

J.A. Oteo. Departamento de Física
Teórica (UVEG). [MMF3-B:2005-6]

TEMA 3: Transformadas integrales.*

18 de enero de 2006

1. //Oteo//

- Encontrar la solución de la ec. diferencial $\ddot{y}(t) - \alpha^2 y(t) = f(t)$ en términos de las TL $L[y]$, $L[f]$ y de las condiciones iniciales $y(0) = A$, $\dot{y}(0) = B$, asumiendo todas las condiciones de existencia necesarias
- Calcular la TF del producto $H(t+2)H(-t-2)$ (Heaviside)
- Calcular la integral $I = \int_{1/2}^{\infty} \delta[\sin(\pi x)]/x^2 dx$. ¿Es $I > 1$?

2. //Sandra [Pablo]//

- Calcular la TF de

$$f(t) = \begin{cases} -|t|e^{-|t|} & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

y utilizar el th. de inversión de Fourier para demostrar que

$$2\pi(-|t|e^{-|t|}) = \int_{-\infty}^{\infty} (1+i\omega)^{-2} \exp(i\omega t) dt \quad (t > 0)$$

- Encontrar la TL de

$$f(t) = \begin{cases} -|t|e^{-|t|} & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

3. //Jesús [Arantxa]// Calcular la TF de

-

$$f(x) = \begin{cases} -1 & -3\pi/2 < x < -\pi/2 \\ \sin x & -\pi/2 < x < \pi/2 \\ 1 & \pi/2 < x < 3\pi/2 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

-

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & -3\pi/2 < x < -\pi/2 \\ 0 & -\pi/2 < x < \pi/2 \\ \cos x & \pi/2 < x < 3\pi/2 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

4. //David [Juan Fran]// Siendo $f(x) = \exp(-x)$, $g(x) = 2 - x$ ($0 < x < \infty$), calcular la TF del producto de convolución

*Preguntas y soluciones contrastadas por [...]

5. //Adrián [Albert]// Sabiendo que $L^{-1}[c/s] = c$, $s > 0$ y que $L^{-1}[\cos(cx)] = s/(s^2 + c^2)$, $s > 0$, calcular la TL de $f(x) = c \cos(cx)$ y comprobar que el resultado es correcto hallando la TL inversa.

6. //Juan Fran [David]// Siendo $f(x) = \delta(x^2 - 9)$ y

$$g(x) = \begin{cases} \exp(-x) & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

Calcular:

- Su producto de convolución
- La TF del producto de convolución
- La TL de su producto de convolución

7. //Saúl [Alex]// Dada

$$f(t) = \begin{cases} \exp(-t) & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

calcular su TF.

8. //Arantxa [David]//

- Encontrar la TL de $f(t) = t \cos(bt)$
- Sin utilizar las tablas (aplicando la def. de TL), calcular la TL de $f(t) = \exp(at)$

9. //Saúl [Alex]// Calcular la TF de

$$f(t) = \begin{cases} 1 & 2 < t < 4 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

10. //Braulio [Luis]//

- Encontrar la TF de:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & |x| > \pi/2 \\ \cos x & |x| \leq \pi/2 \end{cases}$$

- Obtener el producto de convolución de la función anterior con $g(x) = 2\pi\delta(x^2 - \pi^2)$.

11. //Alex [Arantxa]//

- Calcular el resultado de $\int_{-\infty}^{\infty} \cos x \delta(2x + \pi) dx$
- Conociendo $L[f] = -\frac{2s^2 - 52s - 82}{(s^2 + 6s + 5)(s - 3)}$, calcular $f(t)$.

12. //Pablo [Sandra]//

- Encontrar la TF de

$$f(x) = \begin{cases} 1 & |x| < a \\ 0 & |x| > a \end{cases}$$

- Calcular la TF de la convolución de f consigo misma.
- Utilizar el Th.Parseval para verificar los resultados de a) y b).

13. //Luis [Braulio]// La TF del producto de convolución de $f(x)$ y $g(x)$ es $\frac{2}{\omega} \sin(a\omega)$. Sabiendo que

$$g(x) = \begin{cases} 1 & |x| < a \\ 0 & |x| > a \end{cases}$$

hallar $f(x)$.

14. //Albert [Adrián]// Calcular la TL de $\cosh(4t)$

15. //Arantxa [Alex]// Calcular el producto de convolución de $\delta(x^2 - a^2)$ con

$$f(x) = \begin{cases} 0 & |x| > 1 \\ \text{recta que pasa por } (-1, 0) \text{ y } (0, 1) & -1 < x < 0 \\ \text{recta que pasa por } (0, 1) \text{ y } (1, 0) & 0 < x < 1 \end{cases}$$