

5.4.8. EL CASO DE M Y J CON EL PROBLEMA DEL HENO.

5.4.8.1. Descripción global del proceso de resolución: el diagrama de episodios.

La versión del problema del heno que planteamos a M y J fue la misma que la que planteamos a A y J. Remitimos de nuevo a 6.3.2.1 para el análisis del problema y las maneras de resolverlo, ya que aquí usaremos para describir la actuación de M y J los análisis que presentamos en ese apartado⁵⁴.

El proceso de resolución de M y J tiene como una de sus características más notables la gestión continuada de lo que se está haciendo. Pero M y J no sólo muestran que saben que hay que tener al gestor siempre presente, sino también cuáles son las tareas de gestión propias de lo que están haciendo. Así, se gestiona explícitamente el análisis del contenido del enunciado —episodio 1, ítem 8, por ejemplo—; se gestiona una y otra vez el significado de las cantidades que se elaboran, o se detiene la ejecución del plan cuando sólo falta realizar unos cálculos que ya se tienen indicados en una expresión aritmética, para verificar el significado de las cantidades involucradas y las relaciones entre ellas —episodio 3. Sin embargo, eso no impide que el primer plan que se ejecuta contenga un error derivado del asunto de los días durante los que se ahorra⁵⁵. Ahora bien, la calidad del gestor y su insistencia acaba por detectar el error y resolver el problema correctamente.

En este apartado presentamos un diagrama de episodios del proceso de resolución, que se acompaña del esqueleto de su reconstrucción racional. En él puede verse el detalle de lo que acabamos de señalar. Además, también puede verse cómo se responde a una sugerencia nuestra, hecha con posterioridad a la detección del error, y cómo el episodio final de ejecución recoge elementos de los análisis realizados en los episodios anteriores para obtener la solución correcta. En ese diagrama de episodios no reconstruimos los detalles del episodio 5 de verificación, porque lo que en él sucede merece una análisis detallado, que presentamos en el apartado siguiente.

E ₁ : Análisis 1-22	El episodio en su conjunto consiste en la anotación de los datos y la incógnita y el cálculo de algunas cantidades intermedias. Cálculo de D_M . Anotación del significado de D_M : 'tuvieron para 16 días más'.	J, 1: “[...] vamos a ver para cuántos días más tuvieron de los que pensaban. [...]”
-----------------------------------	---	---

⁵⁴ Ver en particular las descripciones de lo que allí se llama enfoque R_R y enfoque S_1 , que corresponden a soluciones organizadas por el esquema de la regla de tres y por el análisis-síntesis, respectivamente.

⁵⁵ Asunto que ya hemos indicado en 5.4.7.2 y que analizamos en 6.3.2.1.

	<p>Fijación de la incógnita y anotación de datos: ‘ahorraron cada día 113 kilos’ ‘compraron para 57 días’.</p> <p>Gestión del análisis del contenido del enunciado, que es el objeto del episodio.</p> <p>Cálculo de A_t. $A_t = G_m \times D_P$</p> <p>Identificación de A_t con G_{DM}.</p> <p>Denominación y anotación de A_t: ‘6441 ahorrados en 57 días’.</p>	<p>J, 7: “Cuántos kilos de heno almacenaron es la pregunta.”</p> <p>M, 8: “¿Y qué más datos tenemos?”</p> <p>J, 12: “Mira, cada día de los 57 días, cada día ahorraron 113 kilos; vamos a ver cuántos kilos ahorraban.”</p> <p>J, 14: “Y esos kilos que ahorraron son los que les permitieron el tener 16 días más de heno [...].”</p> <p>M, 17: “...en 57 días. Eso es lo ahorrado.”</p>
<p>E₂: Ejecución 23-35</p>	<p>El plan esta implícito en la invocación del esquema de la regla de tres. $A_t (G_{DM}) \text{ ————— } D_M$ $P \text{ ————— }$</p> <p>Duda entre D_r o D_P.</p> <p>La decisión errada se toma examinando la historia y no la razón involucrada en la regla de tres. $A_t (G_{DM}) \text{ ————— } D_M$ $P \text{ ————— } D_P$</p> <p>Desencadenamiento del esquema de acción asociado a la regla de tres.</p> <p>Escritura del cálculo indicado $\frac{6441 \times 57}{16}$</p>	<p>J, 23: “[...] si con estos kilos lograron aguantar 16 días...”</p> <p>J, 25: “...ahora con esa proporción sabremos el tiempo, o sea, lo que calcularon..., almacenaron para aguantar los 57 días [...].”</p> <p>J, 31: “[...] no sé si 57 o 73.”</p> <p>A, 32: “Ahí está el problema realmente [...]”</p> <p>J, 33: “[...] son 57 días porque son lo que calcularon que tenían que almacenar, no lo que aguantaron, eso ya surgió después por el hecho de ahorrar. [...]”</p> <p>M, 34: “Vamos a hacer eso, haz la división de eso.”</p>

