

J.A. Oteo. Departamento de Física
Teórica (UVEG). [MMF3-B:2006-7]

TEMA 3: Transformadas integrales *

21 de diciembre de 2006

1. //Oteo//

- Demostrar que $g(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t-nT)$ es una función periódica de periodo T .
- Demostrar que su desarrollo en SF es $g(t) = \frac{1}{T} \sum_{-\infty}^{\infty} \exp(-2\pi int/T)$
- Utilizando el resultado anterior y la TF y sus propiedades demostrar que para una función $f(t)$ cuya TF existe:

$$\sum_{-\infty}^{\infty} f(t+nT) = \frac{\sqrt{2\pi}}{T} \sum_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(2\pi n/T) \exp(2\pi int/T)$$

(Fórmula de Poisson)

- //Oteo// Dadas las funciones: $f(x) = \exp(-\alpha|x|)$, $g(x) = x \exp(-\alpha|x|)$ y $h(x) = \cos(x)$, calcular los productos de convolución de Fourier: $f*h$ y $g*h$.
- //Oteo// Calcular la integral $I = \int_{1/2}^{\infty} \delta[\sin(\pi x)]/x^2 dx$. ¿Es $I > 1$?
- //Alex [José]// Encontrar la TF de las funciones $\cos \omega_0 t$ y $\sin \omega_0 t$. Comprobar el resultado mediante la TF inversa.
- //José [Alex]// Calcular la TF del producto de convolución de las funciones: $g(x) = 2\delta(x^2 + 4x + 3)$ y

$$f(x) = \begin{cases} 1+x & -1 \leq x < 0 \\ 1-x & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

- //Pilar [Antonio]// Calcular la integral $\int_{-\infty}^{\infty} \cos x \delta(x^2 - 1) dx$
- //Antonio [Pilar]// Calcular la TL de $f(t) = t^2$
- //Julián [Vicente]// Calcular la TL de $f(t) = \sin(at)$
- //Néstor [Dani]// Calcular la TF de $\exp(-|t|a)$ con $a > 0$.
- //Dani [Néstor]// Sabiendo que $\mathcal{L}[\exp at] = 1/(s-a)$ con $s > a$, determinar $f(t)$ y su dominio de definición si $\tilde{f}(s) = (s+5)/[(s+2)(s+4)]$.
- //Néstor [Dani]// Demostrar:

a) $\mathcal{F}[f(at)] = \frac{1}{a} \tilde{f}(\omega/a)$

*Preguntas y soluciones contrastadas por [...]

b) $\mathcal{F}[f(a+t)] = \exp(ia\omega)\tilde{f}(\omega)$

12. //Pablo [Antonio]// Demostrar que el producto de convolución de Fourier es conmutativo.

13. //Ana [Laura]// Calcular la TF de

$$f(x) = \begin{cases} e^{|t|} \cos \omega t & t < 0 \\ e^{-|t|} \sin \omega t & t > 0 \end{cases}$$

14. //Ana [Laura]// Dadas $f(x) = \delta(x^2 - 9)$ y

$$g(x) = \begin{cases} e^{-x} & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

calcular

a) su producto de convolución

b) la TF del producto de convolución

15. //Viki [Ana]// Demostrar: $\mathcal{F}[\exp(\alpha t)f(t)] = \tilde{f}(\omega + i\alpha)$.

16. //Laura [Viki]// Calcular la TF de $H(x-a)e^{-bx}$, siendo $H(x)$ la función de Heaviside y $b > 0$.