RUTES MATEMÀTIQUES A VALÈNCIA

Onofre Monzó
Luis Puig
Tomàs Queralt

III

De la Ciutat de la Justícia a l'Oceonogràfic

Títol: Rutes matemàtiques a València
III. De la Ciutat de la Justícia a l'Oceanogràfic

Onofre Monzó del Olmo
Luis Puig Espinosa
Tomàs Queralt Llopis

I.S.B.N.:
D.L.:
Printed in Spain
Imprimeix: Imprenta Máñez, S.L.

RUTES MATEMÀTIQUES A VALÈNCIA

Inicies ara un recorregut en grup pels carrers, places i parcs de València amb la intenció de veure i apreciar les matemàtiques que són presents per tot arreu. Posa't en disposició de veure les matemàtiques del teu voltant, i endavant!

Què hi farem i com?

Instruccions i normes bàsiques

El més important: segueix les instruccions del monitor i dels teus professors. El recorregut té una durada aproximada de tres hores. Farem diverses parades. Actua amb precaució durant tota l'activitat.
Hi ha preguntes i propostes que requeriran accions o respostes individuals; d'altres, en parelles o en grup. Hauràs de fer estimacions, mesures, observacions, dibuixos o esquemes, càlculs... i, fins i tot, algunes fotografies. Hi ha activitats que hauràs de fer en un punt concret del recorregut i d'altres durant tot aquest; algunes activitats les hauràs de fer en el mateix moment, i d'altres, posteriorment, en classe. Observa especialment el mobiliari urbà (fanals, bancs, papereres, logotips, anuncis, etc.), la geometria del carrer i dels edificis (sòls, portes, reixes, façanes, etc.). Busca cossos i formes (cubs, cilindres, triangles, quadrilàters, còniques, espirals...) i propietats, com ara paral·lelisme i perpendicularitat, simetries...

Treballa i passa-t'ho ben bé!

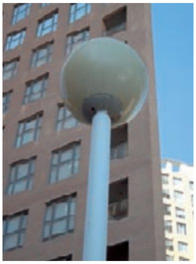
DE LA CIUTAT DE LA JUSTÍCIA A L'OCEANOGRÀFIC

El recorregut

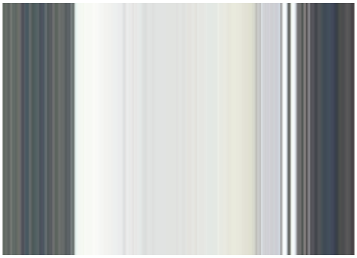
Començarem el recorregut a la Ciutat de la Justícia, passarem per davant de l'Hemisfèric, continuarem per l'Umbracle, el Carrer Major del Museu "Príncipe Felipe" i acabarem a l'Oceanogràfic. Presta atenció quan faces els desplaçaments d'una parada a un altra i segueix les indicacions dels monitors i del professorat.

Activitat per a tot el recorregut

Durant el recorregut observaràs la geometria que t'envolta. A més a més, tracta de localitzar el lloc on s'han pres les fotos que apareixen a continuació, i indica quines idees matemàtiques contenen.



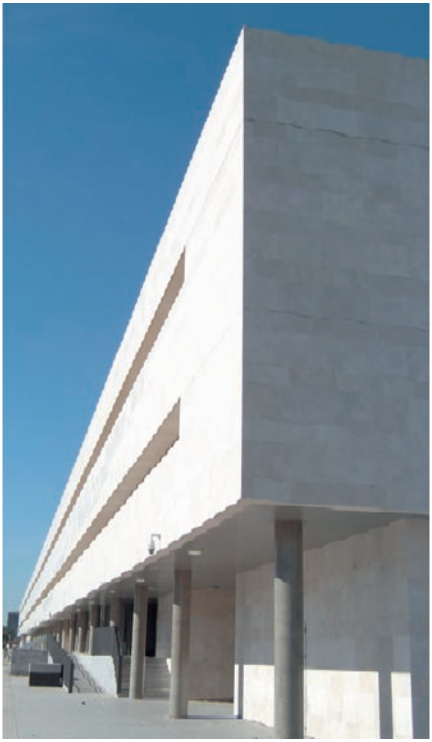

www.gramar.es



CIUTAT DE LA JUSTÍCIA

Et trobes a la Ciutat de la Justícia de València, que acull l'Audiència Provincial, Fiscalies i Jutjats. Com veuràs es tracta d'una edificació recent de línies molt senzilles.

Pots identificar quin tipus de figures geomètriques han fet servir els arquitectes al seu disseny?



Volem estimar el volum de la part de l'edifici que té forma de paral·lelepípede, que es veu en la foto.

Què mesures del paral·lelepípede necessitem estimar per poder estimar-ne el seu volum?

Estima l'alçada, l'amplària i la llargària d'aquest cos geomètric.

