

J.A. Oteo. Departamento de Física
Teórica (UEG). [MMF3-B:2005-6]

TEMA 2: Series de Fourier.*

24 de noviembre de 2005

1. //Oteo// Utilizar el teorema de Parseval para determinar si el desarrollo en SF (intervalo $0 < x < 2$):

$$x^4 = \frac{16}{5} + 16 \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{(2\pi^2 k^2 - 3) \cos(\pi kx)}{\pi^4 k^4} - \frac{(\pi^2 k^2 - 3) \sin(\pi kx)}{\pi^3 k^3} \right]$$

puede ser, o no, correcto. Determinar primero cuál es el periodo L .

2. //Sandra [Pablo]//

a) Obtener la SF de la función de periodo $L = 2\pi$ siguiente:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & [-\pi, 0] \\ x &]0, \pi] \end{cases}$$

b) Calcular la suma $\sum_1^{\infty} (2n-1)^{-2}$, con la ayuda de la SF anterior.

3. //Alex [Saúl]// Encontrar los coeficientes de Fourier de la función $f(x) = 1 + x$ definida en el intervalo $[-1, 1]$.

4. //Jesús [Víctor]// Desarrollo de Fourier de $f(x) = |x|$ en el intervalo $(-\pi, \pi)$. Halla la suma $\sum_1^{\infty} \frac{2}{(2n-1)^4}$.

5. //Luis [Braulio]// Comprobar gráficamente y mediante el teorema de Parseval el desarrollo en SF de las siguientes funciones:

a) $|\sin \theta| = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \sum_1^{\infty} \frac{\cos 2r\theta}{4r^2-1}$, $(-\pi < \theta < \pi)$

b) $x^2 = \frac{4}{3} + \frac{16}{\pi^2} \sum_1^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos(\pi nx/2)$, $(-2 < x < 2)$

6. //Jesús [Víctor]// Desarrollo de Fourier de $f(x) = 1 - x^2$ and el intervalo $-1 < x < 1$. Demuestra el resultado mediante una gráfica.

7. //Pablo [Sandra]//

a) Calcular el desarrollo de Fourier en $[-1, 1]$ de $f(x) = -|x|$

b) ¿Cuánto vale la suma $\sum_1^{\infty} (2r-1)^{-2}$?

8. //Arantxa [Alex]// Demostrar que la integral

$$\int_{x_0}^{x_0+L} dx \exp(-2\pi ipx/L) \exp(2\pi irx/L)$$

vale L si $r = p$, y cero si $r \neq p$ (r, p : enteros).

*Preguntas y soluciones contrastadas por [...]

9. //Adrián [Albert]// Desarrollar en SF compleja $f(x) = \exp(-|x|)$ en el intervalo $-1 < x < 1$. $L = 2$. Calcular directamente c_r , no mediante a_r, b_r .
10. //Julián [Rubén]// Hallar los coeficientes de Fourier para la función $f(x) = \sin(x^2 + 3)$.
11. //José [Braulio]// Desarrollar en SF $f(x) = x^2 + 4$ en $-2 < x < 2$.
12. //Braulio [Luis]// Obtener el desarrollo de Fourier de la función: $f(x) = 1 - x/2$ en el intervalo $-2 < x < 2$.
13. //Rubén [Julián]// Encontrar los coeficientes de Fourier para $f(x) = x^4 - 1$ en el intervalo $0 < x < 3$.
14. //Saúl [Alex]// Calcular la SF de $f(x) = x$, $(-2 < x < 2)$.
15. //Albert [Adrián]// Dada la función $g(t) = 1/2 - t/T$, $(0 < t < T)$, obtener la SF y graficarla. [Ayuda: considerar el intervalo $0 < t < T/2$]