<p>E3: Verificación 36-51</p>	<p>Se verifican los cálculos de las cantidades intermedias, su significado y las relaciones entre las cantidades, pero no se detecta ningún error sino que se consolida el significado mal atribuido.</p> <p>Las relaciones examinadas en la regla de tres</p> $6441 \text{ kg} \text{ — } 16 \text{ días}$ $x \text{ — } 1 \text{ día}$ <p>proporcionan otro procedimiento de solución:</p> $\frac{A_t}{D_M} \times D_P$ <p>El que las operaciones correspondientes a este segundo procedimiento coincidan con las del primero les da la seguridad de que el primero es correcto.</p>	<p>En J, 39 se confunde G_P con G_r, pese a nombrar ambas cantidades: “[...] un día entonces necesitaban por kilos [...] estos kilos son en realidad los que ellos calcularon que necesitaban por día.”</p> <p>M, 42: “Esto se va. Son 6441 kilos que gastaron en 16 días. Entonces vamos a ver lo que gastan en un día.”</p> <p>J, 47: “Este resultado..., este resultado (se refiere a la x de la segunda regla de tres) multiplicado por 57 es también el resultado final.”</p> <p>M, 51: “Sí, sí, justo, es lo mismo. Mira, esto es.... esto son equis kilos por día. Como ellos calcularon para 57 días, necesitaron equis kilos, que es lo mismo que realizar esta operación 6441 por 16, dividido por 57, o sea, que sí que está bien.”</p>
<p>E4: Ejecución 52</p>	<p>Cálculo y anotación: ‘$x = 22946 \text{ kg almacenados}$’.</p>	
<p>E5: Verificación 53-215</p>	<p>La verificación del resultado se pretende hacer comprobando que a partir de él se puede obtener alguna cantidad cuyo valor ya se conoce. Para ello emprenden un nuevo análisis de las relaciones entre las cantidades. La confianza en el resultado obtenido resulta ser mayor que la que se tiene en los nuevos análisis, lo que conduce a nuevos análisis, en vez de al rechazo del resultado, hasta que una sugerencia de L hace que se planteen la alternativa, y el último análisis es más fuerte que el resultado. El episodio lo analizamos más adelante en detalle.</p>	

<p>E₆: Sugerencias 216-223</p>	<p>L sugiere que el procedimiento de verificación se utilice como procedimiento de solución.</p> <p>La sugerencia, aunque se recoge, no se sigue. Seguir la hubiera exigido un enfoque de tipo cartesiano, en vez de los razonamientos puramente aritméticos que han hecho M y J en el protocolo.</p>	<p>L, 221: “Pues quizá eso es una estrategia para resolver el problema.”</p> <p>J, 222: “¿Ver cuál de las dos ecuaciones..., es el bueno?”</p> <p>M, 223: “Lo que sí está claro es que si hemos elaborado una estrategia para comprobar, eso es la forma de resolver el problema, es otro camino, sí, vamos a ver si es el bueno, ya que sabemos...”</p>
<p>E₇: Ejecución 224-254</p>	<p>La reconsideración de las relaciones encontradas en todos los análisis previos conduce al enfoque S₁, que no se había contemplado antes.</p> <p>Cálculo de $A_t = G_m \times D_p$.</p> <p>Establecimiento de la relación clave</p> $G_r = \frac{A_t}{D_M}$ <p>Cálculo de G_r.</p> <p>Establecimiento de la relación $P = G_r \times D_r$.</p> <p>Cálculo de P.</p> <p>Recapitulación final.</p>	<p>J, 224: “[...] un primer camino es calcular el ahorro [...]”</p> <p>M, 235: “Entonces, ahí tenemos que saber ya los kilos que nos salen por día si dividimos 6441 entre 16, está claro ya.”</p> <p>M, 247: “Entonces todos los días han consumido 402, entonces simplemente hay que multiplicar por 73...”</p> <p>J, 251: “[...] Desde luego no es aquél.”</p> <p>M, 252: “Pues ése debe de ser...” J, 253: “Ahora nos sale otro número gracias a la prueba.”</p>

5.4.8.2. EL EPISODIO DE VERIFICACIÓN.

Presentamos aquí un desglose del episodio de verificación en subepisodios, acompañado del esqueleto de su reconstrucción racional. El interés del examen minucioso de este episodio reside en dos hechos. En primer lugar, muestra una tendencia de los resolutores a adherirse a los resultados obtenidos. En efecto, cuando el procedimiento de verificación elaborado contradice el resultado obtenido, éste es más fuerte que el procedimiento de verificación y lo que se rechaza es el

procedimiento de verificación en vez de rechazar el resultado. La persistencia de los resolutores en continuar con la verificación hace entonces que se elaboren hasta tres procedimientos de verificación — todos ellos correctos —, que resultan tener menos credibilidad que el resultado erróneo, y sólo una sugerencia nuestra les hace salir de ese bucle de generación de procedimientos de verificación, impotentes ante la solidez atribuida al resultado por los resolutores.