Si el que volem es mesurar les seues dimensions, tens algun problema per donar una aproximació d'alguna de les mesures? Alguna és inaccessible?

Distàncies inaccessibles

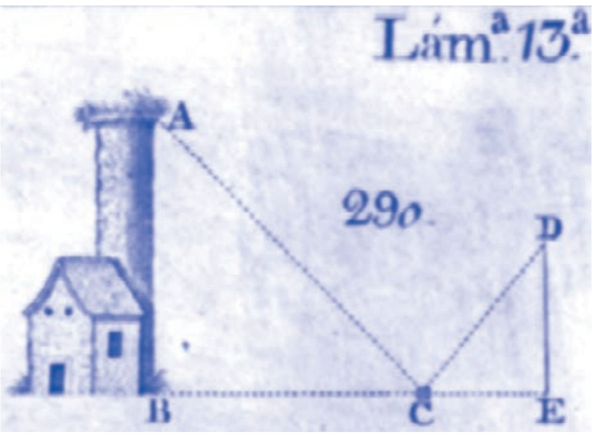
Abans de l'any 1600 la gent no disposava més que dels seus ulls i d'ulleres llarga vistes per veure l'Univers. Però, varen aconseguir tindre mesures precises de la grandària dels objectes a la Terra, la grandària del planeta Terra i les distàncies a la Lluna i al Sol. A l'actualitat encara fem servir les tècniques desenvolupades a l'antiguitat per fer tot tipus de mesures, per navegar a la Terra, en l'aire o a l'espai.

Els conceptes matemàtics utilitzats per determinar aquestes distàncies són els de congruència i semblança de triangles.
Dos triangles són congruents si un és còpia exacta de l'altre o, dit d'un altra manera,si un es pot superposar exactament a l'altre.
Dos triangles són semblants si tenen la mateixa forma, però no necessàriament la mateixa grandària.

Els triangles que són congruents també són semblants, però no tots els semblants són congruents.

Les idees bàsiques de congruència i semblança les podem trobar desenvolupades sistemàticament en els *Elements* d'Euclides, llibre escrit al voltant de l'any 300 a. C., i varen ser estudiades molt abans per Thales (624-547, a. C).

En la part de "Geometría Práctica" del seu *Tratado Elemental de Matemáticas* de l'any 1847, el matemàtic espanyol José Mariano Vallejo proposava la figura següent

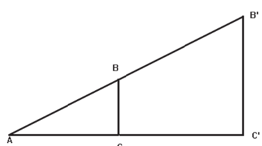


en la qual mostrava com utilitzar la reflexió en un espill per mesurar l'alçada d'una torre.

L'explicació del procediment pots trobar-la en una propietat dels triangles, que ja coneixia Thales.

El triangle *ABC* i el triangle *AB'C'* són semblants però no congruents, per la qual cosa:

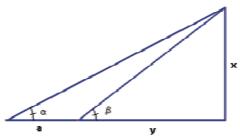
$$\frac{AB'}{AB} \quad \frac{AC'}{AC}$$



el que té com a conseqüència:

$$B'C' \quad \frac{AC'}{AC}BC$$

Ara bé, aquest procidiment es pot utilitzar si el que volem és calcular l'alçada d'un objecte, *B'C'*, i el seu peu, *C'*, és accessible.
Si el peu de l'objecte l'alçada del qual volem calcular no és accessible, no podem mesurar *AC'*; el que es pot fer aleshores està explicat a la figura següent:



Si sols coneixem el valor d'*a*, ens cal mesurar els angles *a* i *b*, i utilitzar:

$$\begin{cases} tg\alpha = \dfrac{x}{a+y} \\ tg\beta = \dfrac{x}{y} \end{cases}$$

Fes servir els espills, els clinòmetres i el que cregues necessari, a més de les idees ja exposades, per calcular de forma aproximada l'alçada de l'edifici de la foto.

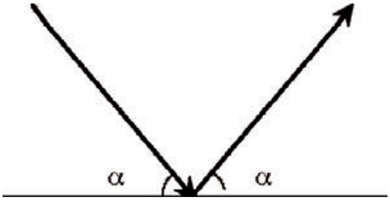
L'HEMISFÈRIC

Observa la foto: a que sembla que l'Hemisfèric es reflexa en un espill?

Un espill és un objecte que, gràcies a la reflexió dels raigs de llum, permet veure imatges simètriques d'una cosa qualsevol col·locada al seu davant.

Espills

Un espill pla ens permet visualitzar correctament la simetria respecte del pla de l'espill. Tot objecte col·locat davant de l'espill dóna una imatge, la qual té les mateixes dimensions i forma que l'objecte i sembla estar tan allunyada per darrera de l'espill com ho està l'objecte per davant d'ell.



