

DEFASE BACHILLERATO UNIVERSIDAD: UNA PERSPECTIVA DESDE LA UNIVERSIDAD PARA ENTENDER LA PROBLEMÁTICA

HAROLD CASTILLO

hacasan@idolo.ci.uv.es
Universitat de Valencia

Se presenta un proceso personal llevado a cabo para establecer una problemática de investigación. En él se presentan algunos enfoques adoptados por las facultades de ciencias e ingenierías de las universidades colombianas ante una situación de alto fracaso estudiantil en los primeros cursos de matemáticas. Posteriormente se describen las diferentes salidas en dos universidades frente a esta misma situación en un enfoque determinado, y se describe la forma como van apareciendo elementos teóricos que permiten, de alguna forma, una ubicación de la problemática. Finalmente, se presentan de forma muy breve algunos frentes teóricos para abordar la problemática.

PRIMEROS ESTUDIOS QUE PONEN EN EVIDENCIA LA PROBLEMÁTICA DEL PASO DEL BACHILLERATO A LA UNIVERSIDAD Y UNA FORMA DE ABORDAR SOLUCIONES

Durante mucho tiempo Facultades de ciencias e ingenierías de las universidades colombianas han afrontado altas tasas de fracaso estudiantil en los cursos iniciales de matemáticas; una primera evidencia aparece en un estudio estadístico realizado por la Escuela regional de Matemáticas (E.R.M.) (Grupo educación matemática, 1990) donde se presentan los porcentajes de fracaso estudiantil en las carreras de ingenierías y matemáticas. Los porcentajes oscilan, en el primer semestre, entre un 30% en el curso de Geometría Analítica de la Universidad de los Andes y un 67% en el curso de matemática fundamental de la Universidad Nacional de Manizales, y en el segundo semestre entre un 16% en el curso de Álgebra Lineal de la Universidad Nacional de Manizales y un 77% en el curso de Cálculo I de la Universidad del Valle; siendo este último el porcentaje más alto del primer año.

En Gómez, P., y Rico, L. (Eds.). *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro*. Granada: Editorial Universidad de Granada.

Teniendo en cuenta que las Matemáticas de nivel universitario se pueden clasificar en dos líneas, una que se podría llamar la del Álgebra Lineal y otra “la del Cálculo”, dicho estudio establece, en la última, una clasificación en diferentes enfoques adoptados por grupos de universidades como solución ante esta situación de fracaso.

Un primer enfoque está conformado por los llamados cursos remediales o de nivelación; se supone que los estudiantes que ingresan a la universidad no tienen una *formación matemática* suficiente para afrontar un curso de cálculo de nivel universitario; por lo tanto, deben iniciar con cursos de empalme donde se aborden prerrequisitos: temas del álgebra, geometría y trigonometría, los cuales han sido vistos en el bachillerato.

El segundo enfoque, conformado por los llamados cursos de Cálculo ajustado, parte del mismo supuesto, pero se considera que dentro del mismo curso el estudiante puede nivelarse. Los contenidos de este curso se pueden dividir en dos clases, entre un 25% y un 40% corresponde a prerrequisitos básicos para el cálculo, y el porcentaje restante a contenidos considerados propios del cálculo.

El tercer enfoque, conformados por los cursos de Cálculo, considera que los estudiantes han adquirido durante la educación secundaria la formación suficiente para afrontar un curso de cálculo de nivel universitario o si no la han adquirido, su responsabilidad es nivelarse; así, los estudiantes inician su vida universitaria con un curso de Cálculo propiamente dicho (se parte del concepto de límite), sin retomar los llamados prerrequisitos (Alvarez, 1990; Alvarez y Marmolejo, 1990; Grupo educación matemática (E. R. M.), 1990).

