Onofre Monzó
Luis Puig
Tomàs Queralt

II

De l'Escola de Magisteri "Ausiàs March" a la Ciutat de les Arts i les Ciències

Títol: Rutes matemàtiques a València
II. De l'Escola de Magisteri Ausiàs March
a la Ciutat de les Arts i les Ciències.
2ª edició modificada.

Onofre Monzó del Olmo
Luis Puig Espinosa
Tomás Queralt Llopis

I.S.B.N.:
D.L.:
Printed in Spain
Imprimeix::

RUTES MATEMÀTIQUES A VALÈNCIA

Inicies ara un recorregut en grup pels carrers, places i parcs de València amb la intenció de veure i apreciar les matemàtiques que estan presents per tot arreu.

Posa't en disposició de veure matemàtiques al teu voltant, i avant!

Què hi farem i com?

Instruccions i normes bàsiques

El més important: segueix les instruccions del monitor i del teu professorat. El recorregut té una duració aproximada de tres hores, durant el qual farem diverses parades. Actua amb precaució durant tota l'activitat.

Hi ha preguntes i propostes que requeriran accions o respostes individuals; d'altres, en parelles o en grup. Hauràs de fer estimacions, mesures, observacions, dibuixos o esquemes, càlculs…, i, fins i tot, algunes fotografies. Hi ha activitats que hauràs de realitzar en un punt concret del recorregut i d'altres durant tot ell; algunes activitats hauràs de fer-les en el mateix moment, i altres, posteriorment, en classe. Observa especialment el mobiliari urbà (fanals, bancs, papereres, logotips, anuncis, etc.), la geometria del carrer i dels edificis (sòls, portes, reixes, façanes, etc.). Busca cossos i formes (cubs, cilindres, triangles, quadrilàters, còniques, espirals, etc.) i propietats com ara paral·lelisme i perpendicularitat, simetries…

Treballa i passa-t'ho ben bé!

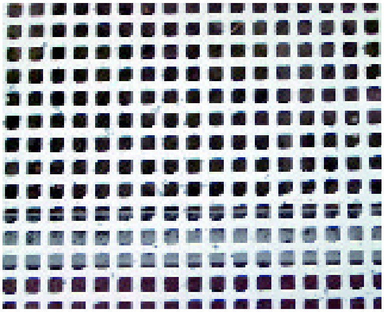
DE L'ESCOLA DE MAGISTERI A LA CIUTAT DE LES ARTS I LES CIÈNCIES

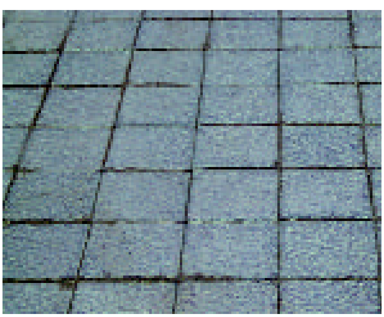
El recorregut

Començarem el recorregut en l'Escola de Magisteri Ausiàs March de València i ens pararem, per explorar més en detall, al parc de Gulliver, la Plaça dels Vents i la Ciutat de les Arts i les Ciències. Presta atenció quan faces el desplaçament d'una parada a una altra i segueix les indicacions dels monitors i del professorat.

Activitat per a tot el recorregut

Durant el recorregut observa la geometria que et rodeja. En particular, tracta de localitzar on s'han pres les fotos que apareixen a continuació, i indica quines idees matemàtiques contenen.

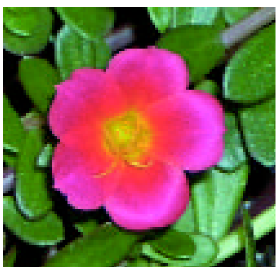




SIMETRIES

La simetria és un concepte senzill al qual podem arribar observant el món que ens envolta. Mirant el nostre cos, els reflexos de les coses, les formes vives i les inanimades, les trajectòries i les creacions artístiques, prompte descobrim uns principis de repetició que podem organitzar i fins i tot formalitzar amb uns mínims coneixements geomètrics. La geometria ens parla de com la repetició d'un moviment genera una figura o una configuració a partir un motiu, i de com distints tipus de moviments generen figures diferents a partir del mateix motiu inicial: un joc subtil i enginyós que, en crear simetria, crea estructura i bellesa.

Quan mirem unes figures geomètriques, planes o espacials, a simple cop d'ull tenim una sensació de quina figura és més simètrica. La geometria ens proporciona una forma més precisa de veure i classificar el tipus de simetria de les figures i les configuracions: una simetria d'una figura és un moviment que fa que la figura coincidisca amb si mateixa.