Precisament la inversió davant-darrera crea una imatge en què les posicions dreta i esquerra estan invertides. Així, el braç "dret" de la nostra imatge és, de fet, el nostre braç "esquerre".

Com podriem veure'ns tal com ens veuen els altres?

Si una figura és simètrica, existeix almenys una línia recta que la divideix en dues meitats iguals, cadascuna de les quals és la imatge especular de l'altra. Aquesta línia s'anomena eix de simetria.

Quines de les lletres majúscules següents són simètriques?

A B C D E F G H I J K L M N

O P Q R S T U V W X Y Z

Dibuixa els seus eixos de simetria. Hi ha lletres amb més d'un eix de simetria?

El que una lletra tinga o no eixos de simetria depèn de la tipografia utilitzada per representar la lletra. Per què?

L'alfabet anterior està escrit amb Futura. Aquí tens dos exemples més amb altres tipografies:

Amb Times New Roman:

A C D E I M NO T U V X Y

I amb *Comercial Script*:

A C D E I M NO T U V X Y

Col·loca un espill al costat dret de cada paraula, escrita en Futura, i mira el que succeeix.

Per què AXIOMA es queda igual i REBECA s'inverteix?

A	**R**
X	**E**
I	**B**
O	**E**
M	**C**
A	**A**

MUSEU DE LES CIÈNCIES "PRÍNCIPE FELIPE"

Recreació artística de la molècula de DNA

Cap molècula en la història ha aconseguit una posició tan simbòlica com ho ha fet la doble hèlix del DNA. La seua imatge eixida de la ciència ha sigut utilitzada en l'art, la música, el cine l'arquitectura i la publicitat. El DNA es presenta així com la "Mona Lisa" de la ciència, un arquetip retratat i esculpit per nombrosos artistes.

La història ha deixat unes quantes superimatges que estimulen la nostra consciència visual i que han transcendit del seu context original. De la mateixa manera que la Mona Lisa, pintada per Leonardo da Vinci entorn l'any 1503, és una imatge universal, copiada, i repetida, la doble hèlix del DNA, n'és un icona insubstituïble com a representació de les ciències biològiques. Les dues imatges evoquen idees que van més enllà dels seus respectius móns i contenen múltiples associacions. Al camp de la difusió d'imatges, especialment a través d'internet, la doble hèlix està començant a ser un ferm rival de la Mona Lisa. No obstant, hi ha una diferència evident: la Mona Lisa és producte de la mestria humana, n'és una creació de Leonardo, mentre que la doble hèlix del DNA és conseqüència de l'anàlisi i la representació d'una gran molècula orgànica.

Des del punt de vista matemàtic les hèlixs són corbes que tenen per equacions paramètriques:

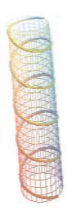
$$\begin{cases} x = a\cos t \\ y = \varepsilon a \sin t \quad \text{amb} \quad \varepsilon = \pm 1 \\ z = bt \end{cases}$$

I en coordenades cilíndriques:

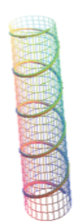
$$\begin{cases} \rho = a \\ z = \varepsilon b\theta \end{cases}$$

Quan $e = -1$ L'hèlix va cap l'esquerra (levògira) i si $e = +1$ cap la dreta (destrògira)

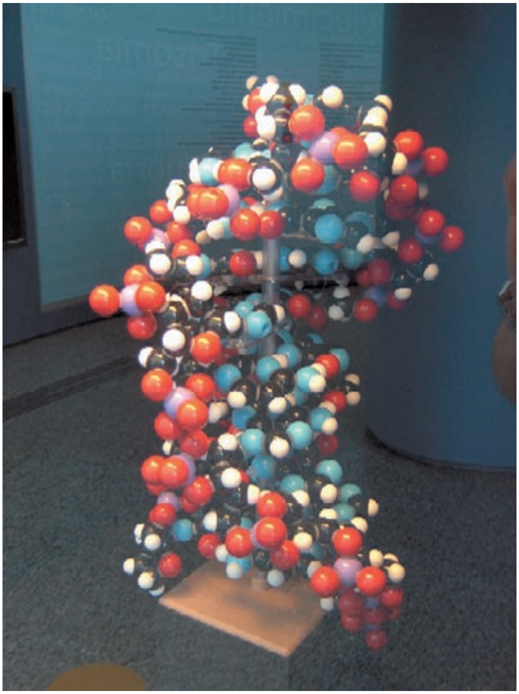
Hèlix levògira



Hèlix destrògira



Si observes el model estructural del DNA de la figura, la biologia ens diu que:



- Els dos brins estan enrotllats un al voltant de l'altre formant un doble bri helicoïdal.