Un último enfoque, va más allá de la modificación temática: parte del hecho, previos estudios (Alvarez y Marmolejo, 1990; Echeverri, 1990), que los estudiantes durante el bachillerato adquieren diferentes “niveles” de formación matemática y que uno de los principales aspectos causantes del alto fracaso estudiantil es reunir en un mismo curso, bajo un mismo modelo instruccional¹, estudiantes con diferencias significativas en su “formación matemática”². Sugieren una estratificación de los estudiantes y una categorización de los cursos que se ofrecen en los primeros semestres de la universidad, de tal forma, que a cada estrato le corresponda una categoría determinada. Para establecer la estratificación de los estudiantes, las pruebas de estado o examen ICFES se convirtieron en el indicador para la universidad de los Andes; un examen de clasificación elaborado por la universidad, cumplía las mismas metas en la Universidad del Valle.³

1. “El modelo instruccional está definido por la estructura de recursos, actividades, reglas y actitudes que definen la manera como se planifica, ejecuta y evalúa la instrucción. Determina la manera como se establecen las relaciones alumno-profesor, el rol del profesor o la forma como se hace pensar y trabajar al alumno.”(Alvarez, 1991).

2. “La formación matemática es un sistema complejo de comportamiento intelectual. Se estructura mediante diferentes habilidades y estrategias intelectuales que se adquieren y evolucionan con el estudio y aprendizaje de las diferentes formas de expresión del conocimiento matemático. Determina el potencial actual de aprendizaje del alumno y el ritmo al cual puede asimilar y aprender conocimiento matemático en un momento dado.” (Alvarez, Marmolejo, 1990, p. 87).

Estos enfoques no sólo sugieren una categorización que contempla una reestructuración en los contenidos, como aparentemente se muestra, sino un cambio en los objetivos y en los modelos instruccionales adoptados. No se trata de tener como único objetivo “nivelar”, “remediar” o “preparar” a los estudiantes para el cálculo a nivel universitario, como tradicionalmente se ha venido haciendo; sino, de enunciar objetivos generales que “rescaten” la habilidad verbal, el razonamiento, el carácter deductivo de las matemáticas, la disciplina de trabajo del estudiante, la motivación, etc., los cuales son elementos importantes en la “formación matemática”.

Estos estudios sugieren que se deben manejar diferentes modelos instruccionales porque para cada categoría, y por ende para cada estrato, los elementos que se deben “rescatar” en la “formación matemática” del estudiante son diferentes; de mantenerse los actuales modelos instruccionales, se seguiría provocando tasas de fracaso estudiantil igual de altas (Grupo educación matemática (E.R.M.), 1990, p. 98):

La solución ‘radical’ de empezar por Cálculo (con límites y continuidad) y álgebra lineal (con espacios vectoriales), sin los ajustes que sugerimos en este documento, tiene que producir obviamente los niveles de mortalidad más altos pues, los hechos muestran, al menos en Univalle, que del orden del 95% de los estudiantes no tienen al ingresar a la universidad todos los prerrequisitos para iniciar de esta manera y menos aún con los modelos instruccionales dominantes.

A pesar de las sugerencias hechas en estos estudios, las diferentes universidades, en particular la universidad del Valle, no las han tenido en cuenta o las han tenido en cuenta en forma parcial, acogiéndose la estratificación de los estudiantes y la categorización de los cursos, pero no el cambio en los objetivos ni en los modelos instruccionales⁴, manteniendo o superando los porcentajes de fracaso estudiantil.

3. En el primer caso, los estudiantes de primer semestre pueden ingresar a uno de los siguientes cursos:
 - Precálculo (antes álgebra y trigonometría) con 300 o más, sobre 400 puntos posibles, en el puntaje total del ICFES.
 - Cálculo diferencial con 76 o más en el examen de conocimientos de matemáticas y 300 o más en el puntaje total.
 - Cálculo diferencial -sección de honores- con 80 o más en el examen de conocimientos de matemáticas y 360 o más en el puntaje total. (Echeverri, 1990, p. 79).
 Para el segundo caso, los estudiantes se ubican en un estrato A, el más avanzado, cuya formación matemática les permite iniciar sin mayores dificultades sus estudios universitarios con los cursos de Cálculo; un estrato B, donde inician sus estudios universitarios con matemática fundamental; o un estrato C, que correspondería con los cursos de matemática fundamental, pero sabiendo que la formación matemática previa no les permitiría aprovechar de forma efectiva tales cursos (Alvarez y Marmolejo, 1990).
4. Situación vivida en la actualidad por la universidad del Valle a pesar de que en la reforma se plantean unos objetivos generales que dejan ver una concepción de formación matemática (en el sentido definido más arriba).