En segundo lugar, la manera de elaborar los procedimientos de verificación responde al mismo esquema de generación de cantidades y escritura de expresiones que constituye la versión del método cartesiano que hemos descrito en el protocolo de A y J. La diferencia estriba en que, al realizarse aquí con el problema ya resuelto, las expresiones que se escriben no son expresiones algebraicas, sino aritméticas, ya que la incógnita, que en el caso de A y J se designaba con la x , está determinada. Eso nos permite observar la construcción de las cantidades y las relaciones entre ellas, sin que esté involucrado el sistema de signos del álgebra. Como este episodio, aunque sea de verificación, podemos modelarlo con esa versión del método cartesiano, la división en subepisodios podemos hacerla con criterios similares a los que ya establecimos en el caso de D y R y utilizamos en el de A y J. Además, podremos observar, como en el caso de A y J, las tareas de gestión asociadas.

53-65	<p>Relectura de la historia.</p> <p>En qué consiste la comprobación. Aunque la formulación de M, 65 no parezca decir eso, lo que se hace es buscar una expresión aritmética entre cantidades en la que intervenga P, cuyo significado sea otra cantidad que ya se ha calculado.</p>	<p>M, 65: “No. Si queremos comprobarlo, sería mejor hacer la prueba por pasos y sacar a ver si nos coincide el resultado.”</p>
66-68	<p>Primera expresión.</p> <p>Enunciadas las cantidades verbalmente — “cuánto les quedaba” y “cuánto nos quedó”—, y rechazada, porque no se ha calculado antes.</p>	<p>M, 67: “Si buscamos cuánto les quedaba y nos coincide con esto de aquí, cuánto nos quedó..., ¿dónde estaba?, ¿no lo habíamos sacado? [...]”</p>
69-91	<p>Segunda expresión.</p> $\frac{P}{D_r} = \text{“consumo diario”}$ <p>pero el consumo diario es alternativamente G_r o G_P.</p> $\frac{P}{D_r} = G_r$	<p>J, 70: “[...] éstos son los kilos que ellos almacenaron..., pero ellos no sabían que iban a ahorrar, vamos a ver si dividido entre 73...”; J, 72: “...da..., da...”</p> <p>M, 75: “Tiene que dar lo que consumieron por día.” J, 76: “Exactamente, [...]”</p>

	$\frac{P}{D_r} = G_P$ <p>Rechazada porque G_P o G_r no se ha calculado antes, y además se piensa que no se puede calcular, pese al análisis ya realizado de esa cantidad, que J no recuerda.</p>	<p>J, 84: “Los que en principio ellos pensaban que iban a consumir cada día, ¿no?” M, 85: “Sí, exactamente.” J, 90: “Eso no lo sabemos, no lo podemos saber.” M, 91: “Antes sí lo habíamos...”</p>
<p>92-96</p>	<p>Tercera expresión:</p> $\frac{P}{\frac{D_p}{D_M}} = G_m$ <p>Se acepta inicialmente como procedimiento de comprobación porque G_m se conoce. Se inicia el cálculo, pero surgen dudas sobre su significado.</p>	<p>J, 92: “Ah, bueno, ya. Ya sé la forma de comprobarlo, este número (señala 22946) dividido por 57 días nos da una cantidad determinada. Si esa cantidad dividida por 16 días da 113 kilos, ya está. Entonces está bien. Vale, a la marcha.”</p>
<p>97-105</p>	<p>Cuarta expresión. El análisis de la expresión anterior conduce a una cantidad no contemplada anteriormente, G_{DP}, y a una expresión nueva.</p> $\frac{P}{D_p} \text{ es } G_P$ $G_m \times D_P \text{ es } A_t$ $P - A_t = G_{DP}$ <p>La expresión detallada es:</p> $P - G_m \times D_P = G_{DP}$ <p>Como la cantidad G_{DP} no se ha calculado previamente tampoco, cunde el desánimo.</p>	<p>M, 97: “Si tú divides 22946 por 57, eso será los kilos que ellos calcularon para tener bastante, para cada día. [...]” J, 100: “113 por 57 es el excedente.” M, 101: “No.” J, 102: “Sí, los que hay de más.” J, 104: “Sí, entonces a ver..., los que hay de más restando el total nos sale los que ellos calcularon.” M, 105: “No, lo que ellos consumieron en 57 días, lo que consumieron.” J, 106: “¿Y cuánto consumieron?”; M, 107: “No, no, ¿eh?”; J, 108: “Ni se sabe.”; M, 109: “Ni se sabe.”</p>
<p>110-117</p>	<p>F y L intentan infundir ánimo.</p>	