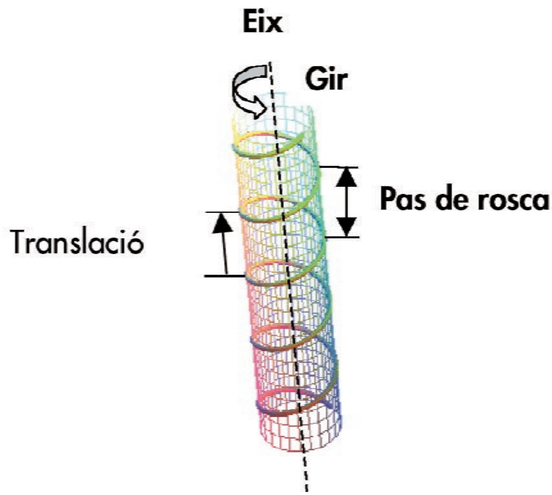
- Les dues cadenes de polinucleòtids es mantenen equidistants, alhora que s'enrotllen entorn d'un eix imaginari.

- L'esquelet sucre-fosfat (format per una seqüència alternant de desoxirribosa i fosfat, units per enllaços fosfodiéster 5'-3') segueix una trajectòria helicoïdal en la part exterior de la molècula.

- Les bases es dirigeixen des de cada cadena a l'eix central imaginari. Les bases d'un bri estan enfrontades amb les de l'altra, formant els anomenats parells de bases (PB). Les bases interaccionen entre si per mitjà de ponts d'hidrogen. Les dues bases que formen un PB estan al mateix pla i tal pla és perpendicular a l'eix de l'hèlix.

- La doble hèlix és destrògira. Açò vol dir que si algú mira a l'eix de l'hèlix cap avall, en qualsevol direcció, cadascú dels brins segueix una trajectòria en el sentit de les agulles del rellotge a l'allunyar-se de l'observador. L'hèlix presenta dos tipus de solcs helicoïdals externs, uns són amples i profunds (solcs majors) i altres són estrets i poc profunds (solcs menors). Els dos tipus de solcs són prou amplis com per a permetre que les molècules proteiques entren en contacte amb les bases.

Des del punt de vista de les seues dimensions, un llarg bri d'àcid nucleic està enrotllat al voltant d'un altre bri formant un parell entrellaçat, i l'hèlix mesura 3'4 nm de pas de rosca i 2'37 nm de diàmetre, i està formada, en cada volta, per 10'4 parells de nucleótids enfrontats entre si per les seues bases nitrogenades.



Com ja sabràs nm és l'abreviatura de nanòmetre, és dir la mil milionèsima part d'un metre.

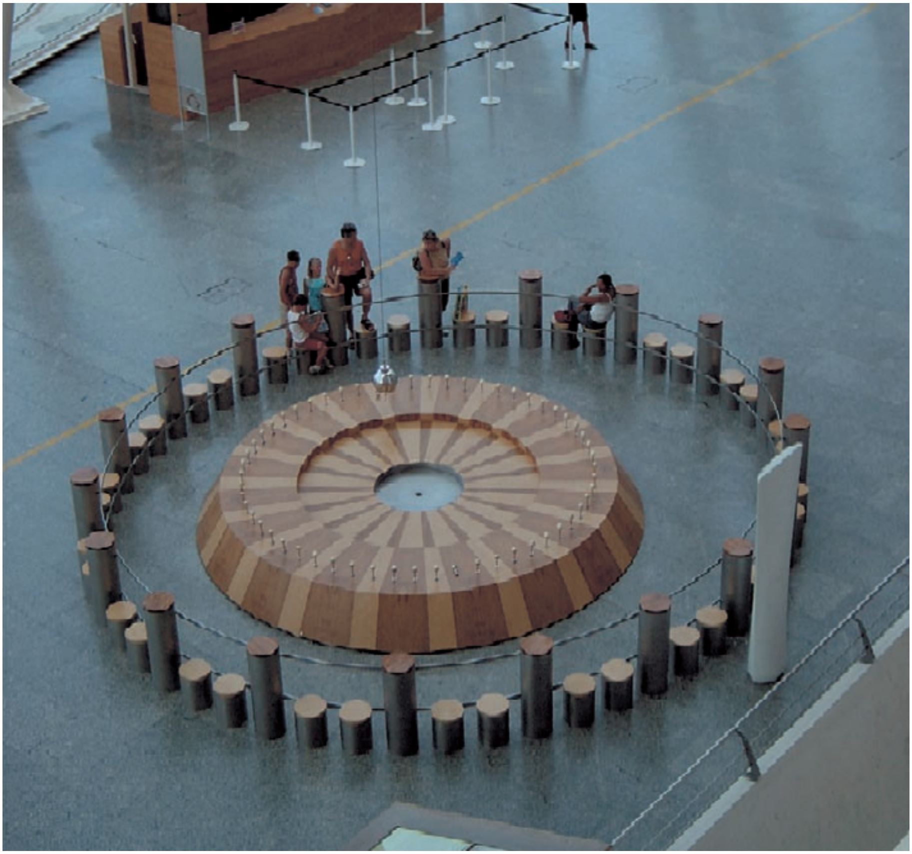
Cal recordar que matemàticament la composició d'un gir i d'una translació de vector paral·lel a l'eix de gir, el mòdul del qual coincideix amb el pas de rosca, s'anomena "moviment helicoïdal"

Compara la descripció matemàtica i biològica de la configuració del DNA amb la recreació artística i troba les diferències.