DOS EXPERIENCIAS BASADAS EN UNO DE LOS ENFOQUES, ELEGIDO POR DOS UNIVERSIDADES ANTE LAS ALTAS TASAS DE FRACASO ESTUDIANTIL

Ahora situémonos en el primer enfoque, y en dos instituciones particulares, la Pontificia Universidad Javeriana. Seccional Cali y el Plan de Nivelación Universitario de la Universidad del Valle (PNU)⁵.

Caso Pontificia Universidad Javeriana. Seccional Cali

La Pontificia Universidad Javeriana —Seccional Cali—, ha venido viviendo las altas tasas de fracaso estudiantil en los primeros cursos de matemáticas (no sólo, en las carreras de ingeniería, sino, en administración y contaduría); ante esto, el departamento de matemática, ha planteado ciertas modificaciones que han permitido reflexionar sobre el papel que juega cada uno de los elementos que conforman el sistema escolar:

Cambio en las intensidades horarias dedicadas a cada contenido, reducción y desplazamiento de temáticas de los cursos iniciales de matemáticas. Se han asignado más horas a ciertas temáticas como lógica, álgebra y funciones. Partiendo de informaciones dadas por los profesores que daban tales cursos, se ha supuesto que estas temáticas sean las más importantes y las que menos “dominan” los estudiantes cuando llegan a la universidad; algunos temas como función logarítmica y función exponencial, se han visto desplazados a un segundo curso de matemáticas (Cálculo II) y ciertos elementos de trigonometría, como las identidades y ecuaciones, se ven limitados a un tratamiento considerado como el “mínimo” necesario para afrontar cursos superiores.

Cambio en el modelo evaluativo. Debido a una estabilización en las altas tasas de fracaso estudiantil, el grupo de profesores del departamento planteó dos cambios dentro del modelo evaluativo: El primero, consistió en la inclusión de los llamados “exámenes cortos”, cuya función inicial era mantener al estudiante en una actitud de permanente estudio, cambiando posteriormente a una función de retroalimentador de las clases: los profesores aprovechaban las respuestas de estos exámenes para “discutir” en conjunto con los estudiantes la solución al problema o problemas planteados en ellos. El segundo cambio, se efectuó en la forma de elaborar los exámenes: se realizaron exámenes coordinados, o de departamento; se exigió que cada uno de los tres exámenes parciales realizados a lo largo del semestre, cumpliera con unos criterios básicos generales, tratando de homogeneizar “los énfasis” tanto de los temas tratados en clase como de la evaluación de los estudiantes.

Cambio en los libros de texto. Se consideró el texto como un elemento clave para disminuir los porcentajes de pérdida por parte de los estudiantes en estos primeros cursos y se buscó un libro de texto más acorde con la “formación matemática”

5. Este plan dejó de funcionar en el curso 1999 – 2000 como un recorte en los programas que la Universidad del Valle tuvo que hacer debido a su preocupante situación económica.

identificada en los estudiantes y que a su vez propusiera una formación de *nivel universitario*; se seleccionaron, de forma no sistemática, libros de texto que no llenaron las expectativas esperadas; finalmente, se llegó a la elaboración de libros de texto por parte de los docentes, acompañados, muchos de ellos, por guías de lectura o guías de estudio.

Cambio en los modelos instruccionales. Las guías de lectura y las guías de estudio se diseñaron para convertir el libro de texto en un elemento de discusión y no sólo de consulta, como tradicionalmente se ha venido haciendo, influyendo de forma directa en los modelos instruccionales. Con las guías de lectura y de estudio, el estudiante debía de llegar a clase habiendo elaborado ejercicios, problemas, cuestionamientos y actividades; se intentó convertir el aula en un espacio de discusión, donde se aclaraban dudas y se corregían errores de los alumnos. Cambiaba la situación habitual de las aulas universitarias (un lugar donde predominaba la exposición permanente del docente).

