

CAPÍTULO 2

EL MÉTODO

2.1. Aspectos de la fenomenología

Empecé con un ejemplo para usarlo como tema concreto al que puedo recurrir al explicar mi método. Elegí “longitud” porque es, a la vez, un tema rico y relativamente fácil.

En primer lugar, ¿qué indico con los términos “fenomenología” y “fenomenología didáctica”? Desde luego no me refiero a “fenomenología” en el sentido que puede ser extraído de los trabajos de Hegel, Husserl, y Heidegger*. Aunque la interpretación más clara que puedo imaginar es la que aparece usando el ejemplo del capítulo 1, lo que seguiré haciendo con otros ejemplos en los siguientes capítulos, sin embargo merece la pena intentar dar algo similar a una definición.

Comienzo con la antítesis —si realmente es una antítesis— entre *noumenon* (objeto de pensamiento) y *phainomenon*. Los objetos matemáticos son *noumena*, pero un trozo de matemáticas puede ser experimentado como un *phainomenon*; los números son *noumena*, pero trabajar con números puede ser un *phainomenon*.

Los conceptos, estructuras e ideas matemáticas sirven para organizar los fenómenos —fenómenos tanto del mundo real como de las matemáticas— asunto que he ilustrado en el pasado con muchos ejemplos**. Por medio de las figuras geométricas, como triángulo, paralelogramo, rombo o cuadrado, uno tiene éxito organizando el mundo de los fenómenos de los contornos; los números organizan el fenómeno de la cantidad. En un nivel superior el fenómeno de la figura geométrica se organiza mediante las construcciones y demostraciones geométricas, el fenómeno “número” se organiza mediante el sistema decimal. Así, se va subiendo en matemáticas hasta los más altos niveles: una abstracción continuada da un aspecto similar a los fenómenos matemáticos bajo un concepto —grupo, cuerpo, espacio topológico, deducción, inducción, etc.

La fenomenología de un concepto matemático, de una estructura matemática o una idea matemática significa, en mi terminología, describir este *noumenon* en su relación con los *phainomena* para los cuales es el medio de organización, indicando cuáles son los *phainomena* para cuya organización fue creado y a cuáles puede ser extendido, de qué manera actúa sobre esos fenómenos como medio de organización y de qué poder nos dota sobre esos fenómenos. Si en esta relación entre *noumenon* y *phainomenon* subrayo el elemento didáctico, esto es, si presto atención a cómo se adquiere tal relación en un proceso de enseñanza–aprendizaje, hablo de la fenomenología *didáctica* de ese *noumenon*. Si reemplazara “proceso de enseñanza–aprendizaje” por “crecimiento cognitivo”, sería fenomenología *genética*, y si “es ... en un proceso de enseñanza–aprendizaje” se reemplaza por “fue ... en la historia”, es fenomenología *histórica*. Siempre estoy interesado por la fenomenología de los

* ¿Puede deberse a un mero accidente que los nombres de los fabricantes más pretenciosos de cháchara ininteligible de la filosofía alemana —incluido Habermas— empiecen por H?

** *Mathematics as an Educational Task*, en particular capítulos II y XVII.

noumena matemáticos, aunque la terminología puede ser ampliada a otras clases de noumena.

[...]

2.4—5. *La adquisición de conceptos y la constitución de objetos mentales*

2.4. Me gustaría subrayar otra idea, ya subrayada en mis publicaciones anteriores. Empezaré con un análisis semántico del término “concepto”. Si discuto, por ejemplo, el concepto de número de Euclides, Frege, o Bourbaki, intento comprender qué es lo que estos autores tenían en mente cuando utilizaban la palabra “número”. Si investigo el concepto de número de una tribu de Papúes, intento informarme de lo que los miembros de esta tribu saben acerca de los números y qué hacen con ellos; por ejemplo, hasta cuánto pueden contar.

Me parece que este doble significado de “concepto” tiene origen alemán. La palabra alemana para concepto es *Begriff*, que, etimológicamente, es una traducción del latín “conceptus” y también de “comprehensio”, por lo que puede significar tanto “concepto” como “comprensión (simpatética)”. “Zahlbegriff” puede significar entonces dos cosas, concepto de número y comprensión del número; “Raumbegriff”, concepto de espacio e intuición geométrica; “Kunstbegriff”, concepto de arte y competencia artística.