El molinet de vent té una simetria cíclica (c7) i la flor, dièdrica (d5)

Simetries a les rosasses

Leonardo da Vinci es va adonar que hi havia dos tipus diferents de rosasses, unes sense simetria de reflexió (rosasses cícliques) i altres amb simetria de reflexió (rosasses dièdriques). Si es fa girar un rosetó al voltant del seu centre fins completar una volta, coincideix amb la posició original cada $360°/n$. Un disseny cíclic no té rectes de simetria (miralls), però un disseny dièdric té n rectes diferents de simetria (formant angles de $360°/2n$). Les notacions respectives per a aquests dissenys són cn i dn.

Com ja hauràs pensat, és difícil que en aquest recorregut trobem rosasses, que habitualment es troben en les esglésies. Però aquesta vegada ens ocuparem d'unes rosasses un poc especials i que segur que et trobes per totes les bandes: les llantes i els plats de les rodes dels cotxes.

Ací tens alguns exemples, classifica'ls d'acord amb la nomenclatura del Leonardo.





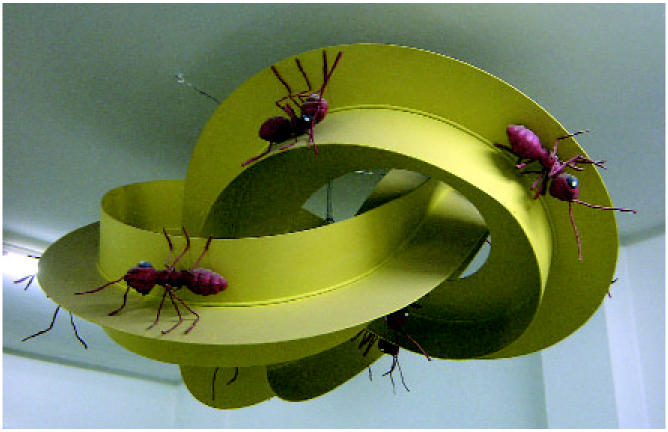

Fes el teu arxiu particular de rodes al llarg del recorregut.

Disseny	Tipus	Disseny	Tipus
	C3		D3
	C4		D4
	C5		D5
	C6		D6
	C7		D7

Si no pots omplir tota la taula, fes-ho de camí a casa. També pots continuar el registre fins a 12, 22...

LA BANDA DE MÖBIUS

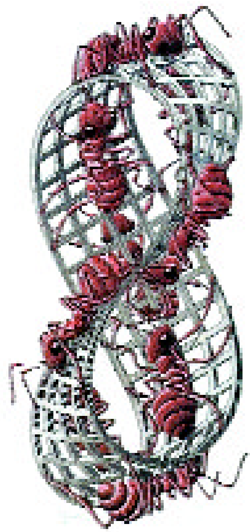
En l'Escola de Magisteri, al laboratori del Departament de Didàctica de la Matemàtica (aula 032), hi ha una figura tridimensional que recrea un quadre de M. C. Escher.



L'obra recreada és "Banda de Möbius II", el nom de la qual fa referència a una figura molt sorprenent. El més sorprenent és que és una varietat de dues dimensions, però d'una sola cara. Deu el seu nom al matemàtic que la va descobrir, August Ferdinand Möbius, que va nàixer el 17 de novembre de 1790, en Schulpforta, Saxoni (ara Alemanya) i que va morir el 26 de setembre de 1868 en Leipzig (Alemanya).

Algunes aplicacions

La singularitat de tindre no més una cara fa que haja tingut algunes aplicacions industrials. Lee De Forest en 1923 va rebre la patent número 1.442.632 referent a una pel·lícula tancada en banda de Möbius sobre la qual podia gravar-se el so per ambdós costats. En 1949 Owen D. Harris va rebre la patent número 2.479.929 d'una corretja abrasiva en forma de banda de Möbius. La patent número 2.784.834 de la B. F. Goodrich Company, als Estats Units, protegeix una cinta transportadora de cautxú que s'usa per a substàncies calentes o abrasives: donant-li mitja volta en la forma de cinta de Möbius, es desgasta per igual pels seus dos, o millor dit, pel seu únic costat. En 1963, Richard L. Davis, físic de la Sandia Corporation d'Albuquerque, va inventar una resistència desproveïda de reactància, basada en la banda de Möbius. Adossant fines tires metàl·liques a les dos cares d'una cinta aïllant, i formant amb elles una banda de Möbius de triple capa, Davis va descobrir que al fluir impulsos elèctrics en ambdós sentits entorn de la banda (impulsos que haurien de passar a través de si mateixos) la banda adquiria tot tipus de propietats elèctriques desitjables (revista *Estafe* del 25 de setembre de 1964, i *Electronic Illustrated*, novembre de 1969, pp. 76 i ss.).



Banda de Möebius II, litografia de M.C. Escher (1963). © Condon Art, Baarn, Netherlands.

La banda màgica

En ocasions com aquesta les matemàtiques poden paréixer màgiques…
Ací et proposem conéixer i jugar justament amb aquesta "Banda de Möbius", les propietats de la qual poden paréixer màgiques.