Planteamiento de un examen diagnóstico. Como consecuencia del “fracaso” en cada una de las alternativas elegidas para disminuir el porcentaje de fracaso estudiantil, se planteó la necesidad de precisar la “formación matemática” que los estudiantes poseen al iniciar sus estudios universitarios; para esto, el departamento de matemáticas diseñó un examen de entrada. Para su elaboración, se incorporaron, no sólo elementos experienciales, sino un primer elemento teórico, los estándares de evaluación del NCTM (NCTM, 1991); el examen se elaboró con preguntas en forma de test con única respuesta, donde cada una de las opciones, de cada ítem, correspondía a un posible error.

Cambios en el departamento. Los resultados del examen diagnóstico reflejaron deficiencias de los estudiantes en ciertas temáticas y en ciertos estándares, estos elementos se aprovecharon de dos maneras: para dar fuerza a acciones que se venían haciendo en el departamento de matemáticas de una manera reflexiva y sistemática y para prestar atención a algunas cosas que no se habían tenido en cuenta.

- Replanteamiento de la metodología de clase: se propuso que debía girar alrededor de guías de estudio.
- Discusiones docentes de carácter metodológico: pretendían definir criterios generales para abordar las temáticas.
- Discusiones docentes de los resultados del examen diagnóstico: orientadas a un “mejoramiento” de las deficiencias detectadas.
- Búsqueda de correlaciones entre los resultados de este examen con los resultados de cada uno de los exámenes parciales.
- La incorporación de la tecnología como un elemento importante en la enseñanza y en el aprendizaje de la matemática.
- Cuestionamiento sobre la evaluación universitaria: análisis de su carácter sumativo frente a su carácter como proceso.

Caso Plan de Nivelación Universitario (PNU) de la Universidad del Valle

El Plan de Nivelación Universitaria (PNU) de la Universidad del Valle, se creó con dos objetivos: permitir a los estudiantes, que no lograron ingresar en la universidad, alcanzar una formación adecuada para seguir sin problemas una vida académica y social universitaria; y crear otra vía de acceso a la Universidad. En este Plan, se tenía conciencia de la heterogeneidad en la formación matemática de los estudiantes que ingresaban, y puesto que la componente matemática era una de las áreas importantes del Plan⁶, dentro de ella se llevaban procesos investigativos para mejorar “la formación matemática” de estos estudiantes.

Desde sus principios, el PNU tuvo elementos teóricos de base; inicialmente de índole curricular; de (Her Majesty Stationery, 1989) se tomaron las ideas planteadas para las metas, los objetivos, los enfoques en el salón de clases, los criterios para los contenidos y la evaluación de los alumnos. La realización de estos planteamientos llevó a tomar en cuenta otra base teórica mucho más ejemplificada, los estándares curriculares y de evaluación del NCTM. Con estos estándares se iniciaron trabajos investigativos en la línea de evaluación en matemáticas; inicialmente, se trabajó en la evaluación cognitiva de los estudiantes, se realizaron y se clasificaron items que posteriormente eran utilizados en una evaluación terminal, buscando conocer la formación matemática adquirida por los estudiantes a su paso por el Plan. Posteriormente, se tuvieron en cuenta dos perspectivas de la evaluación del estudiante (proceso y resultado) y en cada una de ellas, otras dos, evaluándose lo académico (cognitivo) y lo actitudinal. Este trabajo generó reflexiones entre los docentes del área de matemáticas con respecto a la incorporación de esos estándares; no sólo para la evaluación como resultado y como proceso, sino para la planificación de las clases y posteriormente como un elemento clave para diagnosticar a los estudiantes.

Estas reflexiones condujeron a tener en cuenta no sólo la evaluación del estudiante, sino otros dos elementos que circulan dentro del aula de clase: el saber, puesto en escena a través de los textos escolares, el maestro y su relación con el alumno, puesto en escena a través de los modelos instruccionales. De esta forma el grupo de docentes del área llevó a cabo un trabajo de análisis de los textos escolares, donde se cuestionaba lo que los autores del texto guía planteaban, con respecto a los conceptos matemáticos, desde el punto de vista del rigor y el formalismo matemático, desde un punto de vista cognitivo del estudiante y desde el punto de vista didáctico; en particular, se discutían dificultades que los estudiantes presentaban en los contenidos y problemas planteados por el autor, las “competencias”, “habilidades” y “destrezas” que se debían “desarrollar” en ellos y la forma como el estudiante debería relacionarse con los textos. Este tipo de discusiones dio como resultado la elaboración de materiales complementarios al libro de texto donde se planteaban actividades conducentes a rescatar los aspectos matemáticos y cognitivos dejados de lado en cada una de las temáticas tratadas.

