

## **OBSERVACIONES SOBRE LA FORMACIÓN EDUCATIVA PARA EL ITINERARIO EDUCATIVO DEL GRADO DE MATEMÁTICAS: LA MATEMÁTICA EDUCATIVA**

**Luis Puig**  
**Departamento de Didáctica de la Matemática**  
**Universitat de València**

### 0. EL TÍTULO

He de confesar que cuando recibí el encargo de preparar una intervención en esta sesión que lleva el título de “Módulos formativos” y entré en la página web para hacerme una idea del contexto en que estaría mi intervención oscilé entre la perplejidad y la confusión (los límites, según el texto clásico de 1942 de Brownell, entre los que están las tareas a las que llamar problemas) al ver que las intervenciones iban a versar sobre la “formación matemática”, la “formación didáctica” y la “formación educativa” y a mí me tocaba la educativa. Es harto conocido que en nuestro gremio los nombres “Didáctica de las Matemáticas” y “Educación Matemática” están cargados de distintos significados, según quién los use, en qué circunstancia y con qué intención, pero nos hemos acostumbrado a convivir con esa doble adscripción, por ejemplo, en el nombre del área de conocimiento y los departamentos, “Didáctica de la Matemática”, por un lado, y en la sociedad que nos agrupa como investigadores, que es de “Educación Matemática”. Sin embargo, me resultaba difícil deslindar *dentro del Itinerario Educativo* del grado de Matemáticas esos tres calificativos de la formación.

Tras las consultas pertinentes, me pareció que se trataba simplemente de una manera de hablar para que cada uno de los invitados a esta sesión nos sintiéramos cómodos hablando desde nuestra posición y nuestra historia particular, lo que es muy de agradecer a los organizadores del Seminario. Por ello, he interpretado “educativo” a mi manera, que es la de mantener la palabra como un adjetivo que califica al sustantivo “matemática”.

La “Matemática educativa” es un término que no es común en nuestro gremio, como sí lo son “Didáctica de las Matemáticas” y “Educación Matemática” para designar nuestra área de conocimiento, nuestra disciplina, nuestro campo de actividad o nuestra sociedad científica. Apenas se usa más allá del Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional de México, DF y de los trabajos que están ligados de alguna manera a su Departamento así llamado. Pero también tiene un antecedente ilustre: el libro de combate contra la llamada “Matemática moderna” que publicó Hans Freudenthal en 1973, que tituló precisamente *Mathematics as an Educational Task*, la matemática como una tarea educativa. En los términos “Educación Matemática” o “Didáctica de la Matemática”, “Educación” y “Didáctica” son sustantivos y “Matemática” o “de la Matemática”, calificativos, por tanto, lo que es sustantivo es la educación o la didáctica; por el contrario en el término “Matemática Educativa”, lo que es sustantivo es la matemática. Si hablamos de Matemática Educativa estamos concibiendo que es la matemática la que educa, y, a la vez, estamos concibiendo una matemática que educa, como quería Freudenthal.

Por ello, el concepto de Matemática Educativa es el que me parece más adecuado para discutir precisamente del Itinerario Educativo del grado de Matemáticas. Qué duda cabe de que en el grado de Matemáticas lo sustantivo ha de ser las Matemáticas y que en su Itinerario Educativo las Matemáticas han de verse como Matemática Educativa.

## 1. EL DOBLE OLVIDO

Hace ya años se solía describir la experiencia de los profesores de matemáticas de bachillerato como la experiencia de un “doble olvido” de las matemáticas. Primero, el olvido de las matemáticas del bachillerato al encontrarse con las matemáticas de la facultad (que las anulan), y, luego, el olvido de las matemáticas de la facultad al volver como profesor a las aulas de bachillerato y encontrarse con las matemáticas de las que uno había sido previamente separado y para cuya enseñanza las matemáticas de la facultad nada iluminaban.

El doble olvido es el efecto, por un lado, de que se ha derrumbado la escalera de abstracción progresiva que conduce de los fenómenos, objetos mentales, conceptos y sistemas matemáticos de signos que se tratan en los niveles no universitarios a los fenómenos, objetos mentales, conceptos y sistemas matemáticos de signos que se tratan en los niveles universitarios, y, por otro, a que las matemáticas “elementales” tienen también su historia propia de producción de contenido.