118-137	<p>Quinta expresión. Se elabora a partir de la expresión anterior una cadena de operaciones que culmina en una cantidad ya calculada: la propia incógnita P.</p> $P - A_t = G_{DP}$ $\frac{G_{DP}}{D_p} = G$ $G_r \times D_r = P$ <p>La expresión global —que M y J no escriben— sería:</p> $\frac{P - G_m \times D_p}{D_p} \times D_r = P$ <p>es decir,</p> $\frac{22946 - 113 \times 57}{57} \times 73 = 22946$ <p>Satisfacción.</p>	<p>M, 119: “Ahora vamos a calcular los kilos que realmente gastaron.”</p> <p>M, 127: “[...] Calculamos los kilos que gastaron en 57 días [...]”</p> <p>M, 129: “[...] y eso lo dividimos por 57 y nos salen los kilos que gastaron por día.”</p> <p>M, 131: “[...] si sabemos los kilos que gastaron por día, y lo multiplicamos...” J, 132: “Por 73 días.” M, 135: “...me tenía que dar eso de ahí.”</p> <p>M, 137: “¡Qué listo soy!”</p>
138-178	<p>Cálculo para la comprobación.</p> <p>Se comprueba el significado de cada cantidad que se calcula.</p> $A_t = G_m \times D_p$ <p>La discrepancia sobre el significado de $G_{DP} = P - A_t$ desencadena un nuevo análisis de las relaciones entre las cantidades para verificar la expresión.</p> <p>El análisis culmina con una cierta convicción.</p> <p>Cálculo final. Constatación de que no coincide.</p>	<p>J, 148: “(Escribe ‘6441 ahorrado’) Es lo que ahorraron, eso, eso.”</p> <p>J, 153: “No, no, esto son los kilos que ellos habían preparado y que hubieran consumido en 57 días de no haber habido ahorro, esto es, los kilos...”</p> <p>M, 154: “Dicho de otra forma, lo que es..., es lo que gastaron en esos 57 días ellos.”</p> <p>J, 164: “¿Estás seguro de que..., eso es?”</p> <p>J, 170: “Y ésta es una prueba segura.” M, 171: “Hombre, eso es llegar al mismo resultado por otro camino, supongo que será válida.” J, 172: “Supones. Vamos a hacerlo.”</p>

179-196	<p>No se duda del resultado, sino de la expresión utilizada para hacer la verificación, así que se elabora otra expresión para comprobar de nuevo el resultado.</p> <p>Sexta expresión.</p> $\frac{P}{D_r} = G_r$ $(G_r + G_m) \times D_p = P$ <p>La expresión global —que J no escribe— sería $\left(\frac{P}{D_r} + G_m\right) \times D_p = P$.</p> <p>Cálculo. Constatación de que no coincide.</p>	<p>J, 183: “Esto, dividido por 73 días, desde luego es el consumo diario [...]”</p> <p>J, 189; “[...] lo que consumen por día más lo que ahorraron por 57 días tiene que dar esto. [...]”</p>
197-215	<p>Séptima expresión.</p> $G_r = \frac{P}{D_r}$ $G_r = \frac{P - G_m \times D_p}{D_p}$ <p>J duda de los cálculos con las expresiones, pero no del resultado que se supone que están verificando.</p> <p>L sugiere que puede estar mal el resultado.</p> <p>J recoge la sugerencia y M formula la alternativa.</p> <p>Cálculo. Constatación de que no coincide. Decisión contra el resultado.</p>	<p>J, 200: “[...] esta vez lo hemos hecho tomando todo lo almacenado dividido por 73; así hemos calculado el gasto por día... Y otra vez..., otra vez lo hemos hecho restando a aquella cantidad lo ahorrado, y dividiendo por 57, y el resultado no es el mismo y tendría que ser el mismo. [...]”</p> <p>J, 204: “Si no da, es porque hay una operación mal hecha, no puede ser otra cosa...”</p> <p>L, 205: “O porque ahí el número que habéis calculado no es el bueno.”</p> <p>J, 208: “Exactamente, ésa es la prueba.”</p> <p>M, 209: “Si estamos buscando la prueba y no sale lo mismo, es que está mal, o está mal la prueba o está mal el número.”</p> <p>M, 214: “Luego es culpa de..., luego no vale el final, 22946.” J, 215: “Esto no es correcto (lo tacha). Ahora hay que volver a plantearse la estrategia exactamente.”</p>

Señalemos finalmente que, como las tres expresiones correctas utilizadas como procedimientos de verificación corresponden a otros tantos análisis cartesianos de las relaciones entre las cantidades involucradas en la situación que describe el problema, si la incógnita no se tiene determinada, se

convierten en ecuaciones que conducen a la solución del problema. Esas ecuaciones son diferentes de las que aparecen en el análisis de este problema en el capítulo 4 y diferentes también de la que elaboraron A y J. Damos aquí la traducción de estas expresiones entre cantidades a ecuaciones⁵⁶.

$$\begin{aligned} \frac{P - G_m \times D_p}{D_p} \times D_r &= P & \frac{x - 113 \times 57}{73} \times 73 &= x \\ \left(\frac{P}{D_r} + G_m \right) \times D_p &= P & \left(\frac{x}{73} + 113 \right) \times 57 &= x \\ G_r &= \frac{P}{D_r} & \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{x}{73} \\ y = \frac{x - 113 \times 57}{73} \end{array} \right. \\ G_r &= \frac{P - G_m \times D_p}{D_p} \end{aligned}$$

5.4.8.3. El protocolo escrito.

Unos granjeros almacenaron heno para 57 días, pero, ahorraron 113 kg por día, con lo que tuvieron heno para 73 días. ¿Cuántos kilos de heno almacenaron?