Con relación a los modelos instruccionales, la evaluación del proceso exigía un cambio tanto en la relación alumno - profesor como en la relación profesor - saber a

6. Otras de las áreas importantes eran Deportes y Educación Física, Tópicos especiales y Lenguaje.

enseñar. Cada profesor tenía el deber de conocer muy bien los diferentes problemas que se planteaban, tanto en el libro de texto guía, como en su material complementario. Se puso en ejecución un modelo ya planteado dentro de la metodología del Plan, donde se dedicaban ciertas horas al trabajo personalizado y otras a la discusión grupal. En el trabajo personalizado, se trataban las dificultades presentadas por cada estudiante en los diferentes ejercicios, problemas o actividades propuestas, y en la discusión grupal se trabajaba alrededor de las soluciones que cada uno de los alumnos había logrado en los diferentes problemas, ejercicios y actividades planteadas en el texto guía y en los materiales complementarios; era un espacio para conocer los diferentes métodos de solución a un problema y de unificar “concepciones” de los estudiantes sobre algún concepto o sobre algún procedimiento.

Con este modelo instruccional se veían claramente los diferentes “ritmos de aprendizaje”, se observaban los diferentes niveles de respuesta de cada estudiante, las diversas estrategias utilizadas por los estudiantes ante cada uno de los ejercicios, problemas o actividades propuestos; y además, el modelo permitía ver, de forma no sistemática, una agrupación de los estudiantes según los elementos observados.

A pesar de la forma como se trabajaba dentro del Plan, y la motivación de los estudiantes por aprender matemáticas, mediada ésta por el ingreso a la Universidad, seguía existiendo un fracaso estudiantil significativo.

UNA REFLEXIÓN SOBRE LOS ELEMENTOS TEÓRICOS UTILIZADOS Y SOBRE SU EMPLEO EN LA UBICACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA DENTRO DEL SISTEMA ESCOLAR

Los dos elementos curriculares utilizados, tanto en la Universidad Javeriana, como en el PNU, sirvieron para estructurar el currículo en el primer curso de matemáticas, y para tratar de ubicar y entender la causa de la problemática reflejada en el bajo rendimiento académico de los estudiantes; surgieron interrogantes alrededor de las metas que debían cumplir las matemáticas en estos primeros niveles y los objetivos que debían cumplir; acerca de: si los textos escolares obedecían a los criterios para los contenidos, si la evaluación de los estudiantes era la adecuada, si los enfoques en el salón de clase eran o no los adecuados, si existía una coherencia entre todos estos elementos.

Como las respuestas a todos estos interrogantes eran un poco difíciles, se optó por empezar con la evaluación y en particular la de los estudiantes. Para ello, se tomó como base el concepto de potencia matemática⁷ planteado por los estándares de la

7. “Estamos convencidos que si los alumnos realizan las experiencias que se describen en los Estándares, estarán adquiriendo potencia matemática. Esta expresión denota la capacidad que tiene un individuo de explorar, formular hipótesis y razonar lógicamente, así como la capacidad de usar de forma efectiva diversos métodos matemáticos para resolver problemas imprevistos. Esta noción se basa en el reconocimiento de que la matemática es algo más que un conjunto de destrezas que hay que dominar; también comporta métodos de investigación y razonamiento, medios de comunicación y nociones sobre su contexto. Además, la potencia matemática supone para todo individuo un desarrollo de la confianza en sí mismo.” (NCTM, 1991).

NCTM. Este concepto involucra una caracterización que permite evaluar a los estudiantes bajo diferentes aspectos: Resolución de Problemas, Razonamiento Matemático, Conceptos Matemáticos, Comunicación Matemática, Procedimientos Matemáticos y Actitud Matemática. Este enfoque permitía ver las dos perspectivas en las que se puede evaluar a los estudiantes, en lo cognitivo y en lo actitudinal, pero dentro de sus planteamientos, también se podía ver que se debía evaluar el proceso y el resultado.