Una mirada rápida a un ejemplo lo muestra sin necesidad de explicación. Tomemos la descripción del sentido en el que se entiende los contenidos del bloque I, “Aritmética y álgebra”, del currículo de Secundaria Obligatoria de la Comunidad Valencia en la versión de los decretos de 2000. Textualmente, el decreto dice lo que cito in extenso:

### I. Aritmética y álgebra

Además de continuar el tratamiento de todos los tipos de números que se introdujeron en Primaria, se introducen los racionales e irracionales, y se procede a la introducción al estudio del número real, siendo interesante mostrar su utilidad y su significado como números. Se desarrollan los algoritmos para la suma, la resta, la multiplicación y la división de enteros, decimales y fracciones, así como para las potencias de exponente entero y fraccionario, y los radicales.

El uso de la calculadora, especialmente la científica, debe permitir la reflexión sobre las operaciones y sus algoritmos, sobre el sistema de numeración posicional, evitando que un uso indiscriminado en el primer ciclo impida que las alumnas y los alumnos adquieran las destrezas de cálculo básicas que les serán necesarias en cursos posteriores, por ello es importante desarrollar estrategias de cálculo mental (exacto y aproximado) y de estimación (escrita y mental) de resultados de operaciones y mediciones.

La presencia natural de los números en toda actividad humana hace que se utilicen en el resto de los bloques y de las áreas del currículo, por lo que este bloque necesita una atención especial.

El lenguaje aritmético conduce fácilmente al algebraico, ya que, una parte importante del álgebra se podría considerar como aritmética generalizada.

El estudio de las relaciones entre conjuntos de elementos en gran parte se expresan en forma algebraica. Una misma expresión algebraica puede provenir de distintas situaciones por lo que, si logramos resolver y sacar conclusiones de una de ellas, podremos, con las traducciones necesarias, predecir qué va a pasar en otras que se representen por la misma expresión. Este poder de generalización le da una gran fuerza al álgebra.

A través de los contenidos de este bloque se pretende la adquisición de las claves del lenguaje algebraico y la soltura necesaria para su manejo en la resolución de problemas diversos.

Un aspecto importante es el de la simbolización de medidas y cantidades de objetos. Utilizar la posibilidad de simbolizar para describir una situación problemática es el final de un proceso lento, en el que los alumnos tienen que enfrentarse a situaciones en las que se vea la utilidad de encontrar una expresión general y su significado en diferentes contextos. Otros aspectos importantes son la traducción del lenguaje algebraico al lenguaje ordinario para la que la resolución de ecuaciones por métodos algebraicos, numéricos y gráficos permitirá captar esa particular relación concreto-general y el de la manipulación de expresiones algebraicas que potencian la capacidad de generalizar y la de particularizar y son elementos claves para la comprensión de los métodos algebraicos.

Estas destrezas se desarrollarán a lo largo de la etapa, con un aumento progresivo en el uso y manejo de símbolos y expresiones algebraicas desde el primer año de la Secundaria al último, poniendo especial atención en cada estudiante y su avance, en la consideración que tiene de las letras, en la lectura y simbolización que realiza de problemas con enunciado y en los planteamientos de problemas que hace sobre expresiones algebraicas

Por otro lado, en el “Primer borrador del proyecto de diseño de plan de estudios y título de grado de matemáticas sobre estructura, objetivos generales, contenidos comunes obligatorios, contenidos instrumentales y asignación de créditos europeos para el grado de matemáticas” de 14 de enero de 2004, lo que tiene que ver con este bloque de contenidos, se encuentra en los apartados dedicados por un lado al “Álgebra lineal y geometría” y, sobre todo, en el titulado “Estructuras algebraicas”.