Una observació cultural:
Potser en altres llocs trobes el nom del matemàtic Möbius escrit Moebius: no et preocupes, és una altra manera d'escriure el seu nom. El que succeeix és que molts noms alemanys porten dos puntets damunt de la o (que s'anomenen "dièresi", o "umlaut" en alemany) per a indicar que la o es pronuncia amb un so a mig camí entre la 'e' i la 'o', i, com antigament les màquines d'escriure no tenien aquest símbol, es va optar per escriure les lletres "oe" per a designar la "ö".
Així per exemple, un altre gran matemàtic alemany anomenat Gödel moltes vegades apareix com Goedel, i al famosíssim escriptor, també alemany, Göthe, la majoria de les vegades se'l troba com Goethe.

Bé, ara sí, comencem amb la banda de Möbius:

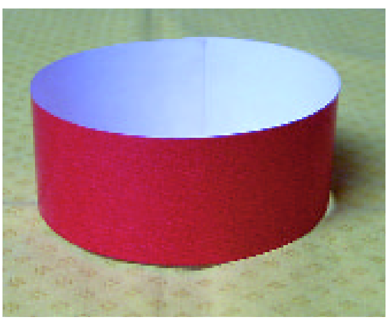
Per aprendre a construir-la i entendre què és el que succeeix amb ella, et proposem, primer, treballar un poc amb les bandes comunes (les bandes musicals no!).
Per realitzar l'activitat necessitaràs el material següent:

- Diverses tires de paper d'aproximadament 6 cm x 30 cm. (realment si són de 10 x 35 no passa res, el que importa és que siguen rectangles molt llargs i prims)
- Tisores
- Pegament
- Cinta adhesiva
- Colors

Comencem!

Construirem una banda normal.

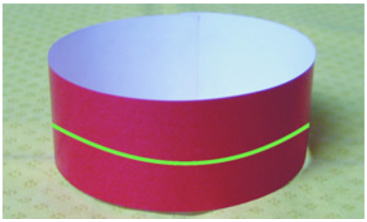
Pren una de les tires de paper.
Per construir la banda hauràs d'unir els extrems de la tira. Et proposem anomenar els quatre cantons amb les lletres A, B, C, D, perquè siga més fàcil donar les instruccions de construcció.



Una vegada anomenats els cantons amb lletres, uneix el cantó A amb el C i el cantó B amb el D per formar una banda normal, una espècie d'anell ample, o una llanda de refresc sense base i sense tapa.
Apega els dos extrems de la banda amb cola, pegament o cinta adhesiva.
Com veus, la banda ha quedat de dos colors: un per fóra i un altre per dins.

- Recorre amb el teu dit una vora de la banda sense separar-lo fins a arribar al lloc on vas començar. Vas tocar en algun moment l'altra vora?

Amb un color diferent dels de les cares de la banda dibuixa un camí per fóra de manera que sense alçar el color, recórregues la banda completa fins a arribar a l'inici del camí.



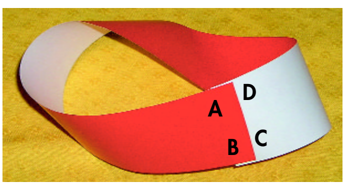
(El camí verd ha d'ésser recte)

- Al traçar el camí, quantes cares de la banda has tocat?
- Ara talla la banda seguint el camí que has dibuixat sobre ella. Què va passar amb la banda?

En resum, una banda comuna té dues cares i dues vores. Al tallar-la obtens dues bandes més primes, però que tenen la mateixa forma que la primera.

Ara que ja coneixes molt bé les bandes comunes, estàs preparat per a construir **"la banda màgica"**:

Pren una altra de les tires de paper i torna a anomenar els cantons A, B, C i D.



Aquesta vegada uniràs els extrems de la tira de manera distinta: el cantó A haurà de quedar unit al cantó D i el cantó B al C. Per a aconseguir açò abans d'unir els extrems hauràs de donar-li mitja volta a la tira.

- Amb un color traça un camí que vaja pel centre de la banda. Què ocorre?
- Havíem vist que la banda comuna té clarament dues cares i dues vores. Què passa amb la de Möbius?
- Vés recorrent, molt lentament, la vora i veuràs que, sense alçar el dit, d'una sola vegada ho recorres tot! Et sorprén?

En efecte, la banda de Möbius té una sola cara i una vora només!
La banda de Möbius té moltes altres gràcies:
Quan vas tallar la banda comuna per la meitat amb unes tisores, et van quedar dues bandes iguals que la primera.
Intenta fer açò mateix amb la banda de Möbius.

- Dibuixa un camí que vaja per la meitat de la banda i ara retalla la banda seguint el camí. Què ocorre? Una nova banda de Möbius el doble de llarga?
- Recorre novament la banda i la vora amb el dit. Què ocorre?
- Fes una altra banda, però talla-la per un terç de la seua amplària. Què creus que passarà? Una altra vegada una banda semblant però més llarga?
- No, el que ocorre no és el que esperaves. Per què creus que ocorre això?