El Pèndol de Foucault

Et trobes davant d'una reproducció del pèndol que deu el seu nom al físic francès J. B. L. Foucault.

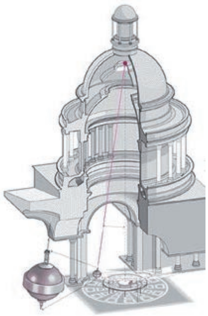
Aquest té una longitud de 30 metres i la seua massa és de 130 quilograms. Serveix per comprovar el gir de la Terra al voltant del seu eix, perque el pla d'oscil·lació del pèndol roman invariable i, mentre, el sòl gira baix d'ell.



JEAN BERNARD LÉON FOUCAULT (1819-1868)

Físic francès, va nàixer el 19 de setembre de 1818 a París i va morir l'11 de febrer de 1868. Està considerat com el fundador de la moderna tècnica de construcció dels grans telescopis. Foucault va treballar en la determinació de la velocitat de la llum junt amb Armand Fizeau, i va demostrar que la velocitat de la llum en l'aire és superior que en l'aigua, però el seu nom n'és lligat sobre tot a l'instrument amb què va posar de manifest la rotació terrestre: el pèndol de Foucault.

L'experiment de Foucault



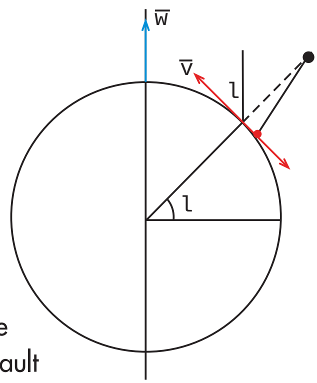
Es diu que l'invent del pèndol de Foucault és un producte de la casualitat. Quan en 1848, Foucault treballava en el seu taller intentant adaptar una pesada barra metàl·lica a un torn, mentre era sostinguda per mitjà d'un cable d'acer, Foucault va reparar en una curiosa propietat. El conjunt del cable més la barra formava un pèndol, que oscil·lava en un pla vertical el qual romania invariable (aparentment invariable en intervals de temps d'uns minuts). Foucault va observar que aquest pla es mantenia inclòs rotant el sistema de sustentació del cable, la qual cosa marcava una diferència entre el sistema terra i el sistema que girava amb el sistema de sustentació: per al primer es conservava el pla d'oscil·lació del pèndol i per al segon, no.

L'experiència pareixia indicar que el pla d'oscil·lació només es conservaria per a sistemes de referència inercials, la qual cosa predeia que, atès que la terra també gira (lentament), podria detectar-se el canvi del pla d'oscil·lació d'un pèndol respecte a la terra, si es proveeixen les condicions necessàries d'observació. Foucault va construir successivament dos pèndols: un de dos metres al seu taller i posteriorment un d'onze metres a l'Observatori de París, observant una rotació en sentit horari del pla d'oscil·lació. Llavors, se li va encarregar la construcció de quelcom més espectacular per a l'Exposició Universal de París. En 1851, Foucault va muntar un pèndol de 67 metres al Panteó de París (també conegut com a Església de Santa Genoveva). Va usar una bala de canó de 28 Kg a la que va soldar una fina punta metàl·lica. Va suspendre el pèndol de la cúpula i va escampar una capa de sorra al sòl, perquè la punta marquès la posició del pèndol. Va protegir amb una barana circular una zona d'uns cinc metres de diàmetre en què dur a terme les oscil·lacions, i va posar en marxa una sèrie de demostracions públiques. En elles, el pèndol era separat de la posició inferior i retingut per mitjà d'una corda, que li impedia caure. Al començament de la demostració, s'encenia la corda, que quan s'havia cremat prou es trencava, iniciant l'oscil·lació del pèndol. Al cap d'uns minuts, es podia percebre el progressiu engrossiment de la traça de la punta del pèndol sobre l'arena. Passades

hores, l'amplària del sector circular era d'unes desenes de graus.
Si la superfície terrestre constituïra un sistema de referència inercial, llavors, atès que la velocitat angular del pèndol esfèric seria nul·la, el moviment succeiria en un pla constant, romanent sobre una circumferència vertical oscil·lant com un pèndol simple. No obstant, es va observar que després d'unes poques hores, els traços sobre l'arena evidenciaven un gir constant del pla d'oscil·lació, és a dir, un creixement continu del pla, observable després de poques hores de moviment. Aquest comportament era el predit suposant que la superfície terrestre girava i constituïa un sistema no inercial.

