TEMA VI

AMETROPÍAS ESFÉRICAS

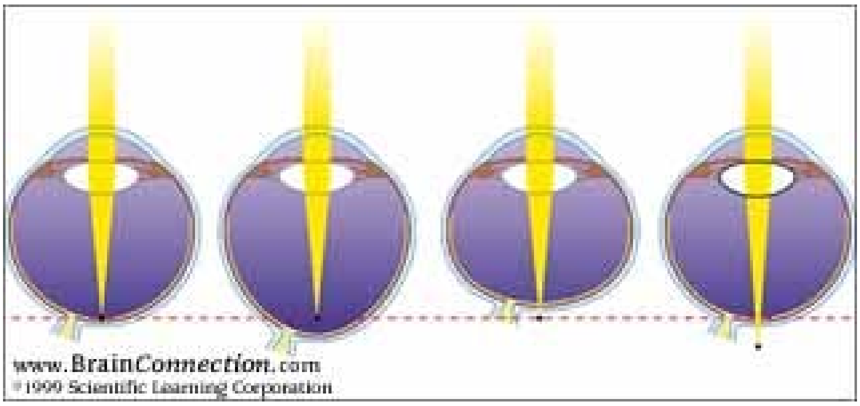

Figura 1.- Diferentes tipos de estados refractivos del ojo

TEMA VII

AMETROPÍAS ESFÉRICAS

I - Definición y Clasificación

El ojo emétrope es, por definición, aquel que forma sobre la retina la imagen de los objetos muy alejados sin necesidad de acomodación. Por lo tanto, es aquel ojo cuya refracción es $R = 0$ (punto remoto en ∞).

Un ojo es amétrope, es decir presenta una ametropía, cuando $R \neq 0$. Según R sea positivo o negativo la ametropía se clasifica en:

$R < 0 \Rightarrow$ punto remoto real $\Rightarrow$ MIOPÍA

$R > 0 \Rightarrow$ punto remoto virtual $\Rightarrow$ HIPERMETROPÍA

(el astigmatismo es una ametropía no esférica)

II - Fórmulación general de las ametropías: ametropía axial y refractiva

Para un ojo cualquiera con refracción R y potencia P', la retina es conjugada del punto remoto, eso se escribe:

(1) $$\left\{ \frac{n'}{l'} = R_H + P \right.$$

para un ojo emétrope escribiríamos: ($R = 0$, $l' = l'_0$ y $P' = P_0'$)

(2) $$\left\{ \frac{n'}{l'_0} = P_0' \right.$$

Restando ambas ecuaciones (1) y (2) se tiene:

$$R_H = n'(\frac{1}{l'} - \frac{1}{l'_0}) - (P' - P_0') \quad \Rightarrow \quad R_H = n'(\frac{1}{l'} - \frac{1}{l'_0}) + (P_0' - P') = R_a + R_r \qquad (3)$$

Un <u>ojo miope</u> $R_H < 0$ forma la imagen del infinito delante de la retina. Existen dos posibilidades:

a) que el ojo tenga potencia normal pero sea largo:

$P' = P_0'$ con $l' > l'_0$

En este caso se dice que tiene **miopía axial** y se calcula mediante la ecuación:

$$\mathbf{R_a = n'/l' - n'/l'_0}$$

b) que tenga potencia superior a la normal y tamaño l'_0:

$P' > P_0'$ con $l' = l'_0$

En este caso se dice que tiene **miopía refractiva** y se calcula mediante la ecuación:

$$\mathbf{R_r = P'_0 - P'}$$

Para el <u>ojo hipermétrope</u>, $R_H > 0$, que forma la imagen del infinito detrás de la retina, las posibilidades son:

a) potencia normal pero ojo corto:

$P = P_0$ con $l' < l'_0$ $\Rightarrow$ hipermetropía axial

b) potencia menor que un ojo normal y longitud l'_0:

$P < P_0$ con $l' = l'_0$ $\Rightarrow$ hipermetropía refractiva

Dibújense los esquemas de estos ojos.

Una clasificación de las ametropías por su origen sería:

<u>ametropía axial</u> cuando nos encontramos con el caso a) y <u>ametropía refractiva</u> si se trata de un caso como el b).

En general una ametropía no es puramente axial ni puramente refractiva, sino que el ojo tiene potencia P' y longitud l' diferentes de las del ojo teórico. La ametropía total, que se obtiene de la ecuación de Gauss, será entonces la suma de dos componentes una axial y otra refractiva como indica la ecuación (3). Si P = P_0 nos quedaría un término puramente axial, y si fuese l’ = l'_0 quedaría un término puramente refractivo. La suma de ambos términos es la ametropía total.