Un recorrido por los objetivos, contenidos mínimos y competencias deja patente lo que sustenta el que los profesores de matemáticas de secundaria puedan expresar su paso por la universidad en términos de un “doble olvido”. Así, por ejemplo, las competencias correspondientes a “Estructuras algebraicas” son:

- Manejar el lenguaje proposicional, siendo capaz de traducir a éste la veracidad o falsedad de cualquier afirmación sobre conjuntos y aplicaciones.
- Calcular el máximo común divisor y la factorización de números enteros y polinomios.
- Operar en algunos grupos sencillos (cíclicos, diédricos, simétricos y abelianos).
- Construir grupos y anillos cociente y operar en ellos.
- Manipular expresiones que involucren elementos algebraicos y trascendentes.

Una de nuestras tareas al elaborar los currículos de matemáticas de todos los niveles educativos ha de ser la de combatir las causas del fenómeno del doble olvido, que hace que las matemáticas del bachillerato y las de la facultad se perciban como dos cosas distintas y estancas. El combate ha de librarse en dos frentes que se corresponden con los dos olvidos: el primero, en el paso del bachillerato a la universidad. Siempre recordaré la expresión de desengaño de un estudiante de primero de matemáticas que en una reunión de la Comisión Académica de Título de la Facultad de Matemáticas de la Universitat de València dijo que él siempre había dicho a sus compañeros de bachillerato con orgullo que quería ser matemático porque le gustaban más los números que las letras y que al llegar a la facultad se había encontrado con que “tot són lletres” [“todo son letras”]. Esto no se resuelve con “cursos cero”, salvo que éstos tiendan puentes con sentido en vez de presentar unos fundamentos sobre los que volver a empezar, ya que esto último sólo puede contribuir a certificar la necesidad del primer olvido. Pero este asunto no es objeto de este seminario, así que no continuaré con él.

El segundo frente es el de la vuelta de la facultad al bachillerato, ahora como profesor. El itinerario educativo puede ser el campo de batalla contra este segundo olvido.

## 2. EJEMPLOS YA HISTÓRICOS

Lo que vayamos a proponer en el Itinerario Educativo del grado de Matemáticas tiene antecedentes cercanos en las propuestas que llevamos realizando desde hace ya algún tiempo. En Puig (2001) narré la historia de la introducción de asignaturas de didáctica para la formación de profesores en la licenciatura de Matemáticas de la Universitat de València. Reiteraré aquí algunas partes de la historia, que me parecen especialmente pertinentes para nuestra discusión actual.

## 2.1 La propuesta para el plan de estudios de 1993 de la licenciatura de Matemáticas de la Universitat de València

La introducción de las asignaturas de didáctica de las matemáticas en el plan de estudios de 1993 de la licenciatura de Matemáticas de la Universitat de València la organizamos tomando en consideración los diseños –y desarrollos, en su caso– de tres currículos: el de la licenciatura de Matemáticas de la que iban a formar parte, el de la parte del sistema educativo en que los alumnos que se pretende formar tendrán que ejercer su profesión de profesores y el del curso que la LOGSE preveía para su formación. Es decir, esa introducción hubo de tomar en cuenta en nuestro caso

- El plan de estudios de la licenciatura de Matemáticas de la Universitat de València (plan 1993).
- Los currículos de Matemáticas de la Educación Secundaria de la Comunitat Valenciana (DCB y decretos de 1992 y 1994)
- El Curso de Cualificación Pedagógica (versión 1995/1996).

Como los currículos de secundaria estaban organizados en bloques y núcleos de contenidos, decidimos organizar el currículo de la formación de profesores de secundaria también en bloques. Estos bloques tenían que corresponder lógicamente con los que organizaban los contenidos de secundaria, sin reiterar uno a uno todos los de sus distintos currículos y además señalar el que se trataba de contenidos de la Didáctica de las Matemáticas y no de contenidos de las Matemáticas. Agrupamos para ello los bloques y núcleos de la secundaria en seis bloques, todos ellos enunciados como 'Didáctica de...' y añadimos un bloque inicial de carácter general con el título 'Fundamentos disciplinares y curriculares'. Detallo a continuación este primer bloque desglosado y los títulos de los seis restantes:

### I. Fundamentos disciplinares y curriculares.

1. Las matemáticas como disciplina, elemento de cultura y objeto de enseñanza.
2. Teorías de la didáctica de la matemática.
3. Teorías importadas a la didáctica de la matemática.
4. Los currículos de la Enseñanza Secundaria Obligatoria y los Bachilleratos.
5. Objetivos curriculares.
6. Los contenidos de los currículos.
7. Estilos de enseñanza.
8. La evaluación.