En realidad, también en otras lenguas “concepto” se deriva de una palabra que significa comprensión (inglés, *to conceive*; francés, *concevoir*¹), que, sin embargo, no tiene la fuerza que induce a equívoco que tiene la palabra alemana *begreifen*. No puedo decir si ha sido la influencia de la filosofía alemana —en particular la filosofía de las matemáticas— lo que ha creado el doble significado del concepto de número, del concepto de espacio y, por la vía abierta, del concepto de grupo, del concepto de cuerpo y del concepto de conjunto, etc. En cualquier caso, la confusión ha estado en funcionamiento durante mucho tiempo y ha sido reforzada enormemente por la “matemática moderna” y por una filosofía racionalista* de la enseñanza de las matemáticas (y de otras materias), que de ningún modo está justificada por ninguna fenomenología. Es la filosofía y la didáctica de la adquisición de conceptos, de antigua reputación y renombre, que ha ganado nuevo peso y autoridad en nuestro siglo gracias a nuevas formulaciones. En el método socrático tal como lo ejercía Sócrates en persona, las esquinas afiladas de la adquisición de conceptos habían sido limadas, porque, desde su punto de vista, la adquisición era una re-adquisición, el recuerdo de conceptos perdidos. Pero en la práctica general el doble significado de concepto ha estado funcionando durante mucho tiempo. Lo único que han añadido unos y otros sistemas de aprendizaje estructural ha sido unas bases teóricas y unas formulaciones más o menos ingeniosas. Para tener un cierto X concebido, se enseña, o se intenta enseñar, el concepto de X. Para tener números, grupos, espacios vectoriales, relaciones concebidos, se inculcan los conceptos de número, grupo, espacio vectorial, relación, o, mejor dicho, se intentan inculcar. Es bastante obvio, de hecho, que a las edades en que se intenta, esto no es factible. Por esta razón, entonces, se intenta materializar los conceptos desnudos (en un “embodiment”²). Sin embargo, esas concreciones son usualmente

¹Y en castellano, *concebir*.

* En el sentido de la epistemología de los conceptos a priori del siglo XVIII.

²He dejado *embodiment* sin traducir para resaltar aún más las comillas que le pone Freudenthal. La traducción usual al castellano es el barbarismo “concretización” (barbarismo que, además, pierde el

falsas: son demasiado bastas para reflejar los rasgos esenciales de los conceptos que tienen que ser “embodied”, incluso si, mediante una variedad de “embodiments”, uno desea dar cuenta de más de una faceta. Su nivel es demasiado bajo, muy por debajo del concepto que se persigue. Didácticamente esto significa que el carro va delante del caballo: enseñar abstracciones haciéndolas concretas.

Lo que una fenomenología didáctica puede hacer es preparar el enfoque contrario: empezar por esos fenómenos que solicitan ser organizados y, desde tal punto de partida, enseñar al estudiante a manipular esos medios de organización. Se ha de pedir la ayuda de la fenomenología didáctica si se quiere desarrollar planes para llevar a cabo un enfoque de ese estilo. En la fenomenología didáctica de la longitud, números, etc., los fenómenos organizados por longitud, número, etc., se muestran lo más ampliamente posible. Para enseñar grupos, en vez de empezar por el concepto de grupo y andar buscando materiales que hagan concreto ese concepto, se debería buscar primero fenómenos que pudieran compeler al estudiante a constituir el objeto mental que está siendo matematizado *por* el concepto de grupo. Si en una edad dada dichos fenómenos no están a disposición de los alumnos, uno abandona el intento —inútil— de inculcar el concepto de grupo.

Para este enfoque contrario he evitado el término *adquisición de conceptos* intencionadamente. En su lugar hablo de la constitución de los objetos mentales*, lo que, desde mi punto de vista, precede a la adquisición de conceptos, y puede ser altamente efectivo, incluso si no le sigue la adquisición de conceptos. Con respecto a los objetos mentales realizables geoméricamente (cuadrado, esfera, paralelas), es obvio que la constitución del objeto mental no depende en modo alguno de la del concepto correspondiente, pero esto es igualmente cierto para aquellos que no son realizables geoméricamente, como número, inducción, deducción..., (o que lo son más difícilmente). El lector de esta fenomenología didáctica debe recordar que vemos los *noumena* en primer lugar como objetos mentales y sólo secundariamente como conceptos, y que lo que mostraremos es el material para la constitución de objetos mentales. El hecho de que manipular objetos mentales preceda a hacer los conceptos explícitos me parece más importante que la división de las representaciones en enactivas, icónicas y simbólicas. En cada caso particular, uno debería intentar establecer criterios que habrían de satisfacerse si un objeto tuviera que considerarse como constituido mentalmente. Para “longitud” tales condiciones podrían ser

integrar y diferenciar mutuamente adjetivos que indican longitud, con “largo, corto”,

comparar longitudes mediante aplicaciones de congruencia y flexiones,

medir longitudes mediante múltiplos y fracciones simples de una unidad de medida,

aplicar orden y aditividad a los resultados de medir y

cuerpo o la carne que contiene la palabra inglesa y que podría conservarse con las castellanas ‘corporeización’ o ‘encarnación’). Freudenthal hace referencia, entre otros, a Dienes y sus materiales, que pretenden ser conceptos abstractos materializados, a los que se ha *dado cuerpo*.

* Fichsbein los llama *intuiciones*, una palabra que intento evitar porque puede significar tanto visión interna como iluminaciones.

aplicar la transitividad de comparar longitudes.

2.5. En oposición a la adquisición de conceptos mediante “embodiments” concretas he colocado la constitución de objetos mentales basada en la fenomenología. En la primera aproximación, las concreciones tienen un significado transitorio. La división del pastel puede ser olvidada tan pronto como el estudiante domine las fracciones algorítmicamente. En contradicción con esta aproximación, el material que sirve para la constitución mental de fracciones, tiene un valor duradero y definitivo. “Primero los conceptos y después las aplicaciones”, como ocurre en la aproximación por adquisición de conceptos, es una estrategia que está virtualmente invertida en la aproximación por constitución de objetos mentales.