Otra forma de comprobar que la suma de una ametropía axial (Ra) y una refractiva (Rr) es igual a la ametropía total será escribir:

$$\frac{n'}{l'} = R_a + P_0' \qquad \text{(ecuación de una ametropía axial)}$$

$$\frac{n'}{l'_0} = R_r + P' \qquad \text{(ecuación de una ametropía refractiva)}$$

Sumando la $R_a + R_r$ resulta:

$$R_a + R_r = \left(\frac{n'}{l'} - P_0'\right) + \left(\frac{n'}{l'_0} - P'\right) = \frac{n'}{l'} - P' = R_H$$

<u>Ejemplo:</u> Un ojo de longitud SR = 25’5 mm y P’ = 59 dp. Considerando que el ojo teórico tiene P_0’ = 60dp y l'_0 = 22’27 mm la ametropía será:

l’ = SR – S’H’ = H’R = 25’5 – 1’91 = 23’59 mm

$$R_H = \frac{n'}{l'} - P' = \frac{1'336}{25'5 - 1'91} - 59 = 56'63 - 59 = -2'37\text{dp}$$

Comprobaremos que:

$$R_r = \frac{n'}{22'27} - 59 = 60 - 59 = +1\text{dp} \qquad\qquad R_a = \frac{n'}{23'59} - 60 = 56'63 - 60 = -3'73\text{dp}$$

$$R_a + R_r = -2'37\text{dp}$$

III - Alargamiento del ojo con ametropía axial

Sea un amétrope cuyo ojo tiene una potencia P', y sea l'_0 la longitud de un ojo emétrope de la misma potencia. La longitud del amétrope será: $l' = l'_0 + a$; donde a es el alargamiento que causa la ametropía. De las ecuaciones (1) y (2) tenemos que:

$$l' = \frac{n'}{R_H + P'} \qquad l'_0 = \frac{n'}{P'}$$

$$a = l' - l'_0 = \frac{n'}{R_H + P'} - \frac{n'}{P'} = \frac{n'P' - n'R_a - n'P'}{P'(R_H + P')} = -\frac{n'R_H}{P'(R_H + P')}$$

Para las ametropías débiles se puede despreciar R_H en el denominador y queda:

$$a = -\frac{n'R_H}{P'^2} = -3'7 \cdot 10^{-4} R_H$$

ya que n' = 1'336 y P' = 60 dp. Cada dioptría de miopía ($R_H<0$) corresponde a un alargamiento de 0'37 mm. Para el hipermétrope sería un acortamiento.

Para las ametropías fuertes debe utilizarse la fórmula completa sin aproximaciones. Por ejemplo, con R_H = -10 dp se obtiene a = 4'45 mm (en lugar de 3'7 de la fórmula aproximada).

Figura 2.- Imagen en el ojo hipermétrope.

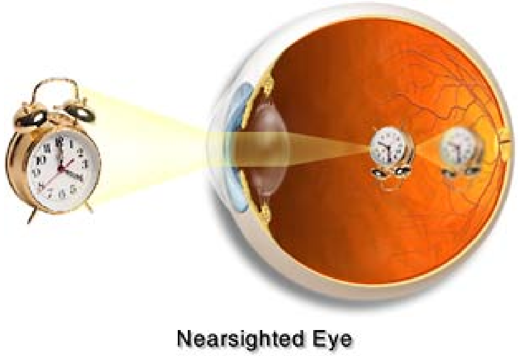

Figura 3.- Imagen en el ojo miope.

IV - Amplitud de acomodación del amétrope

En el tema anterior habíamos visto que:

$$P^* - P = A\left[1 + K(R_H + P)^2\right]$$

Comparemos un ojo emétrope con un amétrope con la misma óptica y el mismo músculo ciliar (es decir, capaces de hacer el mismo "esfuerzo" acomodativo).

Cuando realicen el máximo esfuerzo acomodativo, el valor P*-P será igual para los dos, es decir:

$$A_m\left[1 + K(R_H + P)^2\right] = A_0(1 + K(P)^2)$$

$$Am = A_0 \frac{1 + KP^2}{1 + K(R_H + P)^2} \cong A_0(1 + KP^2)\left[1 - K(R_H + P)^2\right]$$

$$\mathrm{Am} \cong \mathrm{A}_0\left[1 - \mathrm{K}(2\mathrm{R}_\mathrm{H}\mathrm{P} + \mathrm{R}_{\mathrm{H}^2})\right] \Rightarrow \mathrm{Am} \cong \mathrm{A}_0$$

el corchete vale aproximadamente la unidad; con K = 3.10^{-5} vale 0'981 con R_H = +5 dp y 1'017 con R_H = -5 dp y 1'033 con R_H = -10 dp.