Per saber un poc més sobre aquest pèndol, podem fixar-nos en el que diu la guia que ha elaborat el museu:

L'oscil·lació del Pèndol segons la latitud



Suposem que col·loquem un pèndol sobre el Pol Nord i el posem a oscil·lar. A algú situat directament sobre el Pol, li pareix que el pèndol traça repetidament un arc en el mateix pla. Mentrestant, la Terra gira lentament en sentit contrari al de les agulles del rellotge. Com gira entorn del seu eix cada 23'93 hores, per a un observador terrestre en el Pol, el pla del Pèndol pareix experimentar un gir de 360° en eixe temps. En l'Equador, el pla del Pèndol no giraria i Foucault no haguera pogut realitzar el seu experiment. En les latituds intermèdies el període té valors intermedis. Així, a València (de latitud 39° 29' N), el pla del Pèndol tarda 37 hores i 37 minuts a donar una volta completa. A Castelló (de latitud 39° 59' N), aquest temps és de 37 hores i 16 minuts i a Alacant (38° 20' N), 38 hores i 35 minuts.
En general, es pot calcular el temps de gir del pla del Pèndol en un lloc dividint 23'93 hores pel sinus de la latitud en tal lloc.

En la figura, $\vec{w}$ és la velocitat angular de la Terra, l és la latitud i $\vec{v}$ és la velocitat del pèndol.

QUÈ MANTÉ AL PÈNDOL OSCIL·LANT?

L'atracció gravitatòria i un electroimant mantenen al Pèndol oscil·lant. La força gravitatòria l'espenta cap a la part baixa de la seua trajectòria. No obstant, de no ser per l'electroimant, la resistència de l'aire i el fregament del cable el detindrien.

Com el Pèndol de Foucault és pràcticament un pèndol simple de grans dimensions, la longitud del cable determina el seu període; és a dir, el temps que tarda a donar una oscil·lació completa. També depèn de l'acceleració de la gravetat, encara que és independent de la massa. La fórmula matemàtica que expressa aquestes relacions és:

$$T \quad 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Sent *l* la longitud i *g* l'acceleració de la gravetat. Aplicant aquesta expressió s'obté per al Pèndol del Museu un període d'aproximadament 11 segons.

Comprova si el període de la maqueta del museu es correspon a la que hem calculat teòricament.

Mesura l'alçada a la que està penjat el pèndol del museu.

Sostre del Museu de les Ciències "Príncipe Felipe"

Fixa't en el sostre del museu.

Te'n recorda altres?

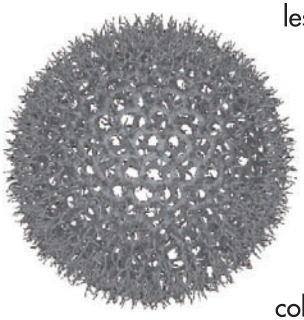
Per què creus que aquest tipus de construcció es fa servir sovint per cobrir grans espais?

És el que es coneix per:

ESTRUCTURES DE BASE POLIÈDRICA

Aquest tipus d'estructura, inspirada en les superfícies polièdriques, té en realitat un origen a l'àmbit de la Biologia: són per la qual cosa estructures biòniques. El seu inspirador va ser el professor de biologia Ernst Heinrich Haeckel nascut a Postdam (Alemanya), en 1929; aquest científic sentí curiositat pels Radiolaris que viuen a les profunditats marines (7.000 a 8.000 m.)

Aquests animals, d'una grandària inferior a un mil·límetre, tenen un esquelet de silici que conforma un disseny estructural adequat per resistir les enormes pressions hidrostàtiques d'eixes profunditats.



Però no fou fins la dècada dels cinquanta a la que l'enginyer americà Richard Buckiminster Fuller, nascut en 1895, a Milton, Massachusetts, després d'un procés evolutiu dins del món del disseny, estudiant els dibuixos dels Radiolaris va considerar la possibilitat de dissenyar estructures molt lleugeres i que poden cobrir grans espais.

Si construïm polígons amb un material paregut a les varetes del "mecano", és a dir amb forats per poder unir-les, resulta que les úniques que es queden fixes són els triangles. Totes les demés es mouen, a no ser que peguem els vèrtexs.

Per què creus que sols les figures formades per triangles són indeformables?

L'OCEANOGRÀFIC

La Mediterrània

El sostre de la part dedicada a la Mediterrània és ben diferent del que hem vist al museu.
Més bé sembla una tenda de campanya o la carpa d'un circ.
Aquest tipus de construcció, encara que semble mentida, té a veure amb un joc al que tots, ben segur, hem jugat alguna vegada.