Dentro de los estándares de evaluación también se planteaba la forma de presentar los resultados del estudiante y esto dependía hacia quién iban dirigidos esos resultados: la institución, el profesor, el padre de familia, el alumno. El esfuerzo se orientó a presentar una evaluación del alumno descrita a través de los elementos que caracterizan la potencia matemática en su aspecto cognitivo.

Evaluar al estudiante de esta forma, condujo a analizar el discurso matemático bajo los mismos aspectos, convirtiéndose así en aspectos no sólo para evaluar al estudiante sino para clasificar y analizar los ejemplos, ejercicios y problemas planteados por los textos escolares. Esto, llevó a considerar dos puntos de vista adicionales: un análisis del discurso matemático (rigor y formalismo) y un análisis desde el punto de vista didáctico – matemático; se vio además la necesidad de una cierta coherencia entre estos dos análisis y la evaluación del estudiante.

Fue así como una caracterización de los aspectos a evaluar al estudiante, hizo que estos se convirtieran en elementos claves para tensionar todos los componentes del sistema escolar y produjo una actitud mucho más crítica del profesor frente a los saberes matemáticos circundantes (una actitud menos “transmitiva” frente a los enfoques utilizados en el salón de clase y la relación que se establecía frente al alumno, una actitud más abierta a la discusión frente a los docentes cuando el saber estaba de por medio).

La evaluación de los estudiantes bajo estos nuevos aspectos daba más elementos para ver el aprendizaje de los estudiantes, las competencias, habilidades y destrezas que habían adquirido, pero también permitía ver de forma no sistemática diferentes niveles en cada uno de los aspectos y las problemáticas en cada uno de ellos. El aspecto de la potencia matemática que más sobresalía era el de procedimientos matemáticos y el que menos sobresalía era el de resolución de problemas⁸.

Este desfase entre los diferentes aspectos de la potencia matemática, dejaba ver que había estudiantes que accedían a los diferentes aspectos mientras que otros sólo se quedaban en algunos y no alcanzaban los otros, esto planteaba un interrogante: ¿cómo caracterizar a los estudiantes de acuerdo con sus respuestas? La forma como se evaluaba (test de opción múltiple, donde cada una de las respuestas obedecía a un posible error del estudiante, el cual era considerado a priori por el conglomerado de los profesores desde su experiencia) no permitía este tipo de caracterización.

Con la preocupación de establecer una caracterización de la formación matemática de los estudiantes a partir de una caracterización del discurso matemático, y con la hipótesis de la existencia de diferentes niveles en la formación matemática de los

8. los análisis estadísticos de los diferentes exámenes hacen parte del archivo del PNU y no fueron publicados en ninguna revista, salvo para informes internos del Plan.

estudiantes que ingresan en los cursos iniciales de matemáticas en las facultades de ciencias e ingenierías, se inició la búsqueda de referencias que plantearan este tipo de problemáticas bajo dos cuestionamientos: (1) ¿cómo caracterizar el discurso matemático desde la disciplina como tal y cómo ésta obedece a una caracterización cognitiva del estudiante? (2) ¿Existen niveles en esta caracterización cognitiva del estudiante?

La respuesta, que es materia de estudio, se puede afrontar desde los siguientes frentes: el llamado pensamiento avanzado, el aspecto psicológico de los estudiantes, la caracterización del discurso matemático y la evaluación de los estudiantes.

Desde el pensamiento avanzado porque éste es el nivel que se quiere alcanzar en la universidad, donde el discurso matemático tiene unas características muy particulares: “Definiciones matemáticas precisas (que incluye el enunciado de axiomas en teorías axiomáticas) y deducciones lógicas de teoremas basadas sobre ellas” (Tall, 1992).