Intenta-ho una altra vegada, construeix moltes bandes de Möbius i retalla-les diverses vegades.
La banda de Möbius està plena de sorpreses!

Una altra figura sorprenent: l'ampolla de Klein

Aquesta ampolla té propietats semblants a la banda de Möbius i igualment sorprenents, i deu el seu nom al seu descobridor, el matemàtic alemany Felix Klein. Com pots veure la seua particularitat és que a pesar de ser una superfície tancada –per tant, no té forats– no hi ha una separació entre l'interior i l'exterior de l'ampolla.
Si tens un poc de visió espacial, t'hauràs adonat que on aquesta botella es trobaria realment a gust seria en quatre dimensions, així no hauria d'intersecar-se amb si mateixa. Una cosa semblant al que li passa a una cinta de Möbius quan descobreix l'espai tridimensional, en comparació amb el pobre en dimensions que és el pla: només dos (2D).

EL PARC GULLIVER

El parc s'anomena així pel protagonista de la novel·la *Els Viatges de Gulliver*, que es considera l'obra mestra de Jonathan Swift (Dublín, 1667-1745). Swift la va publicar sense el seu nom en 1726, amb el títol *Viatges a diverses nacions remotes del món, de Lemuel Gulliver, primer metge i després capità de diversos vaixells*, com si es tractara d'un llibre de viatges, escrit pel propi viatger Gulliver.

Al parc es representa a Gulliver en el seu primer viatge quan arriba a Lil·liput on ell és gegant respecte als lil·liputencs

Raó i proporció. Gulliver davant de Lil·liput

Al final de capítol III llegim:

> El lector haurà pogut advertir que en l'últim article dictat per al recobrament de la meua llibertat estipula l'emperador que em siga subministrada una quantitat de menjar i beguda prou per al manteniment de 1.724 lil·liputencs. Vaig preguntar algun temps després a un amic meu de la cort com se'ls va ocórrer fixar aqueix nombre precisament, i em va contestar que els matemàtics de Sa Majestat, havent pres l'alçada del meu cos per mitjà d'un quadrant, i vist que excedia als seus en la proporció de ____ a ____, van deduir, prenent els seus cossos com a base, que el meu havia de contindre, almenys, mil set-cents vint-i-quatre dels seus, i, per consegüent, necessitava tant menjar, com fóra necessari per a alimentar aqueix nombre de lil·liputencs. Per on pot el lector formar-se una idea de l'enginy d'aquell poble, així com de la prudent i exacta economia de tan gran príncep.

1 Hem llevat del text la proporció entre l'alçada de Gulliver i el d'un lil·liputenc i et demanem ara que la trobes i òmpligues els buits del text, fent el raonament invers del que van fer els lil·liputencs per a calcular el menjar per a Gulliver.

T'avisem que els lil·liputencs no van fer bé els càlculs, però que 1724 és un nombre molt pròxim al resultat correcte. Canvia també en el text el número 1724 pel que corresponga.

2 Els matemàtics de Lil·liput van calcular el menjar que necessitava Gulliver, suposant que la quantitat de menjar depén linealment del volum del cos. És correcta aquesta suposició? Si no ho és, torna a fer els càlculs i imagina les conseqüències per al règim d'alimentació dels lil·liputencs i de Gulliver a Lil·liput.

3 Pareix que Swift va traduir a peus totes les mesures que al seu país estaven en polzades per a establir les dimensions de les coses de Lil·liput. Et proposem que averigues els equivalents en centímetres dels peus i les polzades, i la relació que hi ha entre aquestes dues unitats de mesura.

4 Realitza les mesures que cregues necessàries per a calcular la raó que existeix entre tu i el Gulliver del Parc.

5 Dins del Gulliver hi ha una maqueta de València. Estudia quina és la proporció que té amb la ciutat real, fent les mesures i buscant la informació que estimes necessària. Per exemple, en un llibre hem llegit que el Miquelet mesura 50'85 m d'alt.

6 Realment està realitzada tota la maqueta a la mateixa escala? Realitza les mesures i estimacions oportunes abans de contestar.

En el capítol IV podem llegir una descripció de Mildendo, la capital de Lil·liput:

> La primera cosa que vaig demanar després d'obtindre la llibertat va ser que em concediren llicència per a visitar Mildendo, la metròpoli; llicència que l'emperador em va concedir fàcilment, però amb l'encàrrec especial de no produir dany als habitants ni en les cases. [...] La muralla que la circumda és de dos peus i mig d'alt i almenys d'onze polzades d'amplària, ja que pot donar la volta sobre ella amb tota seguretat un cotxe amb els seus cavalls, i està flanquejada amb sòlides torres a deu peus de distància. [...] La ciutat és un quadrat exacte i cada costat de la muralla té cinc-cents peus de longitud. Els dos grans carrers que s'encreuen i la divideixen en quatre parts iguals tenen cinc peus d'amplària. Les altres vies, que no vaig poder entrar i només vaig veure de pas, tenen de dotze a divuit polzades. La població és capaç per a cinc-centes mil ànimes. Les cases són de tres a cinc pisos; les botigues i mercats estan perfectament abastits.