### II. Didáctica de la Geometría.

### III. Didáctica de la Probabilidad y la Estadística.

### IV. Didáctica del Análisis.

### V. Didáctica de la Aritmética.

### VI. Didáctica del Álgebra.

### VII. Didáctica de la Resolución de problemas.

Elaboramos a continuación un esquema para la descripción de los bloques II a VI, previo a su desglose en temas, que es el siguiente:

- a) Situación en los currículos de la Educación Secundaria.
- b) Contenidos de referencia.
- c) Descripción del contenido didáctico.
- d) Bibliografía.

Los apartados a) y d) se explican por sí mismos, los otros dos necesitan una explicación. En cualquier curso de formación inicial de profesores, están presentes dos tipos de contenidos: uno, los contenidos de la materia que los alumnos cuando sean profesores tendrán que enseñar a sus alumnos; otro, el conjunto de conocimientos que proporciona la didáctica. Los contenidos que serán objeto de enseñanza en el futuro por los que aquí son alumnos son los que denominamos “contenidos de referencia”. Esos contenidos aunque ya hayan sido enseñados a nuestros alumnos, no dejan de ser contenidos también de estos bloques por varios motivos. Obviamente, es preciso saber en primer lugar cuáles son, pero, sobre todo, ha de saberse en qué sentido están concebidos, esto es, han de ser objeto de un proceso de *elementarización*. Por otro lado, lo que incluimos en el apartado “descripción del contenido didáctico” hace referencia a esos contenidos que forman parte de los currículos de Secundaria. Ese apartado es el central de la descripción de los bloques y para él elaboramos también un esquema de descripción, que es el siguiente:

1. Fenomenología de conceptos fundamentales y constitución de objetos mentales.
2. Los sistemas de signos (del bloque de contenidos en cuestión).
3. Aspectos de la cognición.
4. Modelos de enseñanza, materiales y recursos.

El mero enunciado de este esquema de descripción es a la vez una declaración de principios sobre cómo concebimos lo que de la didáctica de las matemáticas ha de formar el grueso de la formación de los profesores.

El primero de los puntos remite al análisis didáctico de los contenidos curriculares, concebido a partir de la enseñanza de Freudenthal (1983), que he expuesto en otra parte (Puig, 1997). El segundo indica que consideramos los procesos de enseñanza y aprendizaje en los sistemas escolares como procesos de significación y comunicación. El tercero muestra que nos interesa tener presente lo que se sabe sobre las actuaciones de los alumnos. El cuarto describe posibilidades.

Este esquema lo adaptamos en el caso del bloque de Didáctica del Álgebra al hecho de que el álgebra de la secundaria está planteada básicamente en su aspecto de sistema de signos y por tanto su fenomenología prácticamente se colapsa con su análisis como sistema de signos. En el caso del bloque de Didáctica de la Resolución de Problemas no usamos este esquema de descripción, por el carácter singular de este bloque.

En efecto, la diferencia entre el bloque “Resolución de problemas” y los bloques “Didáctica de *algo*” se deriva de que ese *algo*, cuya didáctica va a tratarse en los bloques II a VI, ha recibido ya un tratamiento disciplinar en otras materias del primer ciclo de la licenciatura de Matemáticas, por lo que puede darse por conocido por los alumnos, en tanto contenido de las matemáticas como disciplina, por lo que sólo cabe su elementarización y análisis, para evitar el fenómeno del “doble olvido”. Ése no es el caso del bloque “Resolución de problemas”, en lo que atañe a su estudio desde el punto de vista de la *Heurística* entendida como disciplina; por tanto, en este bloque no sólo hay que tratar la “Didáctica de *algo*”, sino que también hay que tratar los propios contenidos cuya didáctica hay que desarrollar.

