

J.A. Oteo. Departamento de Física  
Teórica (UEG). [MMF3-B:2005-6]

TEMA 2: Series de Fourier.\*

24 de noviembre de 2005

1. //Oteo// Utilizar el teorema de Parseval para determinar si el desarrollo en SF (intervalo  $0 < x < 2$ ):

$$x^4 = \frac{16}{5} + 16 \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{(2\pi^2 k^2 - 3) \cos(\pi kx)}{\pi^4 k^4} - \frac{(\pi^2 k^2 - 3) \sin(\pi kx)}{\pi^3 k^3} \right]$$

puede ser, o no, correcto. Determinar primero cuál es el periodo  $L$ .

2. //Sandra [Pablo]//

a) Obtener la SF de la función de periodo  $L = 2\pi$  siguiente:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & [-\pi, 0] \\ x & ]0, \pi] \end{cases}$$

b) Calcular la suma  $\sum_1^{\infty} (2n-1)^{-2}$ , con la ayuda de la SF anterior.

3. //Alex [Saúl]// Encontrar los coeficientes de Fourier de la función  $f(x) = 1 + x$  definida en el intervalo  $[-1, 1]$ .

4. //Jesús [Víctor]// Desarrollo de Fourier de  $f(x) = |x|$  en el intervalo  $(-\pi, \pi)$ . Halla la suma  $\sum_1^{\infty} \frac{2}{(2n-1)^4}$ .

5. //Luis [Braulio]// Comprobar gráficamente y mediante el teorema de Parseval el desarrollo en SF de las siguientes funciones:

a)  $|\sin \theta| = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \sum_1^{\infty} \frac{\cos 2r\theta}{4r^2-1}$ ,  $(-\pi < \theta < \pi)$

b)  $x^2 = \frac{4}{3} + \frac{16}{\pi^2} \sum_1^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos(\pi nx/2)$ ,  $(-2 < x < 2)$

6. //Jesús [Víctor]// Desarrollo de Fourier de  $f(x) = 1 - x^2$  and el intervalo  $-1 < x < 1$ . Demuestra el resultado mediante una gráfica.

7. //Pablo [Sandra]//

a) Calcular el desarrollo de Fourier en  $[-1, 1]$  de  $f(x) = -|x|$

b) ¿Cuánto vale la suma  $\sum_1^{\infty} (2r-1)^{-2}$ ?

8. //Arantxa [Alex]// Demostrar que la integral

$$\int_{x_0}^{x_0+L} dx \exp(-2\pi ipx/L) \exp(2\pi irx/L)$$

vale  $L$  si  $r = p$ , y cero si  $r \neq p$  ( $r, p$ : enteros).

---

\*Preguntas y soluciones contrastadas por [...]

9. //Adrián [Albert]// Desarrollar en SF compleja  $f(x) = \exp(-|x|)$  en el intervalo  $-1 < x < 1$ .  $L = 2$ . Calcular directamente  $c_r$ , no mediante  $a_r, b_r$ .
10. //Julián [Rubén]// Hallar los coeficientes de Fourier para la función  $f(x) = \sin(x^2 + 3)$ .
11. //José [Braulio]// Desarrollar en SF  $f(x) = x^2 + 4$  en  $-2 < x < 2$ .
12. //Braulio [Luis]// Obtener el desarrollo de Fourier de la función:  $f(x) = 1 - x/2$  en el intervalo  $-2 < x < 2$ .
13. //Rubén [Julián]// Encontrar los coeficientes de Fourier para  $f(x) = x^4 - 1$  en el intervalo  $0 < x < 3$ .
14. //Saúl [Alex]// Calcular la SF de  $f(x) = x$ ,  $(-2 < x < 2)$ .
15. //Albert [Adrián]// Dada la función  $g(t) = 1/2 - t/T$ ,  $(0 < t < T)$ , obtener la SF y graficarla. [Ayuda: considerar el intervalo  $0 < t < T/2$ ]