7 Estudia les mesures de la ciutat de Mildendo i dels seus carrers, comparant-les amb les de la ciutat de València.

8 Creus que Mildendo és una ciutat densament poblada? Compara la seua densitat de població amb la de València. Pensa que el llibre està escrit en el segle XVIII. Com era València en el segle XVIII?

La descripció de Mildendo continua parlant del palau de l'emperador:

> El palau de l'emperador està en el centre de la ciutat, on es troben els dos grans carrers. El rodeja un mur de dos peus d'alçària, a vint peus de distància dels edificis. Vaig obtindre permís de Sa Majestat per passar per damunt d'aquest mur; i com l'espai entre ell i el palau és molt ample, vaig poder inspeccionar aquest per totes les bandes. El pati exterior és un quadrat de quaranta peus i comprén altres dos; al més interior donen les habitacions reials, que jo tenia grans desitjos de veure; però ho vaig trobar extremadament difícil, perquè les grans portes de comunicació entre els quadros només tenien divuit polzades d'alçària i set polzades d'ample. D'altra banda, els edificis del pati extern tenien almenys cinc peus d'alçària, i m'era impossible passar-ho d'una camallada sense perjuís incalculables per la construcció, encara que els murs estaven sòlidament edificats amb pedra tallada i tenien quatre polzades de grossària.

9 Estudia les mesures del palau de l'emperador i explica les dificultats de Gulliver per a moure's per ell.

DE CAMÍ

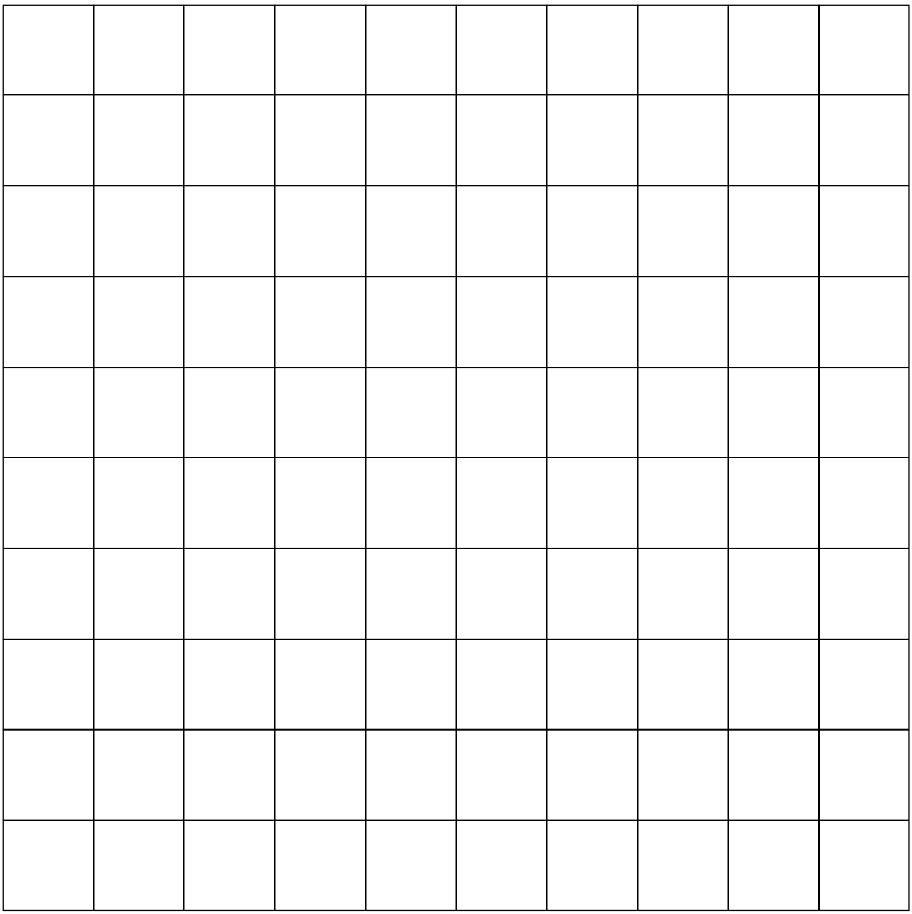
Pel camí cap a la Plaça dels Vents ens trobem amb diferents trapes al sòl. Les del clavegueram són rodones i les dels registres de les xarxes elèctrica, telefònica i d'aigua potable, no.
Per què les del clavegueram són redones i les altres no?

També trobem pel camí papereres de formes diverses, entre elles les de la foto. Troba'n una, fes-li les mesures oportunes i calcula el seu volum.

LA PLAÇA DELS VENTS

En la Plaça dels Vents trobem dos taulers d'escacs gegants.
Quants quadrats podem dibuixar amb els costats sobre les línies que defineixen les caselles del tauler?

