

J.A. Oteo. Departamento de Física  
Teórica (UVEG). [MMF3-B:2008-9]

TEMA 2: EDO Sistemas lineales\*

11 de diciembre de 2008

1. //Oteo// Representa el diagrama de fase en el primer cuadrante

a)

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_1^2 + y_1 y_2 - y_1 \\ \dot{y}_2 &= y_2^2 + y_1 y_2 - 2y_2 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 4x - xy \\ \dot{y} &= 2xy - 6y \end{aligned}$$

2. //Erica [Fernando]// En una planta infestada de pulgones viven mariquitas, que se alimentan de ellos. También viven hormigas, que cuidan de ellos, para conseguir a cambio una sustancia dulce que producen. Estas hormigas, además de tener rebaños de pulgones, de vez en cuando se los comen, sobre todo si están enfadadas. Comérselos las hace felices, por lo que cuanto ms enfadadas estn, ms pulgones se comen y ms felices se vuelven. Las mariquitas, cuando son felices, cazan mejor a los pulgones, y son an ms felices. Por esto, la felicidad de las mariquitas molesta a las hormigas. Del mismo modo, cuanto ms contentas estn las hormigas, menos pulgones se comen y ms felices son las mariquitas. Por ltimo, las hormigas tienen otras fuentes de alimentacin que las hace felices. De este modo, siendo  $H$  la felicidad de las hormigas y  $M$  la de las mariquitas:

$$\begin{aligned} \dot{H} &= -2H - 3M + 1 \\ \dot{M} &= H + 2M \end{aligned}$$

Cómo evolucionará la felicidad de los insectos de esta planta? Será un ecosistema en equilibrio? Para averiguarlo dibuja un diagrama de flujo en el plano  $HM$ .

3. //Fernando [Erica]//

$$\begin{aligned} \dot{y} &= y + z \\ \dot{z} &= 6y + 2z + t^2 \exp(-t) \end{aligned}$$

- a) Resuelve el sistema por el método más corto.  
b) Haz un diagrama de fase ignorando el término inhomogéneo  
c) Cómo cambiaría el diagrama de fase si el término inhomogéneo en  $\dot{z}$  fuese una constante?  
d) Misma cuestión en el caso del sistema propuesto

---

\*Preguntas y soluciones contrastadas por [...]

4. //Esther [Rosa]// Resuelve y representa el diagrama de fase

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -3x - y \\ \dot{y} &= 7x - 3y\end{aligned}$$

5. //Rosa [Esther]// Resuelve: a) como sistema y b) transformando en una EDO de segundo orden.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2y + 3 \\ \dot{y} &= 2x - 2t\end{aligned}$$

6. //Almudena [Isabel]// Resuelve y representa el diagrama de fase

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 3y + 3x \\ \dot{y} &= 3x + y\end{aligned}$$

7. //Isabel [Almudena]// Resuelve

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 4y + 1 \\ \dot{y} &= x + 3\end{aligned}$$

8. //Pablo [Fdo. S.]// Resuelve y representa el diagrama de fase

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \\ \dot{y} &= 3x - 2y\end{aligned}$$

9. //Fdo. S. [Pablo]// Resuelve, como sistema, en  $t = 42$ , con  $y(0) = 1/3$ ,  $z(0) = 0$

$$\begin{aligned}\dot{y} &= z + \sinh t \cosh t \\ \dot{z} &= y\end{aligned}$$

10. //Luis [Alejandro]// Resuelve

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{x}(t) - \begin{pmatrix} 15 \\ 4 \end{pmatrix} t \exp(-2t), \quad \mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

11. //Alejandro [Luis]// Resuelve, con  $y(0) = z(0) = 1$

$$\begin{aligned}\dot{y} &= z + \exp(-t) \\ \dot{z} &= y + \operatorname{sech} t\end{aligned}$$

12. //Jesús [Alberto]// Resuleve con  $x(0) = z(0) = 0$ ,  $y(0) = 1$

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x + 2y \\ \dot{y} &= 2x + y + 2z + 3 \\ \dot{z} &= z\end{aligned}$$

13. //Alberto [Jesús]// Resuelve con  $y(0) = \alpha$ ,  $z(0) = \beta$

$$\begin{aligned}\dot{y} &= z \\ \dot{z} &= y + 2t\end{aligned}$$

14. //Yanis [Aitor]// Resuelve con  $y(0) = 1$ ,  $z(0) = 1$

$$\begin{aligned}\dot{y} &= 3z + 2 \\ \dot{z} &= 3y + 4\end{aligned}$$

15. //Aitor [Yanis]// Resuelve y representa el diagrama de fase

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 6x + 5y \\ \dot{y} &= 2x + 3y\end{aligned}$$