

J.A. Oteo. Departamento de Física
Teórica (UVEG). [MMF3-B:2007-8]

TEMA 2: Solución en serie de potencias de EDO. Funciones especiales *

4 de febrero de 2008

1. //Oteo// Legendre: Conociendo la relación de recurrencia $(n+1)P_{n+1} - (2n+1)xP_n + nP_{n-1} = 0$, y $P_0 = 1, P_1 = x$; obtener $P_5(x)$
2. //Oteo// Identificar la EDO: $y'' + y'/x + (1 - 16/x^2)y = 0$
3. //Oteo// Identificar la EDO: $[(1 - x^2)y']' + 4[3 - 1/(1 - x^2)]y = 0$
4. //Oteo// Identificar la EDO: $y'' - 2xy' + y = 0$
5. //Oteo// Comprobar la relación de ortogonalidad entre armónicos esféricos: $\int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} [Y_l^m(\theta, \phi)]^* Y_{l'}^{m'}(\theta, \phi) d\phi d(\cos \theta) = \delta_{ll'} \delta_{mm'}$, usando $Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$, $Y_1^{\pm 1} = \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta \exp(\pm i\phi)$
6. //Mireia [Javier]// Identifica la EDO $(1-x^2)y'' - 2xy' - (1-2x^2)y/(1-x^2) = 0$
7. //Mireia [Javier]// Si $\Gamma(m+2) = 3!$ y $n = 5/2$, calcula $\beta(m, n)$
8. //Celia [Carmina]// Sabiendo $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$, calcular $\Gamma(m/2)$ para m par e impar
9. //Celia [Carmina]// Calcular $\beta(1/2, 5/2)$
10. //Celia [Carmina]// Resolver de forma exacta $y'' - 2y' + y = 0$. A continuación resolver la misma ecuación mediante desarrollo en serie de potencias alrededor de $x = 0$. Usar la solución exacta anterior como ayuda para sumar la serie. Averiguar su radio de convergencia.

Resolver en serie de potencias las siguientes EDO lineales (determinar $y_1(x)$ e $y_2(x)$):

11. //Javier [Mireia]// $(x+1)(x-1)y'' - 2y = 0$, alrededor de $x_0 = 0$
12. //Mireia [Javier]// $y'' - 2xy' - 2y = 0$, alrededor de $x_0 = 0$
13. //Carmina [Celia]// $y'' + y/(2x^2 - 1) = 0$, alrededor de $x = 0$ (hasta orden 8)
14. //Rosa [Gloria]// $y'' - 2xy' + y = 0$, alrededor de $x_0 = 0$ (hasta orden 6)

* Preguntas y soluciones contrastadas por [...]

15. //Bernat [Carlos R.]// $(x+1)^3y''' + (x-1)y' = 0$, alrededor de $x_0 = 0$
(hasta orden 5)
16. //Adrián [Héctor]// $y'' + y' + 2y/(x-1) = 0$, alrededor de $x_0 = 0$
(hasta orden 6)
17. //Héctor [Adrián]// $y'' + (3x+2)y' + 8y = 0$, alrededor de $x_0 = 0$
(hasta orden 6)
18. //José Alfonso [Victor]// $(x^3-1)y''' + y = 0$, alrededor de $x_0 = 0$
(hasta orden 4)
19. //María [Luis]// $x^2y'' + y' + (x-1)y = 0$, alrededor de $x_0 = 2$
20. //Luis [María]// $y'' + (2x+3)(x-2)y = 0$, alrededor de $x_0 = 0$ (hasta
orden 8)
21. //Mireia [Teresa]// $y'' - 2xy' - 2y = 0$, alrededor de $x_0 = 0$ (hasta
orden 6)
22. //Teresa [Mireia]// $y'' + xy' + 2y = 0$, alrededor de $x_0 = 0$ (hasta
orden 6)