Estos bloques pueden dar origen a otros tantos módulos o agruparse, en función de los créditos disponibles. En el caso que nos ocupa, se convirtieron en dos asignaturas de 7'5 créditos (no europeos) cada una. Junto a ellas, propusimos una asignatura de prácticas profesionales, cuya descripción llegó a publicarse en el BOE correspondiente a la aprobación del plan, pero que nunca se puso en funcionamiento (sobre las razones quizá no demasiado afortunadas para ello, ver Puig, 2001).

## 2.2 Una propuesta para el extinto CCP

En un determinado momento de la interminable historia de la implantación del Curso de Cualificación Pedagógica, cuyos avatares he descrito en Puig (2001) y que han continuado posteriormente tras la promulgación de la LOU con su desaparición y la también tortuosa historia del Título de Especialista en Didáctica, que lo substituye, trabajamos en una Comisión Interuniversitaria de las universidades de la Comunidad Valenciana, que acabó formulando la siguiente propuesta de organización de la parte de materias de didáctica de las matemáticas del CCP para la obtención del título profesional de especialización didáctica.

### *Materias obligatorias específicas*

*Materia:* Didáctica de las Matemáticas de la Enseñanza Secundaria I.

*Descriptor:* Estudio de diseños curriculares básicos de la Enseñanza Secundaria.

Marcos teóricos en la didáctica de las matemáticas. Diseño curricular en matemáticas.

Estudio teórico y práctico de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Geometría, el Análisis matemático, la Probabilidad y la Estadística.

*Créditos:* 8.

*Materia:* Didáctica de las Matemáticas de la Enseñanza Secundaria II.

*Descriptor:* Estudio teórico y práctico de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra. La resolución de problemas.

*Créditos:* 8.

### *Materias optativas.*

*Materia:* Tecnologías para la enseñanza de las matemáticas.

*Descriptor:* Recursos de presentación. Programas informáticos educativos. Calculadora científica y gráfica. Programas de cálculo simbólico, geometría dinámica, hojas de cálculo.

*Créditos:* 4.

*Materia:* Didáctica de las aplicaciones de las matemáticas.

*Descriptor:* Modelos matemáticos. Aplicaciones de la matemática discreta.

Aplicaciones de la probabilidad y la estadística. Aplicaciones del álgebra. Aplicaciones del análisis. Aplicaciones de la geometría.

*Créditos:* 4.

*Materia:* Laboratorio de Matemáticas en Educación Secundaria.

*Descriptor:* Análisis y uso de los recursos didácticos y de juegos con contenido matemático. Elaboración de materiales curriculares.

*Créditos:* 4.

*Materia:* El razonamiento matemático en la Enseñanza Secundaria.

*Descriptor:* Lenguajes. Definiciones. Representaciones. Pruebas y experimentación.

*Créditos:* 4.

*Materia:* Matemáticas, historia y enseñanza.

*Descriptor:* Los usos de la historia de las matemáticas en la didáctica de las matemáticas: para el conocimiento de la naturaleza de las matemáticas, para el

desarrollo curricular y para la investigación de los procesos cognitivos de los alumnos. Episodios de la historia de las ideas matemáticas para ejemplificar esos usos. La historia de la enseñanza de las matemáticas.

*Créditos:* 4.

*Materia:* Modelos curriculares en matemáticas.

*Descriptor:* Fundamentos para el diseño y desarrollo curricular. Análisis de las diversas tendencias curriculares.

*Créditos:* 4.

Estas materias estaban acompañadas de las psicopedagógicas y las prácticas profesionales.

### *2.3. Otras propuestas que han circulado en las discusiones de estos últimos años.*

En otros lugares se pueden encontrar propuestas que desarrollan variaciones de estos mismos temas: hay materias obligatorias y materias optativas; las materias obligatorias combinan “Didácticas de...” con materias “generales” y con las prácticas profesionales; las materias optativas contienen un surtido de aspectos particulares de la disciplina, disciplinas relacionadas e iniciación a la investigación. En un documento de discusión de la CRUE se puede encontrar un desglose de este estilo (con la indicación de carga docente, descriptores y objetivos). Detallo sólo los títulos de las materias.