- {1} J: Tuvieron para 73 días, así que, vamos a ver..., vamos a ver para cuántos días más tuvieron de los que pensaban. Tuvieron para 16 días más de lo que pensaban.
- {2} M: Tuvieron para 16 días más. (Escribe en la pizarra 'tuvieron para 16 días más'.) Vamos a ver...
- {3} J: Y ahorraron por día..., cada día ahorraron 113 kilos.
- {4} M: (Escribe 'ahorraron cada día 113 kilos')
- {5} J: Si acaso utiliza..., lo de los 57 días..., que tú dices también...
- {6} M: Ellos compraron...
- {7} J: Cuántos kilos de heno almacenaron es la pregunta, cuántos kilos almacenaron.
- {8} M: (Escribe 'compraron para 57 días'.) ¿Y qué más datos tenemos? Y tuvieron para 73 días.
- {9} J: O sea, la cuestión es..., que calcularon...
- {10} M: Exactamente, cuánto heno necesitaban para 57 días calcularon, o sea, el heno necesario para 57 días, pero, como ahorraban, resulta que al final tuvieron para 73 días.

Estado de la pizarra:

tuvieron para 16 días más
ahorraron cada día 113 kg
compraron para 57 días

- {11} M: O sea, la diferencia de 16 más ya lo tenemos ahí.
- {12} J: Mira, cada día de los 57 días, cada día ahorraron 113 kilos; vamos a ver cuántos kilos ahorraban.
- {13} M: De acuerdo, son 57 días por 113 kilos (hace la multiplicación y obtiene 6441).

⁵⁶ Que amplían el número y el estilo de variantes de lo que en 6.3.2.1 llamamos enfoques de tipo cartesiano.

O sea, necesitaban determinados kilos, pues estos kilos..., estos kilos son en realidad los que ellos calcularon que necesitaban por día.

{40} M: Por día.

{41} J: Entonces multiplicamos los kilos que necesitaban por día por los días que necesitaban tener heno; entonces, si esto..., vamos a ver...

{42} M: Esto se va. Son 6441 kilos que gastaron en 16 días. Entonces vamos a ver lo que gastan en un día.
(Explicando sobre la regla de tres escrita.)

{43} J: En realidad eso no nos es importante...

{44} M: No, ya, ya, ya.

{45} J: ...sólo es para comprobar que está bien planteado.

{46} M: Son los 57 días..., que tenemos aquí (señala la otra regla de tres).

{47} J: Este resultado..., este resultado (se refiere a la x de la segunda regla de tres) multiplicado por 57 es también el resultado final.

{48} M: Exactamente.

{49} J: Entonces casi podíamos comprobarlo. No, no, no puede ser lo mismo.

{50} M: Espera..., espera un momento, vamos a ver. Calculas lo que..., hay en un día.

{51} M: Sí, sí, justo, es lo mismo. Mira, esto es.... esto son equis kilos por día (escribe ' x kg/día') Como ellos calcularon para 57 días, necesitaron equis kilos, que es lo mismo que realizar esta operación (comparando los cálculos para hallar x en ambas reglas de tres) 6441 por 16, dividido por 57, o sea, que sí que está bien.

[Hacen el cálculo 6441×57 , obtienen 367137, y dividen por 16, resultando 22946.]

{52} J: O sea que esto son los kilos almacenados (escribe ' $x=22946$ kg almacenados') y de todas formas vamos ahora a hacer una comprobación.

{53} M: Sí, sí, por supuesto.

{54} J: Éstos son los kilos almacenados, o sea, que..., (lee) unos granjeros almacenaron heno... y almacenaron..., ¿cuánto?

{55} M: 22946.

{56} J: Vale. (Escribe 22946 sobre el texto del problema donde pone 'almacenaron'.)

{57} M: Para 57 días.

{58} J: Para 57 días.

{59} M: (Leyendo el texto.) ...sin embargo, como el heno era de mejor calidad de lo que pensaban, ahorraron 113 kilos por día.

{60} J: Vamos a ver cuánto ahorraron.

{61} M: Vale, lo tenemos ahí calculado. Bueno, no...

{62} J: Ahora a partir de esto (señala 22946)...

{63} M: Sí, sí, exactamente.

{64} J: ¿Cómo? Bueno, no, quiero decir... No, es que..., esto no sé si nos hace falta o no.