Bombolles de sabó: el problema de Plateau

L'art de fer bombolles de sabó és molt antic. Ja hi apareix a una gerra etrusca, que es conserva al Louvre de París, on es pot veure uns xiquets entretinguts fent-ne. Als nostres dies podem trobar per tot arreu joguines preparades per fer totes les bombolles que vulgam.
Normalment l'estri que acompanya la joguina és un cercle. Però, si substituïm el cercle per un altre estri amb una forma geomètrica més complexa, ens apareixeran pel·lícules sabonoses de formes curioses i interessants.
Aquestes es troben en equilibri estable, així doncs han de ser el que es denomina làmines de mínima energia potencial.

En conseqüència, donat que l'energia potencial és proporcional a l'àrea, les superfícies matemàtiques que modelitzen les pel·lícules sabonoses constituiran superfícies d'àrea mínima o, com solen anomenar els matemàtics, superfícies minimals. Una superfície minimal es caracteritza per tindre menor àrea que qualsevol altra superfície amb la mateixa frontera.
Una de les persones que es va dedicar a estudiar aquest tipus de superfícies, al segle XIX, va ser el físic Joseph Antonie Ferdinand Plateau (1801-1883).
Una de les observacions de Plateau té especial importància en matemàtiques: després de nombrosos experiments va observar que qualsevol contorn format per un sols filferro tancat, siga la que siga la seua forma (no massa gran), limita almenys una pel·lícula sabonosa.
Es verificarà el corresponent enunciat pels models matemàtics de les pel·lícules sabonoses, això és, per les superfícies minimals? Dit en altres paraules, sobre qualsevol corba a l'espai quedarà estesa almenys una superfície minimal? Aquesta qüestió purament matemàtica, és coneguda com problema de Plateau.
La solució del corresponent problema físic és la pel·lícula sabonosa, la solució del problema matemàtic té una dificultat molt superior.

SUPERFÍCIES MINIMALS: COBERTES I CARPES

Als últims cinquanta anys, les elegants construccions de l'arquitecte Frei Otto i els seus col·laboradors han aconseguit una justificada fama. No són construccions a l'estil clàssic: recorden més bé a les tendes de campanya i les carpes dels circs. Per exemple, el pavelló alemany de la Fira Mundial de Montreal de 1967, la coberta de la piscina olímpica o de l'estadi olímpic de Munic (1972).

Otto Frei feia servir un fil finíssim, de l'espessor d'un cabell humà, fixat als extrems d'agulles o fines varetes, les quals, a la seua vegada, es fixen a una placa de metacrilat. Al submergir-les i extraure-les d'una solució sabonosa, la configuració creada, la pel·lícula de sabó, tensarà els fils al buscar una posició d'àrea mínima. Fixant els fils a agulles a diferents alçades, s'aconsegueixen carpes espectaculars.

També podem trobar aquest tipus de construcció a la zona dedicada a l'Antàrtic.

Les Zones Humides

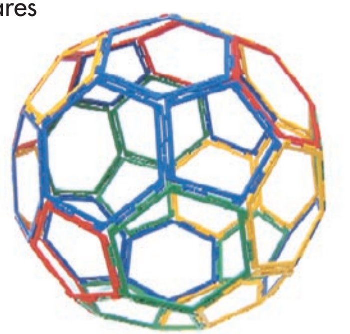
Observa la gàbia gegant de les zones humides, impressionant!
Sembla una esfera, però no ho és.
Si t'acostes a prop veuràs que és una estructura pareguda a la del sostre del museu però més complexa.
És el que coneixem per:

CÚPULES GEODÈSIQUES

És un tipus d'estructura de base polièdrica.
Quan la superfície que es vol cobrir és molt gran, o per exigències de disseny es desitja aquest tipus d'estructura, es fa servir la cúpula geodèsica. Aquesta va ser estudiada i la va fer servir per primera vegada R. B. Fuller, que figura com el seu inventor.

Ja saps que una estructura formada per triangles és indeformable.
Per aquest motiu, una estructura, en principi, ha d'estar formada per triangles, si el que es desitja a més a més de que aguante, és que resulte econòmica.
Una cúpula geodèsica és en realitat una triangulació de la superfície esfèrica, però aquesta triangulació no ha d'efectuar-se sense un ordre inicial, del contrari els resultats d'eixa acció portaria a una forma irrealitzable, és a dir cada barra tindria una longitud i cada nus seria diferent de la resta.

Perquè això no succeïsca, el disseny es farà a partir de políedres que admetan una esfera circumscrita. Els únics tipus de poliedres que n'admeten són els poliedres regulars, o platònics, i els semiregulars, o arquimedians.
Els poliedres regulars són els que tenen totes les cares polígons regulars iguals i tots els vèrtexs amb la mateixa configuració. Els poliedres semiregulars són els que tenen totes les cares polígons regulars i tots els vèrtexs amb la mateixa configuració. Un exemple de poliedre semiregular és el de la figura, format per hexàgons i pentàgons regulars i que en tots els vèrtexs hi ha sempre la mateixa configuració: hexàgon, hexàgon, pentàgon.



