J.A. Oteo. Departamento de Física Teórica (UVEG).[MMF3-B:2006-7]

TEMA 8: Funciones especiales.*

24 de mayo de 2007

1. `//Oteo//` Dada la fórmula $\Gamma(x)\Gamma(1-x) = \pi/\sin(\pi x)$ determinar el valor de $\Gamma(1/2)$

2. `//Oteo//` Dada la función β de Euler $\beta(m,n) \equiv \Gamma(m)\Gamma(n)/\Gamma(m+n)$, calcular el valor de $\beta(5,3)$

3. `//Oteo//` Dados los polinomios de Legendre $P_3(x) = (5x^3 - 3x)/2$ y $P_4(x) = (35x^4 - 30x^2 + 3)/8$ y la relación $(k+1)P_{k+1}(x) = (2k+1)xP_k(x) - lP_{k-1}(x)$, calcular $P_5(x)$

4. `//Ana, Saúl [Laura, Vicent ]//` Dada la fórmula de Rodrigues (Laguerre) $L_n(x) = \exp(x)\frac{d^n}{dx^n}[x^n \exp(-x)]$, calcular $L_k(x)$, $k = 1, \ldots, 5$

5. `//Laura [Ana]//` Calcular $H_1(x)$, $H_2(x)$ a partir de la fórmula de Rodrigues (Hermite)

$$H_n(x) = (-1)^n \exp(-x^2)\frac{d^n}{dx^n}\exp(-x^2)$$

Verificar con H_1 y H_2 que se cumple la condición de ortogonalidad

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx\ \exp(-x^2)H_m(x)H_n(x) = 2^n n!\sqrt{\pi}\delta_{mn}$$

6. `//Laura [Ana]//` Sabiendo que para las funciones de Bessel de primera especie

$$J_\nu(x) = \sum_0^\infty \frac{(-1)^n}{n!\Gamma(\nu+n+1)\,(x/2)^{\nu+2n}}$$

calcular $J_k(x)$, $k = -1, 0, 1$

7. `//Vicente [Soria]//` Calcular $P_5(x)$ utilizando la fórmula de Rodrigues (Legendre)

$$P_k(x) = \frac{1}{2^k 5!}\frac{d^5}{dx^k}(x^2-1)^k$$

8. `//Ana,Viki [Laura]//` Dada la fórmula de recurrencia $J_{n+1}(x) = 2nJ_n(x)/x - J_{n-1}(x)$ y conocidos $J_{1/2} = \sqrt{2/\pi x}\sin x$, $J_{-1/2} = \sqrt{2/\pi x}\cos x$; obtener $J_{3/2}(x)$

*Preguntas y soluciones contrastadas por [...]

9. `//Saúl [Vicent]//` Dada la fórmula de Rodrigues (Chebyshev)

$$T_n(x) = \frac{(-2)^n n!(1-x^2)^{1/2}}{(2n)!} \frac{d^n}{dx^n}(1-x^2)^{1/2}$$

Calcular $T_2(x)$

10. `//Vicent [???]//` Dada la función generatriz (Laguerre)

$$G(x,h) = \frac{1}{1-h} \exp\left(\frac{-xh}{1-h}\right)$$

determinar $L_2(x)$