- {65} M: No. Si queremos comprobarlo, sería mejor hacer la prueba por pasos y sacar a ver si nos coincide el resultado.
- {66} J: Si ahorran esto, vamos a ver cuánto les quedaba. Pero es que..., ¿'cuánto les quedaba' para qué lo necesitamos? O sea, si nosotros buscamos cuánto ahorran...
- {67} M: Si buscamos cuánto les quedaba y nos coincide con esto de aquí, cuánto nos quedó..., ¿dónde estaba?, ¿no lo habíamos sacado? 6441 kilos. Seguro que está (falta)
- {68} J: No, éstos son los ahorrados. ¿Sabes qué? Los ahorrados nos vuelve a salir lo mismo.
- {69} M: Mira, tenemos 22946...
- {70} J: Espera, espera, vamos a ver. Éstos son los kilos..., ya, ya, éstos son los kilos que ellos almacenaron..., pero ellos no sabían que iban a ahorrar, vamos a ver si dividido entre 73...
- {71} M: 73 días.
- {72} J: ...da..., da...
- {73} M: Da eso.
- {74} J: No.
- {75} M: Tiene que dar lo que consumieron por día.
- {76} J: Exactamente, lo que consumieron por día, vale. (Se dispone a borrar.) ¿Esto está apuntado?
- {77} M: Sí, sí, en el texto, pero de todas formas lo apuntamos aquí.
- {78} J: 22946 entre 57... 22946 kilos ellos lo calculaban para 57 días..., ellos lo calculaban para 57 días, pero en vez de 57 tuvieron para 73.
- {79} M: Para 73.
- {80} J: Entonces no dividimos por 57.
- {81} M: Por 73.
- {82} J: Nos tiene que salir...
- {83} M: Nos tiene que salir...
- {84} J: Los que en principio ellos pensaban que iban a consumir cada día, ¿no?
- {85} M: Sí, exactamente.
- {86} J: ¿Cuánto consumían por día? Eso no lo hemos calculado.
- {87} M: No lo hemos calculado, lo tenemos ahí abajo.
- {88} J: ¿Y cómo se calcula eso?
- {89} M: Pues eran los 113 kilos que teníamos..., pues había...
- {90} J: Eso no lo sabemos, no lo podemos saber.
- {91} M: Antes sí lo habíamos...
- [Pausa. Repasan.]
- {92} J: (Leyendo el texto.) Ah, bueno, ya. Ya sé la forma de comprobarlo, este número (señala 22946) dividido por 57 días nos da una cantidad determinada. Si esa cantidad dividida por 16 días da 113 kilos, ya está. Entonces está bien. Vale, a la marcha.
- {93} M: Divide.

{94} J: Divide tú ahora. Esto dividido por 57 y el cociente dividido por 16. Parece razonable que sea 113, porque es lo ahorrado.

{95} M: (Comienza a hacer la división 22946 entre 57.)

{96} J: Espera, no, no estoy seguro de esto, ¿eh?

{97} M: Si tú divides 22946 por 57, eso será los kilos que ellos calcularon para tener bastante, para cada día. Saldrán..., y hay un excedente de 113 kilos por día. Luego, como hay 57 días, 57 por 113 saldrán los kilos, kilos que sobran de los 22946... De acuerdo, ¿no?

{98} J: 113 por 16..., ¿nos tendría que dar?

{99} M: Los kilos que tenemos.

{100} J: 113 por 57 es el excedente.

{101} M: No.

{102} J: Sí, los que hay de más.

{103} No.

{104} J: Sí, entonces a ver..., los que hay de más restando el total nos sale los que ellos calcularon.

{105} M: No, lo que ellos consumieron en 57 días, lo que consumieron.

{106} J: ¿Y cuánto consumieron?

{107} M: No, no, ¿eh?

{108} J: Ni se sabe.

{109} M: Ni se sabe.

[Ponen cara de estar perdidos.]

{110} M: Vamos a calcular lo que...

{111} F: Podéis pedir ayuda cuando queráis.

{112} J: El caso es que...

{113} F: Si creéis que no hace falta, estupendo.

{114} J: ¿Vamos bien?

{115} F: El resultado, de hecho, lo tenéis, estáis en la comprobación.

{116} J: Sí, ah, vamos a ver...

{117} L: Si escribierais alguna de las cosas que estáis diciendo, a lo mejor si lo tuvierais en la pizarra, no se os perdería tanto. Porque habéis dicho: 'kilos que se gastan por día', 'kilos que pensaban gastarse por día'..., en la cabeza se lían.

{118} J: (Escribe '22946 kg almacenados'.)

{119} M: Ahora vamos a calcular los kilos que realmente gastaron.

{120} J: Estos kilos los gastaron todos..., en 73 días acabaron todo.

{121} M: En 57...

{122} J: ¿Pero eso para qué?

{123} M: Pues..., si sabemos los kilos que gastaron en 57 días, ¿no? La verdad es que no.

{124} J: Es que no sabes cuánto gastaban por día, sabes cuánto ahorran.

{125} M: Bueno, exactamente..., si calculamos los kilos que gastaron en 57 días... Hay que dividir...

{126} J: ¿Cómo?

{127} M: No, espera. Calculamos los kilos que gastaron en 57 días, o sea, aquí hay un exceso que no sabemos lo que es.

{128} J: Sí, o sea, de aquí (señala 22946) sobra.

{129} M: De ahí sobra. Calculamos lo que nos quede, y eso lo dividimos por 57 y nos salen los kilos que gastaron por día.

{130} J: ¿Y eso para qué los quieres?

{131} M: Y eso..., pues, si sabemos los kilos que gastaron por día, y lo multiplicamos...

{132} J: Por 73 días.

{133} M: ...por 73 días que tenían...

{134} J: Que tenían.

{135} M: ...me tenía que dar eso de ahí.

{136} J: Vale.

{137} M: ¡Qué listo soy!

{138} J: Si lo hubiéramos apuntado...

{139} M: De nuevo apuntar...

{140} J: Sí, vamos a ver, otra vez de nuevo. Mira, 113 kilos...

{141} M: Si ahorran por día...

{142} J: Y lo ahorran durante 57 días... ¿vamos a ver cuánto ahorraron? Esta operación estaba hecha.