#### *Materias obligatorias:*

Currículo de Matemáticas  
Aprendizaje de las matemáticas  
Los contenidos matemáticos de Secundaria  
Didáctica de la Aritmética y el Álgebra  
Didáctica del Análisis  
Didáctica de la Geometría  
Didáctica de la Probabilidad y la Estadística  
Enseñanza de las matemáticas y prácticas de enseñanza

#### *Materias optativas:*

Fundamentos e historia de la Didáctica de las Matemáticas  
Nuevas tecnologías y aprendizaje de las matemáticas  
Resolución de problemas en matemáticas  
Modelización matemática  
Historia de las Matemáticas  
Filosofía de las Matemáticas  
Métodos de investigación en Didáctica de las Matemáticas

### 3. OBJETIVOS, CONTENIDOS MÍNIMOS, DESTREZAS EN EL ITINERARIO EDUCATIVO.

En el “Documento de trabajo sobre la integración de los estudios españoles de matemáticas en el espacio europeo de educación superior” se presentan los objetivos, contenidos mínimos y destrezas para el itinerario educativo siguientes:

#### Objetivos

- Que el licenciado conozca y domine, desde un punto de vista superior, los contenidos de los programas de matemáticas en secundaria
- Que sepa planificarlos, estructurarlos y comunicarlos al nivel adecuado

- Que conozca las distintas facetas del conocimiento matemático (conexión con otras disciplinas y con el entorno, carácter formativo, aplicaciones...)

#### Contenidos mínimos

- Fundamentos teóricos de las matemáticas elementales.
- Historia de las matemáticas.
- Teorías del aprendizaje y la enseñanza en la educación matemática.
- Diseño curricular en matemáticas
- Metodologías, materiales y recursos para la enseñanza de las matemáticas.
- Prácticas de enseñanza en las aulas de secundaria.

#### Destrezas

- Saber conectar los conceptos matemáticos del currículo de la secundaria con los fenómenos que los originan.
- Reconocerlos en situaciones cotidianas y ámbitos multidisciplinares.
- Dominar de técnicas de comunicación y transmisión de conocimientos matemáticos.
- Diseñar unidades didácticas sobre contenidos matemáticos de secundaria.
- Diagnosticar errores y dificultades de aprendizaje.
- Capacidad para elaborar instrumentos de seguimiento y evaluación.
- Aplicar los nuevos recursos tecnológicos en los procesos de enseñanza / aprendizaje de las matemáticas en secundaria.
- Adquirir autonomía en la utilización de material bibliográfico

En mi texto Puig (2001) presento una lista de objetivos que corresponden a la propuesta de currículo de formación inicial de profesores de secundaria para el plan de estudios de 1993 de la licenciatura de Matemáticas de la Universidad de Valencia. Estos objetivos son los siguientes:

1. Considerar las matemáticas desde las tres perspectivas que influyen en su presencia y configuración como materia en los sistemas educativos.
2. Conocer los fundamentos disciplinares de la didáctica de las matemáticas.
3. Analizar los fundamentos y componentes de los currículos de la Educación Secundaria Obligatoria y los Bachilleratos.
4. Saber realizar análisis didácticos de los contenidos de los currículos de la Educación Secundaria Obligatoria y los Bachilleratos.
5. Considerar las matemáticas escolares desde el punto de vista de los procesos de significación y comunicación que se producen en las aulas con los sistemas de signos que se están enseñando y aprendiendo.
6. Conocer los estudios sobre cognición pertinentes para la comprensión de la actuación de los alumnos y la organización de la instrucción.
7. Conocer modelos de enseñanza y materiales y recursos para ellos, así como métodos e instrumentos de evaluación.
8. Considerar la resolución de problemas en su relación con los sistemas de signos, los conceptos y los procesos matemáticos, en el contexto de la modelización y como campo de estudio con contenido propio. Conocer los elementos fundamentales de la heurística matemática.

A la vista de lo que hemos venido proponiendo en los últimos diez años, y las nuevas propuestas para la nueva oportunidad de organización de la formación del profesorado



de matemáticas de secundaria en las facultades de matemáticas que abre el espacio europeo, parece que podemos aprovechar el trabajo hecho para darle un nuevo impulso, esperemos que definitivo. Las similitudes son sin duda mayores que las diferencias. Parece que se trate básicamente de encontrar un lenguaje común que permita el desglose de posibilidades a partir de un núcleo básico.

