J.A. Oteo. Departamento de Física Teórica (UVEG).[MMF3-B:2006-7]

TEMA 4: Variable compleja *

27 de enero de 2007

1. `//Oteo//`
   a) Calcular el valor ppal. de la integral $\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}z/[(z-1)(z+i)]$
   b) Dada la función $f(x) = 1/[(x^2+4)(x^2+9)^2]$ calcular $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$.
   c) Desarrollar $f(x)$ en serie de Laurent alrededor de $z = i$ hasta segundo orden
   d) Determinar en qué regiones del plano complejo es analítica la función $g(z) = |x| + i|y|$
   e) Calcular el radio de convergencia de la serie de Taylor ($z_0 = 0$) de la función $\exp z$
   f) Encontrar el radio de convergencia de la serie $\sum_1^{\infty} z^n n^{\ln n}$
   g) Identificar los puntos de ramificación de la función $f(z) = \sqrt{(z+i)(z-2i)}$. Situar los cortes en el plano complejo
   h) Desarrollar $1/[z(z+2)]$ en serie de Laurent alrededor de $z = 0$ hasta segundo orden. Determinar el residuo de la función
   i) Calcular al área $\int_0^{\infty} x^{3/2}(x^2+1)^{-2}dx$

2. `//José[Alex]//`
   a) Estudiar si la función $x^2 + i3y^3$ es analítica.
   b) Determinar el radio de convergencia de la serie $\sum_0^{\infty} \ln(n)/z^n$
   c) Calcular $\int_{-\infty}^{\infty}(1+x)(b^2+x^2)^{-2}dx$.

3. `//Pilar [Yolanda]//` Desarrollar $f(z) = 1/[(z-1)^2(z-2)^3]$ en serie de Laurent alrededor de $z = 1$ y de $z = 2$, hasta segundo orden. Determinar los residuos.

4. `//Pablo [Néstor]//` Calcular $\int_C z^2 dz$, donde C es le segmento de recta que une los puntos $z = 0$ y $z = 2 + i$.

5. `//Néstor [Antonio]//`
   a) Hallar le desarrollo de Laurent de $1/[(z-1)^2(z-3)]$ alrededor de a) $z = 1$ y de b) $z = 3$.
   b) Hallar los residuos de la función $f(z) = \exp(z)/\sin^2 z$

*Preguntas y soluciones contrastadas por [...]

6. `//Yolanda [???]//` Calcular $\oint_C dz/[(z-1)(z-2)^2(z-3)^3]$, donde el circuito C es:
   a) Circunferencia centrada en $z=-1$ y radio 3/2
   b) Circunferencia centrada en $z=-1$ y radio 5/2
   c) Circunferencia centrada en $z=-1$ y radio 7/2
   d) Circunferencia centrada en $z=-1$ y radio 9/2
7. `//Saúl [Vicente]//`
   a) Siendo $f(z)=u+iv$ analítica y dado $v=2xy$: calcular u.
   b) Calcular $\oint dz/[z(z-3)^2]$ a lo largo de una circunferencia de radio 3 centrada en $z=4$.
8. `//Ana [Laura]//`
   a) Determinar las partes real e imaginaria de $f(z)=z^2\exp z$. Estudiar si $f(z)$ es analítica.
   b) Calcular $\oint_C 2z/[(z-1)^2(z-3)^3]dz$, donde el circuito C es:
      1) Circunferencia centrada en $z=-1$ y radio 1
      2) Circunferencia centrada en $z=-1$ y radio 3
      3) Circunferencia centrada en $z=-1$ y radio 5
9. `//Laura [Ana]//`
   a) Encontrar los residuos de la función $(z^2-2z)/[(z+1)^2(z^2+4)]$
   b) Localizar y clasificar todas las singularidades de $f(z)=(z^8+z^4+2)/[(z-1)^3(3z+2)^2]$
   c) Determinar dónde es analítica $f(z)$
10. `//Antonio [Néstor]//` Calcular $\oint 8dz/[(z-5)^3(z-2)^2]$ a lo largo de la circunferencia de radio 4 centrada en el origen.
11. `//Viki [Ana]//` Dada la notación $f=u+iv$, si f es analítica y conocido $u=e^y(x\cos xx+y\sin x)$, hallar $f(z)$.
12. `//Viki [Laura]//` Construir las series de Laurent de $1/[z^2(z+3)]$ alrededor de sus polos e identificar los residuos.
13. `//Julián [Vicente]//` Calcular $i\oint dz/(z^2+1)$ a lo largo de un circuito cerrado que contenga a los polos del integrando.
14. `//Vicente [???]//` Calcular el valor ppal. de la integral $\int_{-\infty}^{\infty} dx/[(x^2+1)(x-2)]$