De igual forma, plantea ciertos procesos cognitivos diferentes de aquellos a los que el estudiante estaba acostumbrado en el bachillerato:

Cuando nos referimos a procesos cognitivos implicados en el pensamiento matemático avanzado pensamos en procesos matemáticos entre los que destaca el de abstracción que se puede definir como la substitución de fenómenos concretos por conceptos confinados en la mente humana. La abstracción no es característica de las matemáticas superiores, como tampoco lo son los otros procesos cognitivos de componente matemática tales como analizar, categorizar, conjeturar, generalizar, sintetizar, definir, demostrar, formalizar. Pero es evidente que estos tres últimos adquieren mayor importancia en los cursos superiores: la progresiva matematización implica la necesidad de abstraer, definir, analizar y formalizar. Entre los procesos cognitivos de componente psicológica, además de abstraer, podemos destacar los de representar, conceptualizar, inducir y visualizar. (Azcárate, Camacho, Sierra, 1999, p. 5)

Desde el aspecto psicológico, debemos ubicarnos en las caracterizaciones que se tienen de los individuos de acuerdo con las teorías de aprendizaje, en particular del aprendizaje de las matemáticas. Como resultado de teorías generales podemos citar la Taxonomía SOLO “Structure of the Observed Learning Outcome”, la cual puede ser usada para evaluar la calidad del aprendizaje, o el conjunto de objetivos curriculares (Biggs, 1991).

En los planteamientos de esta taxonomía, aparecen: la relación entre diferentes Formas de conocimiento: Tácito, Intuitivo, Declarativo, Teórico; y los modos o Estadios de Piaget: Sensorio – Motor, Icónico, Concreto – Simbólico, Formal, Postformal. Además, dentro de cada modo, se plantean niveles y ciclos de aprendizaje: Pre – estructural, Uniestructural, Multiestructural, Relacional, Abstracción Extendida.

Si se ponen juntos los conceptos de modo y de ciclo de aprendizaje, se puede postular que:

Los modos aparecen aditivamente en edades particulares.

Los niveles uniestructurales, multiestructurales y relacionales del ciclo de aprendizaje repiten dentro de todos los modos; las respuestas de abstracción extendida indican transición al próximo modo superior.

Incremento de la competencia dentro de cualquier modo dado, permite una clase particular de conocimiento.

Las tareas particulares pueden requerir la integración de muchos modos. (Biggs, 1991, p. 65)

En el caso particular de las matemáticas, existe una forma de establecer una relación entre el discurso matemático a ser aprendido y la Taxonomía SOLO, esto se hace a través de los super – items:

Collis, Romberg y Jurdak (1986) sugieren la posibilidad de diseñar ítems para determinar la capacidad de respuesta de los estudiantes en la resolución de situaciones problemáticas de matemáticas escolares, planteando una serie de cuestiones sobre una situación problema en particular, de manera que cada respuesta correcta a cada cuestión requiera un manejo cada vez más sofisticado de una información disponible que su predecesora.

Este incremento en la sofisticación, sugieren, iría paralelo al incremento en la complejidad de la estructura señalada en las categorías SOLO.

La situación problema se describe, usualmente, en lo que se llama tronco del Superitem. Los ítems o cuestiones consisten en una serie de preguntas, referidas al tronco, que puede responderse a partir de la información contenida en él. (Huerta, 1999, p. 295)

Desde el punto de vista de las matemáticas y en particular de la Geometría, se pueden encontrar evidencias de niveles en el aprendizaje. Es el caso de los Niveles de Razonamiento de Van Hiele:

Niveles de Razonamiento Geométrico. De acuerdo con la teoría de Pierre y Dina Van Hiele, los estudiantes progresan a través de niveles de Razonamiento en Geometría (Van Hiele, 1959; Van Hiele, 1986; Van Hiele - Geldof, 1984), desde un nivel visual como Gestalt incrementándose hasta niveles sofisticados de descripción, análisis, abstracción y prueba. (Clements & Battista, 1992, p. 426)

Pero es en la evaluación del estudiante donde aparecen en acto diferentes caracterizaciones que ponen en relación la cognición del estudiante con su discurso matemático; un ejemplo de este tipo de relación es la mostrada por Giménez (1997) donde se enuncian las dimensiones del contenido matemático a ser evaluado y se organizan desde un enfoque psicológico, que abarca el conocimiento conceptual y el conocimiento procedimental.