Quants políedres regulars existeixen? Per què?

Trobar tots els políedres Semiregulars arquimedians és un poc difícil. Investiga com trobar-ne algun. (Hi ha tretze, i alguns es poden aconseguir truncant els vèrtexs dels regulars.)

L'edifici d'accés i el restaurant submarí

Tant a l'edifici d'accés com al restaurant submarí de l'Oceanogràfic s'han fet servir unes superfícies, que els matemàtics anomenen quàdriques.

Una quàdrica és el lloc geomètric dels punts de l'espai que verifiquen una equació de segon grau, és a dir, una equació del tipus:

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Exz + Fyz + Gx + Hy + Iz + J = 0$$

Les quàdriques són, a l'espai, superfícies anàlogues doncs a les corbes que al

pla s'anomenen còniques (circumferència, paràbola, el·lipse, hipèrbola…), que també verifiquen una equació de segon grau, en aquest cas no més amb dos variables:

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$$

Però les quàdriques que s'han fet servir en aquest cas tenen una característica que les fa molt especials: quan pensem en superfícies corbades imaginem, en general, figures ben diferents de les rectes. Imaginem làmines que es dobleguen a l'espai i que difícilment poden parèixer al recte. Moltes vegades no és possible traçar cap línia recta sobre una superfície: el cas més senzill n'és l'esfera. Però, hi ha moltes superfícies corbades que estan constituïdes per infinites rectes, és a dir, superfícies en les quals per cada punt passa almenys una recta que hi està continguda en la superfície.

El matemàtic francès Gaspard Monge (1746-1818), parlava de superfícies cilíndriques, còniques, reglades, desenvolupables o de revolució. El cilindre, per exemple, pot considerar-se com el resultat de fer moure una recta per una circumferència o també com una circumferència que es mou al llarg d'una recta. Com les generatrius estan contingudes dins del cilindre, es diu que és una superfície reglada cilíndrica. Com que a més a més es pot obtindre fent rotar la recta generatiu és diu que és de revolució. Encara més, el pla tangent al llarg d'una generatriu no canvia i per això es diu desenvolupable (que pot desdoblar-se sobre el pla).

Al cas de l'Oceanogràfic s'ha fet servir el paraboloide hiperbòlic, que té per equació:

$$z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$$

També se'l coneix com la "cadira de muntar".

Les superfícies reglades són molt importants en arquitectura ja que permeten construir estructures corbes amb rectes. Per construir aquest tipus de superfícies amb rectes (els taulons dels encofrats), només hi ha que fer anar variant l'angle d'inclinació d'una recta que es mou damunt d'una altra corba.

Acosta't als edificis i podràs veure les marques dels taulons (rectes) dels encofrats.

LECTURES RECOMANADES

COMAP (1999). *Las Matemáticas en la vida cotidiana*. Madrid: Addison-Wesley / Universidad Autónoma de Madrid.

Ferrer, J. L. (1999). *Superficies poliédricas*. Madrid: Paraninfo.

Gil, O., ed. (2003). Monogràfic "Fons i forma". *Mètode*, 37, pàgs. 41-78. Universitat de València.

Guía del profesor de la exposición: El Péndulo de Foucault. València: Ciudad de las Artes y las Ciencias.

Guillén, G. (1991). *Poliedros*. Madrid: Editorial Síntesis.

Hildebrant, S. y Tromba, A. (1990). *Matemáticas y formas óptimas*. Biblioteca Scientific American. Madrid: Prensa Científica, S.A.

Meavilla, V. (1995). *Medir sin esfuerzo*. Madrid: Alhambra Longman.

Vives, J.; Alsina, C. i Fortuny, J. M. (1998). *Fascinant Simetria*. Barcelona: Fundació Caixa de Pensions.

Esperem que t'ho hages passat ben bé aprenent a veure les matemàtiques del teu voltant. I que aquesta forma de mirar el teu entorn t'acompanye sempre.

VNIVERSITAT DE VALÈNCIA

CÀTEDRA DE DIVULGACIÓ DE LA CIÈNCIA

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA

FECYT

GENERALITAT VALENCIANA
CONSELLERIA D'EMPRESA, UNIVERSITAT I CIÈNCIA

CSIC

AJUNTAMENT DE VALÈNCIA
CONCEJALIA DE CULTURA
CONCEJALIA DE EDUCACIÓN

FUNDACIÓN
Ciudad de las Artes y las Ciencias
GENERALITAT VALENCIANA

CAM
Caja de Ahorros del Mediterráneo
OBRES SOCIALS

Museo de Ciencias Naturales

Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "al-Khwārizmī"