{143} M: Sí, me parece que...

{144} J: ¿Cuánto es?

{145} M: Son 6441.

{146} J: ¿Ahorrado?

{147} M: Sí, ahorrados.

{148} J: (Escribe '6441 ahorrado'.) Es lo que ahorraron, eso, eso.

{149} M: Ahora hay que restar 22946 menos 6441, que es lo que hemos ahorrado. (Hace la diferencia y obtiene 16505.)

{150} J: Sí, esta cantidad (señala 16505) es la que..., ésta es la cantidad que ellos hubieran almacenado de no haber ahorro, es la cantidad que hubieran tenido para aguantar, mm..., 73 días sin que hubiera ahorro.

{151} J: Esta cantidad, 16505, seguro.

{152} M: Sí, seguro, fueron los que gastaron.

{153} J: No, no, esto son los kilos que ellos habían preparado y que hubieran consumido en 57 días de no haber habido ahorro, esto es, los kilos...

{154} M: Dicho de otra forma, lo que es..., es lo que gastaron en esos 57 días ellos.

{155} J: 57 días.

{156} M: Lo que gastaron en 57 días.

En la pizarra:
22946 kg almacenados
kg. ahorrados

{157} J: Exactamente.

{158} M: Ahora, vamos a ver..., lo que gastaron...

{159} L: Escríbelo, por favor.

{160} J: Esto son los kilos gastados en 57 días.

{161} M: (Escribe en la pizarra '16505 gastados en 57 días'.) Vale, ahora hay que saber cuánto gastaron por día, ¿vale?

{162} J: ¿Para qué?

{163} M: Si sabemos lo que gastaron por día, multiplicado por 73 tenemos ese resultado de ahí... Vale, pues ahora te toca a ti. (Se refiere a hacer las operaciones.)

{164} J: ¿Estás seguro de que..., eso es? (Repasa en la pizarra.) Estos kilos los almacenaron; ahorraron tanto; esto lo ahorraron en 57 días...

{165} M: En 57 días.

{166} J: Es que has hecho lo que almacenaron en realidad. Lo almacenado, restado de lo ahorrado, sería lo que ellos hubieran necesitado para cubrir 57 días.

{167} M: Exactamente.

{168} J: Vale, y tienes estos kilos (señala 16505), esto fue lo que..., lo que gastaron en 57 días y también lo que hubieran tenido que almacenar de no ahorrar.

{169} M: Entonces, al dividir por 57 días nos saldrán los kilos que gastaron, y al multiplicarlo por 73 nos tiene que salir lo de ahí...

{170} J: Y ésta es una prueba segura.

{171} M: Hombre, eso es llegar al mismo resultado por otro camino, supongo que será válida.

{172} J: Supones. Vamos a hacerlo.

{173} M: (Dictando.) 16505, dividirlo entre 57.

{174} J: (Hace la división.) 289'6... (Escribe '289'6 kilos por día gastados'.) Si éste es el gasto, multiplicado por 73 días nos tiene que salir eso.

{175} L: Para que no perdáis el tiempo, si multiplicáis por 73 ahora, no sale.

{176} J: No sale.

{177} M: No sale.

{178} L: Sale uno más pequeño. No hace falta que os diga cuánto, entre otras cosas porque no lo sé.

{179} J: Yo lo que volvería es atrás otra vez.

{180} M: Yo, realmente..., vamos a ver..., vería lo que hemos hecho antes, lo que hemos hecho ahora y ver lo que... Por algún lado...

{181} J: Vamos a ver... (mirando a 22946), esto nos ha dado..., esto nos ha dado para 73 días.

{182} M: No, esto nos ha dado..., es lo que hemos calculado.