## 5. EL NÚCLEO DEL ITINERARIO EDUCATIVO

Lo que para mí está claro es que necesitamos poder desarrollar para todos y cada uno de los bloques de contenido de la educación secundaria:

### 1) Un modelo de competencia

Un modelo de competencia para los contenidos que hay que enseñar en la secundaria tiene que proporcionar a los alumnos una descripción, explicación y predicción de la competencia que se plantea como objetivo curricular. Para ello es necesario un análisis conceptual de los contenidos curriculares, que si se hace a mi manera tendrá un aire fenomenológico. Esto supone en cualquier caso que los contenidos del currículo de secundaria se describan desde el punto de vista superior que proporciona el modelo y se establezcan las relaciones oportunas entre los conceptos matemáticos correspondientes y los contenidos del currículo, ya se conciban éstas como relación entre conceptos, objetos mentales y fenómenos, como elementalización o como transposición didáctica.

### 2) Un modelo de actuación o de los procesos cognitivos

Un modelo de actuación proporcionará a los alumnos una descripción, explicación y predicción de las conductas de los alumnos con respecto al contenido concreto correspondiente y, en particular, cuando se les está enseñando con un modelo de enseñanza que tiene como objetivo las competencias descritas en el modelo de competencia.

### 3) Un modelo de enseñanza

Un modelo de enseñanza proporcionará a los alumnos unidades, secuencias o situaciones didácticas organizadas teniendo en cuenta el modelo de actuación y teniendo como objetivo el modelo de competencia.

### 4) Un modelo de comunicación

Los procesos de enseñanza y aprendizaje en los sistemas escolares pueden verse como procesos de comunicación y producción de sentido. Un modelo de comunicación proporcionará una descripción, explicación y predicción de los sistemas de signos y los procesos de comunicación y significación propios del contenido en cuestión cuando está siendo enseñado con un modelo de enseñanza en concreto que tiene en cuenta los modelos de actuación y competencia correspondientes.

La organización en módulos es razonable entonces que adopte la forma de un módulo para cada uno de los bloques de contenido de la Secundaria, con los nombres "Didáctica de la Aritmética y el Álgebra", "Didáctica de la Resolución de Problemas", etc. y cada módulo debería contener lo correspondiente a los cuatro componentes descritos.

Ahora bien, cada uno de los cuatro componentes se sustenta en teorías, resultados de investigaciones o experiencias e innovaciones didácticas, que son los que hacen posible la elaboración de los modelos correspondientes. Esas teorías, resultados de investigaciones o experiencias e innovaciones didácticas pueden, en distinta medida, ser

incorporados a los propios módulos “Didáctica de...” o recibir un tratamiento singular en un módulo específico. Esto conduce al planteamiento de módulos como los que hemos visto propuestos en diferentes ocasiones con nombres como “Fundamentos disciplinares y curriculares”, “Fundamentos del Currículo de Matemáticas”, “Teorías del aprendizaje y la enseñanza en la educación matemática”, etc. La decisión entre una u otra posibilidad depende en gran medida a mi entender del número de créditos con los que se cuente en el itinerario educativo.

Finalmente, y no lo menos importante, todos los módulos cobran sentido cuando lo tratado en ellos se ve en la experiencia de la práctica profesional. Eso no significa que todos ellos hayan de concebirse como preparación para el módulo de prácticas profesionales, ni que sean módulos teóricos. De hecho cualquier organización de las prácticas profesionales ha de contener, como bien ha expuesto Pablo Flores en el caso de la Universidad de Granada, una parte de preparación de las prácticas, que no sólo consiste en traer a colación lo considerado en los modelos de enseñanza.