Por último, con la necesidad de proporcionar una visión más amplia del aprendizaje de las matemáticas, se ha tratado de establecer la correlación entre diferentes modelos teóricos (Taxonomía SOLO, niveles de razonamiento de Van Hiele y mapas conceptuales) los cuales, pueden utilizarse como elementos que caractericen la formación matemática de los aprendices, desde perspectivas que tengan en cuenta los tipos de conocimiento, los niveles de razonamiento y los niveles en el aprendizaje.

Nuestra investigación (Huerta, 1997) ha usado, como fuentes externas al modelo de Van Hiele, la Taxonomía SOLO y los mapas conceptuales. Los métodos independientes que se han desarrollado a fin de realizar la evaluación de los estudiantes en cada una de esas fuentes nos ha proporcionado una visión más amplia del aprendizaje, al ser estos evaluados desde una perspectiva casi tridimensional. (Huerta, 1999, p. 291)

En cuanto a la caracterización del discurso matemático se encuentran los planteamientos hechos por Alvarez (1991), los cuales se pueden reforzar con lo planteado por Freudenthal (1983). Queda por responder, con estas evidencias y modelos teóricos, los dos interrogantes propuestos.

No se ha hablado de una temática matemática en particular, lo que aquí se ha mostrado es una forma de ir ubicando una problemática y de ir estableciendo los elementos teóricos que van a dar salida a esa problemática. Queda pendiente la forma como se va a hacer, y la temática que se va a elegir, aunque en los primeros cursos de matemáticas universitarios el eje siempre ha sido Funciones.

REFERENCIAS

- Alvarez, J. (1993). *La Formación Matemática del Bachiller Desde la Perspectiva de la Universidad*. Documento elaborado para el Seminario-Taller "Educación Matemática a Nivel Medio", organizado por la División del Currículo y Desarrollo Metodológico del Ministerio de Educación.
- Alvarez, J., y Marmolejo, M. (1990). Sobre el Bajo Aprovechamiento Estudiantil en los primeros cursos universitarios de matemáticas en la universidad del valle. *Matemáticas: Enseñanza Universitaria*, 1 (2), 85-99.
- Alvarez, J. (1998). *Formación Matemática: una Aproximación a su estudio general*. (Documento de Trabajo).
- Alvarez, J. (1991). El Concepto de Modelo Instruccional y su Utilidad en un Programa de Mejoramiento de la Enseñanza de las Matemáticas a Nivel Universitario. *Lecturas Matemáticas*, XII, 1-2-3.
- Azcárate, C., Camacho, M., y Sierra, M. (1999). *Investigación en Didáctica del Análisis. Panel: Perspectivas de Investigación en Didáctica de las Matemáticas*. Presentación hecha en el III Simposio SEIEM. Valladolid: Universidad de Valladolid.
- Biggs, J. B. y Collis, K. F. (1982). *Evaluating the Quality of learning: The SOLO*. New York: Academy Press.
- Biggs, J. B. (1991). *Multimodal Learning and the Quality of intelligent Behavior*. En H. Rowe (Ed.), *Intelligence: Reconceptualization and Measurement* (pp. 57-76). Mahwah: LEA.
- Clements D., y Battista, M. (1992). Geometry and Spatial reasoning. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 425-433). New York: Macmillan.
- Echeverri, H. (1990). Proyecto de Seguimiento de Estudiantes de Ingeniería en la Universidad de los Andes. *Matemáticas: Enseñanza universitaria*, 1 (2), 77-84.

- Freudenthal, H. (1983) *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Reidel.
- Giménez, J. (1997). *Evaluación en Matemáticas: una integración de perspectivas*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Grupo Educación Matemática (E. R. M) (1990). El Problema del Bajo Aprovechamiento Estudiantil en los Primeros Cursos Universitarios de Matemáticas (Informe). *Matemáticas: Enseñanza Universitaria*, 1 (1), 51-58.
- Her Majesty Stationery (1989). *Mathematics from 5 to 16. Curriculum matters 3*. London: Autor.
- Huerta, P. (1999). Los niveles de Van Hiele y la Taxonomía SOLO: Un análisis comparado, una integración necesaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 17 (2), 201–309.
- NCTM (1991). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sevilla: Thales.
- Tall, D. (1992). The transition to advanced mathematical thinking: functions, limits, infinity, and proof. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 495-511). New York: Macmillan.