Ací tens una trama perquè practiques:



DE CAMÍ A LA CIUTAT DE LES ARTS I LES CIÈNCIES

Anant cap al Palau de les Arts hi ha un camí amb aquest enrajolat. Busca'l.
En aquest cas l'enrajolat està fet amb quadrats, però es podria haver utilitzat altres formes. Quins polígons regulars serveixen per a enrajolar el sòl? Per què?

Enfront del Palau de les Arts hi ha uns bancs amb la forma que es veu a la foto. És realment un arc de circumferència? Fes el que cregues necessari per a comprovar-ho.
Recorda que amb només tres punts es defineix una circumferència.

P rop d'on estàs ara hi ha uns jocs infantils que utilitzen un moll com el de la imatge. Saps quina corba és?

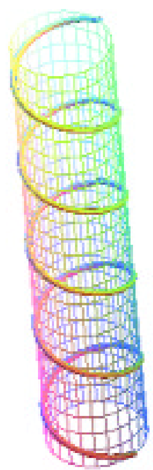
S'anomena una hèlix, corba les equacions paramètriques de la qual són:

$$\begin{cases} x = a\cos t \\ y = \varepsilon a \sin t \text{ (con } \varepsilon = \pm 1) \\ z = bt \end{cases}$$

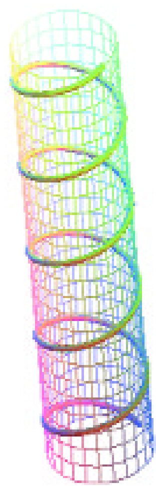
I les seues coordenades cilíndriques són:

$$\begin{cases} \rho = a \\ z = \varepsilon b\theta \end{cases}$$

Quan e = –1, l'hèlix s'enrotlla cap a l'esquerra (levogira) i quan e = +1, cap a la dreta (dextrogira).



Hèlix levogira



Hèlix dextrogira

Busca més hèlices i fixa't si s'enrotllen cap a la dreta o cap a l'esquerra.

MATEMÀTIQUES EN LA CIUTAT DE LES ARTS I DE LES CIÈNCIES

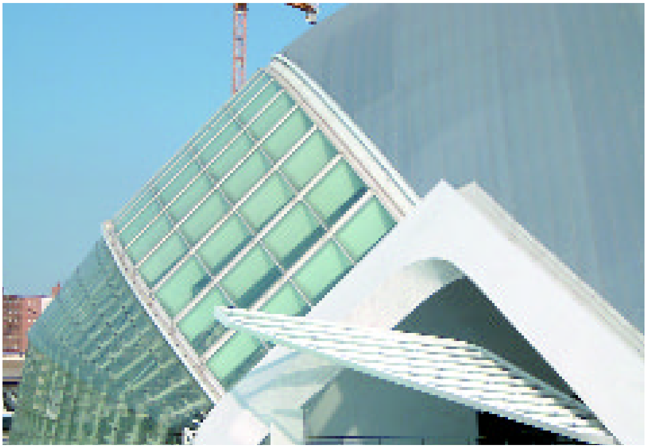
A la Ciutat de les Arts i de les Ciències hi ha moltes matemàtiques, però no sols dins del museu. Ací el continent supera al contingut: el verdader bosc geomètric són les construccions.

A l'arribar a la part de la Ciutat de les Arts i de les Ciències que està totalment acabada, et trobes enfront de l'Hemisfèric, sabries dir quina forma té?

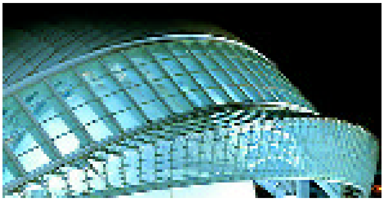
Efectivament té la forma d'una part d'una pilota de rugbi. I la construcció interior té la forma de la meitat d'una esfera.
Aquesta superfície s'anomena el·lipsoide, i la seua equació és la següent:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Aquesta és l'entrada de l'Hemisfèric:



Fixa't en les lluernes laterals. Continuen l'el·lipsoide, no obstant, la seua forma no és la mateixa. Quin tipus de superfície són?



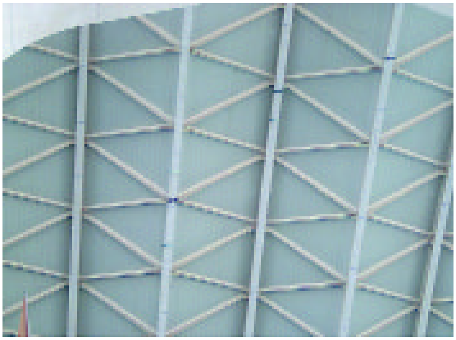
I les parpelles?