#### 5. PARTES NO NUCLEARES DEL ITINERARIO EDUCATIVO Y SATÉLITES

El conjunto de módulos que podamos proponer sin considerar que constituyen el núcleo de la formación del profesorado puede ser muy variado. Ya he incluido un par de ejemplos de propuestas hechas con anterioridad y no voy a entrar en consideraciones sobre la pertinencia mayor o menor de unas y otras. Sí quiero hacer una consideración sobre algunas de las materias que se han propuesto y es razonable que propongamos y que son como satélites. En un libro reciente, que lleva el título de *Towards a Philosophy of Real Mathematics* [Hacia una filosofía de las auténticas matemáticas], Corfield propone que los filósofos se preocupen de lo que realmente hacen los matemáticos y no de lo que les interesa a los filósofos y la excrecencia que se ha producido a partir de ello, que se preocupen de la práctica matemática, de lo que son auténticas matemáticas. De forma similar, aunque no se puede poner en duda que una asignatura de filosofía de las matemáticas siempre es una buena cosa, lo que interesa es una asignatura de filosofía de las matemáticas en la que se aborden las preguntas filosóficas que son pertinentes para la didáctica, es decir, una filosofía de la (auténtica) matemática (educativa).

Más aún, tal filosofía o el análisis histórico de las ideas matemáticas que interesa para la didáctica son de hecho una parte del núcleo, en la medida en que contribuyen, en ocasiones de forma decisiva, a la elaboración del modelo de competencia.

#### 6. PARA ACABAR

Nada de lo que hagamos en el Itinerario Educativo del Grado de Matemáticas tendrá efectos sociales si no somos capaces de promover a la vez la dignificación de la profesión de profesor, en particular de la profesión de profesor de matemáticas de secundaria. La incorporación de profesores de secundaria a los departamentos universitarios es crucial para tener una garantía de que el combate contra el doble olvido pueda acabar en victoria. Esta incorporación puede adoptar formas diversas, pero, a mi entender, es imprescindible que no se realice a través de una separación de competencias que reserve un espacio propio a los profesores de secundaria en las enseñanzas que se impartan en las facultades.

La tradición de la didáctica en España está contra el doble olvido. Terminaré con una cita de Pedro Puig Adam.

Se siente, en resumen, la necesidad imperiosa de una didáctica no sólo activa, sino eurística, en el sentido de procurar que el alumno elabore por sí mismo los conceptos y conocimientos que haya de adquirir, mediante el acicate de situaciones hábilmente creadas ante él por el maestro, con objeto de que el interés funcional y directo por ellas despertado

sea suficiente para fomentar la actividad generadora. Sólo el espíritu de investigación y de conquista puede ser capaz de asegurar la firmeza de lo adquirido. Y obsérvese que con ello no se persigue una didáctica facilona y blandengue, sino, por el contrario, una seguridad de conocimientos basada en el esfuerzo, estimulando éste convenientemente, al tiempo que se gradúa y dosifica. No se trata de eludir dicho esfuerzo, sino de lograr que sea deseado. (Puig Adam, 1956, págs. 6-7)

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Brownell, W. A. 1942 Problem Solving. En Henry, ed. *The Psychology of Learning*. Chicago:University of Chicago Press.
- Corfield, D. 2003. *Towards a Philosophy of Real Mathematics*. London: Cambridge University Press
- Freudenthal, H. 1973. *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: Reidel.
- Freudenthal, H. 1983. *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Reidel.
- Puig Adam, P. 1956. *Didáctica de la Matemática eurística*. Madrid: Instituto de Formación del Profesorado de Enseñanza Laboral.
- Puig, L. 1997. Análisis fenomenológico. En Rico, ed. *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: ICE/Horsori, págs. 61-94.
- Puig, L. 2001. Observaciones sobre la formación inicial de los profesores de secundaria en Didáctica de las Matemáticas. En Perales, F. J.; García, A. L.; Rivera, E.; Bernal, J.; Maeso, F.; Muros, J.; Rico, L. y Roldán, J., eds. *Congreso Nacional de Didácticas Específicas. Las Didácticas de las Áreas Curriculares en el siglo XXI*. Granada: Grupo Editorial Universitario, págs. 221-243.
- Rico, L. 2002. Itinerario didáctico de la Licenciatura de matemáticas. *Reunión de Decanos y Directores de Matemáticas*. Universidad de Granada.