- {183} J: Esto, dividido por 73 días, desde luego es el consumo diario, luego... (escribe ' $\frac{22946}{73}$ kg/día consumido'), esto es lo consumido, ¿vale?, ¿es eso?
- {184} M: Sí.
- {185} J: Eso es lo consumido... Si eso es lo consumido, lo consumido más lo ahorrado...
- {186} M: Es que ahí...
- {187} J: Mira, lo consumido, luego este equis más lo ahorrado, 113, multiplicado por 57 días, tiene que dar esta cifra. (Escribe $(x+113) \cdot 57 = 22946$.)
- {188} M: ¿Y esa equis qué era? ¿Lo consumido?
- {189} J: Esa..., esto..., lo que consumen por día más lo que ahorraron por 57 días tiene que dar esto. Esto es lo que almacenaron ellos y lo que supusieron que iban a gastar. Ahora sólo..., sólo queda hacer esta división (señala $\frac{22946}{73}$) y ver que la igualdad se cumple. La habíamos hecho antes. Creo que sí, me parece que sí. Los gastados son éstos..., ¿cuántos?
- {190} M: 289'5.
- {191} J: Lo que no hemos visto es si esto está bien o no, 300 por 73 cuántos será...
- {192} M: Me parece que sí.
- {193} J: (Evalúa el resultado.) Hemos cogido uno de más.
- {194} L: No os va a salir lo mismo.
- {195} J: No.
- {196} M: No.
- {197} L: Si hubierais guardado en la pizarra el cálculo aquel, no habríais calculado antes los calculados por día de la misma manera.
- {198} J: ¿Cómo está esto? No entiendo.
- {199} L: Cuando has calculado antes los kilos gastados por día, no los has calculado dividiendo por 73 los kilos almacenados; lo habéis hecho, que se os puede haber olvidado, quitando de los almacenados los ahorrados..., y dividiendo el otro, lo que quedaba, dividiéndolo por 57.
- {200} J: O sea, esta vez lo hemos hecho tomando todo lo almacenado dividido por 73; así hemos calculado el gasto por día... Y otra vez..., otra vez lo hemos hecho restando a aquella cantidad lo ahorrado, y dividiendo por 57, y el resultado no es el mismo y tendría que ser el mismo. Vamos a ver qué cosa está mal hecha.
- {201} M: El resultado no es el mismo... No, espera.
- {202} J: No es el mismo. Vamos a ver cuál de las dos cosas está mal hecha. Vamos a hacerlo rápido. Se supone que esta división estaría bien (señala $\frac{22946}{73}$)... Vamos a no hacer las operaciones, eso es lo que propones, no hacer las operaciones sino borrar... No vamos a hacer caso a aquello... Lo que no sé es por qué no está bien, quizá por la div..., que hayamos hecho mal las operaciones..., por lo demás...
- {203} L: ¿Puedo decir una cosa? El argumento es correcto, tiene que dar igual.
- {204} J: Si no da, es porque hay una operación mal hecha, no puede ser otra cosa...

- {205} L: O porque ahí el número que habéis calculado no es el bueno.
- {206} J: ¿Este número (señala 22946)?
- {207} L: Ese número está mal calculado.
- {208} J: Exactamente, ésa es la prueba.
- {209} M: Si estamos buscando la prueba y no sale lo mismo, es que está mal, o está mal la prueba o está mal el número.
- {210} J: Vale, vale.
- {211} J: Tú calcúlalo, yo lo voy a calcular con 73 días y tú a ese número quítale el ahorro y divídelo por 57.
- {212} M: Quitarle el ahorro era... Está claro, es esto de aquí, $289 \cdot 5$.
- {213} J: (Se enzarza en la división propuesta, $\frac{22946}{73}$, y le resulta 314' ...) Ya no da.
- {214} M: Luego es culpa de..., luego no vale el final, 22946.
- {215} J: Esto no es correcto (lo tacha). Ahora hay que volver a plantearse la estrategia exactamente.
- {216} M: Vamos a ver...
- {217} J: Vamos a ver...
- {218} F: Sobre todo no tengáis prisa, tenéis todos los elementos para resolver el problema.
- {219} L: ¿No creéis que el procedimiento de comprobación que habéis utilizado es el correcto?
- {220} J: Sí.
- {221} L: Pues quizá eso es una estrategia para resolver el problema.
- {222} J: ¿Ver cuál de las dos ecuaciones..., es el bueno?
- {223} M: Lo que sí está claro es que si hemos elaborado una estrategia para comprobar, eso es la forma de resolver el problema, es otro camino, sí, vamos a ver si es el bueno, ya que sabemos...
- {224} J: Bueno, de todas formas nos tenía que haber dado igual la división, pero..., bueno..., un camino era..., un primer camino es calcular el ahorro..., esto...
- {225} M: Calcular el ahorro por..., en los 113 días..., en los...
- {226} J: No, espera.
- {227} M: ...en los 57 días, lo que hemos ahorrado.
- {228} J: 113 por 57 da...
- {229} M: 6441, 6441 que hemos ahorrado.
- {230} J: (Escribe '6441 kg ahorrados'.)
- {231} M: El siguiente era..., me parece...
- {232} J: Espera, en realidad estos kilos ahorrados nos han permitido...
- {233} M: Aguantar 16 días.
- {234} J: ...aguantar los 16 días, entonces...
- {235} M: Entonces, ahí tenemos que saber ya los kilos que nos salen por día si dividimos 6441 entre 16, está claro ya.
- {236} J: Eso ya está hecho.
- {237} M: No, ¿cuándo hemos dividido 6441 por 16?

{238} J: Veamos, 6441 dividido por 16 son como...

{239} L: ¡Eh, eh, repasa la división!

{240} J: Son 402 aproximadamente.

{241} M: Vale.

{242} J: Son kilos que han consumido por día

{243} M: Kilos por día.

{244} J: Que han consumido.

{245} M: Son kilos que han consumido por día.

{246} J: Porque gracias al exceso...

{247} M: Entonces todos los días han consumido 402, entonces simplemente hay que multiplicar por 73...

{248} J: 73 días.

{249} M: 402 kilos hay que multiplicar por 73 y ya está.

{250} J: Lo que queda esto son 402, y éste, 289'5 kilos por día, el que no es bueno. 402 días por 72, ¿no?

{251} J: (Hace la multiplicación.) Resulta 29346. Desde luego no es aquél.

{252} M: Pues ése debe de ser...

{253} J: Ahora nos sale otro número gracias a la prueba.

{254} L: Cortamos.