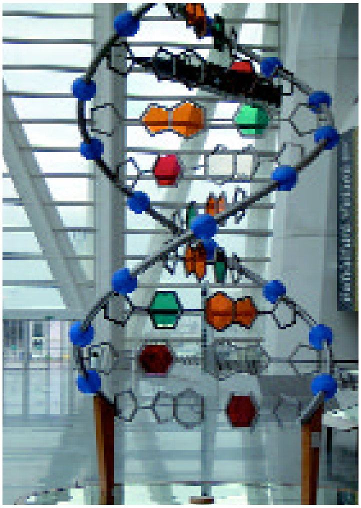
Fixa't, les parpelles es pleguen!!

El Carrer Major

Aquest és El Carrer Major del Museu de les Ciències Príncep Felip.

Observa com està construïda l'estructura.





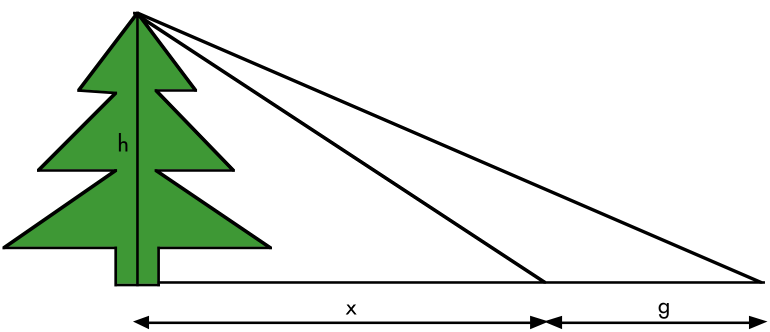
Fixa't en el sostre: per què creus que es fan servir triangles?

Mira ara la recreació del ADN. Què et recorda? Quines corbes són?

Ens trobem davant de l'ascensor:
Quina forma té?
Quina alçària té?
A la motxilla portes un clinòmetre. Usa'l per a calcular-la.

I el seu volum?

Fixa't:



No és el que pareix

Estàs davant de l'Umbracle, quina és la corba que descriuen els seus arcs? Pareixen paràboles, però no ho són.

Una corba de pes

Moltes formes comunes que pareixen ser paràboles en realitat no ho són. Algunes, com les línies de l'electricitat i del telèfon, les cordes per a penjar la roba, el fil que aguanta una milotxa, o una vela unflada pel vent tenen forma de catenària.

Galileo creia, erròniament, que les corbes que formen les cadenes quan pengen són paràboles. I és que les paràboles i les catenàries són molt paregudes. Es pot dir que les paràboles són més punxegudes que les catenàries, però quan la corba no és molt pronunciada, l'única forma de distingir una de l'altra és mitjançant les seues equacions respectives.

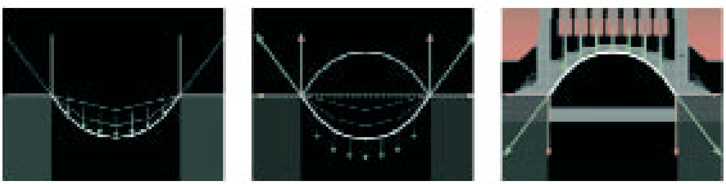
Huygens, als 17 anys, va demostrar que les catenàries no són paràboles, però no va trobar la seua equació.

Leibniz, Huygens (per mètodes geomètrics) i Johann Bernoulli van trobar l'equació en 1691, en resposta a un repte de Jakob Bernoulli. Aquest repte de Jakob Bernoulli, resolt pel seu germà Johann, va ser l'inici de la rivalitat entre ells.

El nom de catenària es deu a Huygens i prové de la paraula "cadena", perquè aquesta corba és la que descriu una cadena que està fixa pels seus extrems, sense estar sotmesa a altres forces que el seu propi pes. És a dir, es tracta de la curvatura que adopta qualsevol objecte flexible fixat pels seus extrems, sotmés a la força de la gravetat.

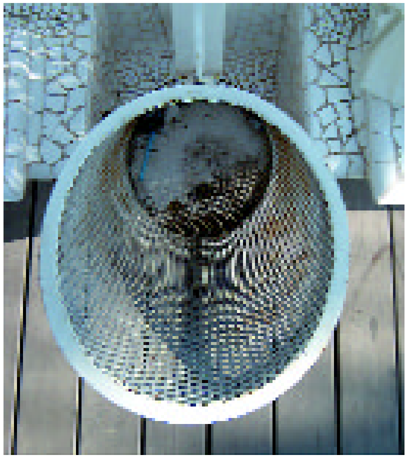
Si la càrrega que suporta és uniforme horitzontalment, al penjar-la de dos punts adopta la forma d'una paràbola. Si suporta diferents càrregues puntuals, la cadena o cable adopta la forma anomenada "arc funicular".

En arquitectura es fa servir la catenària per construir arcs perquè tota la línia de pressions segueix la forma de la corba.

