x)$ son homogéneas de grado $p = -1$ y $q = -n$, respectivamente, entonces la EDO es, además, homogénea.

   c) Si $n = 0$ la ecuación es lineal, y si $P(x)$ y $Q(x)$ son homogéneas de grado cero, la EDO es, además, homogénea.

4. `//Varela//` Dada la ecuación de Clairaut $y = px - e^p$, donde $p = \frac{dy}{dx}$, y la condición inicial $y(0) = -2$,

   a) la solución singular nunca depende de la condición inicial

*Preguntas y respuestas contrastadas por [...]

b) $y = x \ln x - x$ es la solución singular y $y = 2x - 2$ una solución particular
c) $y = 2x - 2$ es la solución singular y $y = x \ln x - x$ una solución particular

5. `//Alcaide [Adriá]//` La solución a la EDO $(x^2 + y^2)dx + 2xydy = 0$ es

   a) $\frac{1}{3}x^3 + y^2 x = C$
   b) $x + y^2 = C$
   c) $3x^3 + yx = C$

6. `//Adriá[Alcaide]//` Obtén el factor integrante $\mu(x)$ de $\frac{dy}{dx} + 2xy = 4x$

   a) $2e^{x^2}$
   b) $-e^{x^2}$
   c) e^{x^2}

7. `//Doña [Alcaide]//` Sea la Edo $3xy^2dx + x^2ydy = 0$; su factor integrante es

   a) $5x^4$
   b) x^4
   c) $2x^4$

8. `//Martí [Gisbert]//` Resuelve la ecuación diferencial $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = 2x$

   a) $y = \frac{1}{3}Cx^2$
   b) $y = \frac{3C + 2x^3}{3x}$
   c) $y = C + \frac{2}{3}x^3$

9. `//Castelló [García Ramírez]//` Indica cuál es la solución de $\frac{dy}{dx} = 8xy - 3x$ y cual es su factor integrante.

   a) $\mu = 4x^2$, $y = \frac{C + \frac{3}{8}e^{-4x^2}}{e^{-4x^2}}$
   b) $\mu = -4x^2$, $y = \frac{C + \frac{3}{8}e^{-4x^2}}{e^{-4x^2}}$
   c) $\mu = -4x^2$, $y = \frac{C - \frac{3}{8}e^{4x^2}}{e^{4x^2}}$

10. `//Espuch [Castelló]//` ¿Cuál es la solución de $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2} - \frac{y}{x}$?

    a) $y = \frac{C - \frac{1}{2}x^2}{2x}$
    b) $y = \frac{C - \frac{3}{2}x^2}{3x}$
    c) $y = \frac{2C - \frac{5}{2}x^2}{5x}$

11. `//Espuch [Castelló]//` ¿Cuál es la solución de $\frac{dy}{dx} = yx^2 + 3yx$?

    a) $y = 2C \exp(\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2)$
    b) $y = C \exp(\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2)$
    c) $y = 2C \exp(x^3 + x^2)$

12. `//Rausell [Mena]//` ¿Cuál de las siguientes funciones $F(x, y)$ hacen la EDO $\frac{dy}{dx} = F(x, y)$ separable?

    a) $F(x, y) = x - 2y$

b) $F(x,y) = \frac{x}{y} + y$

c) $F(x,y) = \frac{y}{x} + y$

13. `//Gisbert [Martí]//` Resuelve la ecuación diferencial $dy - \frac{x+1}{y}dx = 0$

a) $y = \sqrt{x^2 + 2x + C}$

b) $y = 2\sqrt{x^2 + 2x + C}$

c) $y = \sqrt{2x^2 + x + C}$

14. `//Gisbert [Martí]//` Considérese la ecuación diferencial $Adx+Bdy = 0$ que admite un factor integrante dependiente sólo de y; entonces

a) $\frac{d\mu}{\mu} = \frac{1}{A}\left(\frac{\partial B}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial y}\right) dy$

b) $\frac{d\mu}{\mu} = \frac{1}{B}\left(\frac{\partial B}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial y}\right) dx$

c) $\frac{d\mu}{\mu} = \frac{1}{A}\left(\frac{\partial B}{\partial y} - \frac{\partial A}{\partial x}\right) dy$

15. `//Cantos [Almagro]//` ¿Es la EDO $-y\cos 3xdx = \frac{1}{3}\sin 3xdy$ exacta?

a) Sí, aplicando el procedimiento se comprueba

b) No, ya que hablamos de una EDO isobárica

c) No, debido al factor $\frac{1}{3}$

16. `//Almagro [Escobar]//` La ecuación $\sin x\frac{dy}{dx} + 2y\cos x = 1$ es

a) homogénea

b) exacta

c) inexacta, y admite un factor integrante dependiente sólo de x

17. `//Escobar [Almagro]//` La EDO $\frac{dy}{dx} = -(y^2 + 2/x)/2xy$ es

a) inexacta, y admite un factor integrante dependiente sólo de x

b) homogénea

c) isobárica de grado $n = -\frac{1}{2}$

18. `//Méndez [Gisbert]//` Resolver $x\frac{dy}{dx} = y + x^3 + 3x^2 - 2x$

a) $2y = x^3 + 6x^2 - 4x\ln x + C$

b) $y = x^2 + 4x\ln x + C$

c) $y = \frac{1}{2}x^3 + 3x^2 + 3x^2\ln(x+1) + C$

19. `//Zárate [Rodríguez]//` Las ecuaciones del tipo $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$ son

a) isobáricas

b) lineales

c) homogéneas

20. `//Pastor [Martí]//` La EDO $y^4dx + 3y^3xdy = 0$ es inexacta y su factor integrante es

a) $\mu(x) = \exp(3\ln x)$

b) $\mu(x) = x^{\frac{1}{3}}$

c) $\mu(x) = \frac{1}{3}\ln x$

21. `//García Ramírez [Castelló]//` Dada la ecuación $y' = -(2x^2 + y^2 + x)/(xy)$, hallar el factor integrante y su solución

    a) $\mu(x) = e^x$; $((C - 3x^4 - 2x^3)/(3x^2))^{1/3}$
    b) $\mu(x) = e^{\ln x}$; $\sqrt{(3x^4 - 2x^3)/(3x^2)}$
    c) $\mu(x) = x$; $((C - 3x^4 - 2x^3)/(3x^2))^{1/2}$

22. `//Grau [Rodríguez]//` Determinar la sol. general de $(4x+xy^2)dx+(y+x^2y)dy = 0$

    a) $(1 + x^2)(4 + y^2) = C$
    b) $\ln[(1 + x^2)(4 + y^2)] = Cx$
    c) $\frac{1}{2}\ln(1 + x^2) + \frac{1}{2}\ln(4 + y^2) = 0$

23. `//Grau [Rodríguez]//` Determinar la sol. de la EDO anterior que cumple la cond. inicial $y(1) = 2$

    a) $(1 + x^2)(4 + y^2) = 16$
    b) $\ln[(1 + x^2)(4 + y^2)] = 2x$
    c) $\frac{1}{2}\ln(1 + x^2) + \frac{1}{2}\ln(4 + y^2) = 16$