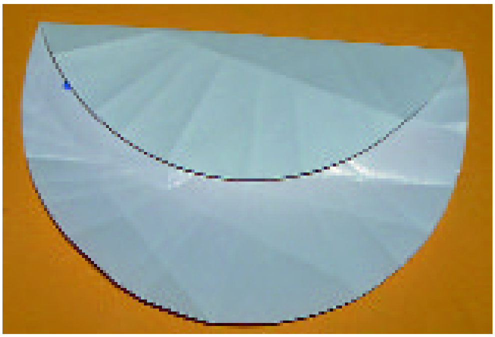


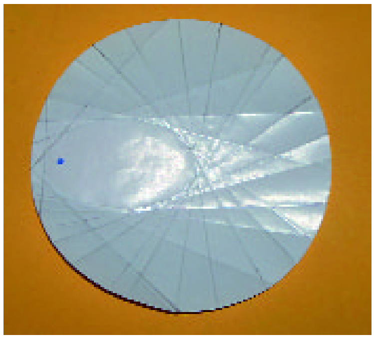
Aquesta corba té per equació $y = \cosh\left(\frac{x}{a}\right) = a\frac{\left(e^{-\frac{x}{a}} + e^{\frac{x}{a}}\right)}{2}$,

ben diferent de la de la paràbola.



Passejant per l'Umbracle també trobaràs alguna cosa interessant, per exemple les papereres.
Quina forma tenen? Com és el forat pel qual es tiren els papers?



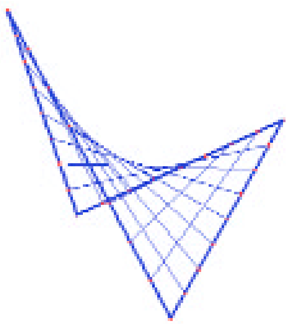


Amb un tros de paper també pots obtindre una el·lipse:

Agafa un cercle de paper.
Marca un punt prop de la vora.
Fes passar la circumferència exterior per aquest punt moltes vegades i marca el plec cada vegada.

L'Oceanogràfic

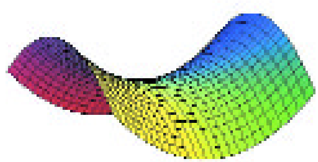
Tant en la recepció com en el restaurant de l'Oceanogràfic s'han utilitzat unes superfícies, que també són quàdriques com l'el·lipsoide de l'Hemisfèric, però amb una característica que les fan molt especials: es poden construir amb rectes. N'hi ha prou amb anar variant l'angle d'inclinació d'una recta que es mou sobre una altra corba. Llavors, la superfície corba pot construir-se forjant el formigó en un encofrat que està fet amb taulers de fusta rectes. Aquests superfícies s'anomenen "reglades".



En aquest cas s'ha utilitzat el paraboloide hiperbòlic, l'equació del qual és:

$$z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$$

i que es coneix com "cadira de muntar"



A que saps per què?

En la part dedicada a la Mediterrània podem trobar un tipus de superfície que té la propietat de ser la de menor àrea entre totes les que tenen la mateixa frontera: se la coneix com a superfície mínima.

Són les superfícies que ixen quan fem bombolles de sabó.

Així la naturalesa proporciona un instrument manejable per a la detecció de les superfícies de forma òptima que s'estenen sobre un contorn donat: basta deixar que una pel·lícula sabonosa s'estenga sobre un contorn que tinga la configuració desitjada. Si tal pel·lícula no es trenca fàcilment, es trobarà en equilibri estable; es tracta d'una superfície minimal, una superfície l'àrea de la qual és mínima.

Per a acabar

Com és la simetria de l'espill en què et mires cada matí?
Compara-la amb la que es produeix en l'aigua en observar l'Hemisfèric:

ALGUNES LECTURES RECOMANADES

Consorcio para las matemáticas y sus aplicaciones (1999). *Las Matemáticas en la vida cotidiana.* Madrid: Addison-Wesley / Universidad Autónoma de Madrid.

Gil, O. (2003). Fons i forma. Matemàtiques en la creació artística actual [Monografia] *Mètode*, 37, pp. 41-78.

Hildebrandt, S. y Tromba, A. (1989). *Matemáticas y formas óptimas*. Barcelona: Prensa Científica, S. A.

ALGUNES DADES D'INTERÉS

1 polzada = 2'54 cm
1 peu = 30'48 cm
1 iarda = 91'4 cm
1 milla = 1'609 Km

Volum del con: $V = \frac{1}{3}(\pi r^2 h)$

Esperem que t'ho hages passat ben bé aprenent a veure les matemàtiques que hi ha al teu voltant. I que aquesta forma de mirar el teu entorn t'acompanye sempre.

FECYT

AÑO de la CIENCIA 2007

VNIVERSITAT DE VALÈNCIA

CÀTEDRA DE DIVULGACIÓ DE LA CIÈNCIA

MUSEU DE LES CIÈNCIES PRÍNCIPE FELIPE VALENCIA

CSIC

MINISTERIO DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

CAM

Obres Socials

Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "al Khwarizmi"