En primera aproximación se tiene pues que: $\boxed{Am = A_0}$

Sin embargo los intervalos de acomodación o de visión nítida cambian mucho. Por ejemplo con Am = 10 dp:

$$\text{emétrope} \rightarrow r = \infty \qquad \rightarrow [0, -10\text{dp}] \rightarrow [\infty, -10\text{cm}]$$
$$\text{miope -5 dp} \rightarrow r = -20\text{ cm} \rightarrow [-5, -15] \rightarrow [-20, -6'7\text{cm}]$$
$$\text{hipermétrope +5 dp} \rightarrow r = +20\text{ cm} \rightarrow [+5, -5] \rightarrow [+20, -20\text{cm}]$$

$$\text{miope -10 dp} \rightarrow r = -10\text{ cm} \rightarrow [-10, -20\text{dp}] \rightarrow [-10, -5\text{cm}]$$
$$\text{hipermétrope} +10 \rightarrow r = +10\text{ cm} \rightarrow [+10\text{dp}, 0] \rightarrow [+10\text{cm}, \infty]$$

Nótese que el hipermétrope tiene parte de su recorrido virtual; incluso todo el recorrido es virtual si R = Am.

V - Círculo de desenfoque y pseudoimagen del amétrope

- Recordemos que para el ojo emétrope (desacomodado):

$$\frac{\zeta}{d_{ps}} = \frac{x'-x'_0}{x'} \qquad\qquad x' = \frac{n'g^2}{X + gP'} = C'M'$$

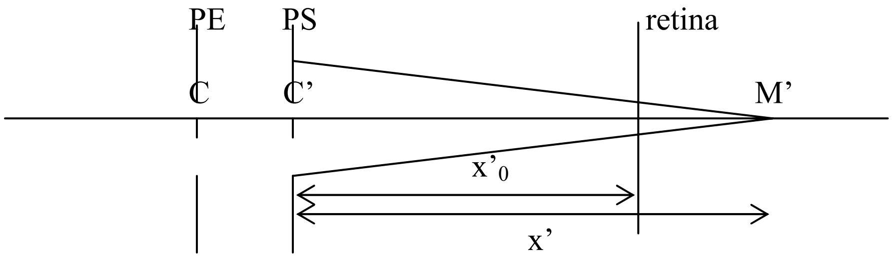

Figura4.- Representa los rayos de luz que desde la PS alcanzan el punto imagen.

$$\text{cuando } X = 0 \Rightarrow x' = x'_0 \text{ y entonces:} \qquad x'_0 = \frac{n'g}{P'}, \text{ luego:}$$

$$x'-x_0 = \frac{-n'gX}{P'(X+gP')} \quad ; \qquad \frac{x'-x'_0}{x'} = \frac{-X}{gP'} \qquad \Rightarrow \zeta = -dp_E \frac{X}{P'}$$

* Para el <u>ojo amétrope</u> (desacomodado): $X = R_p \Rightarrow x' = x_0$

$$\text{luego:} \qquad x'_0 = \frac{n'g^2}{R_P + gP'} \qquad ; \qquad x'\text{-}x'_0 = \frac{-(X-R_P)n'g^2}{(R_P + gP')(X+gP')}$$

$$\frac{x'-x'_0}{x'} = \frac{-(X-R_P)}{R_P + gP'} \Rightarrow \zeta = -d_{pE} \frac{X-R_p}{P' + \frac{R_p}{g}}$$

que coincide con la expresión anterior si $R_p = 0$.

El miope tratará de reducir el valor de ξ entornando los párpados, con lo que reduce la pupila en la dirección vertical.

Del invariante de Legrange – Helmholtz, aplicado a C y C':

$$n = 1 d_{pE} \cdot \frac{u_p}{g.n'} = \frac{\eta}{x'_0}$$

$$\eta = \frac{n'g}{P' + \frac{R_p}{g}} \cdot \frac{u_p}{gn'} = \frac{u_p}{P' + R_p/g} \quad ; \qquad \eta \cong \frac{u}{R + P'}$$

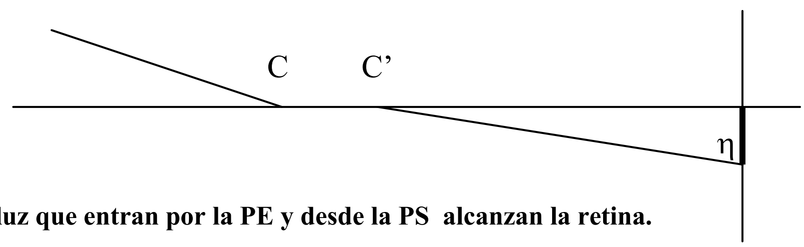

Figura5.- Representa los rayos de luz que entran por la PE y desde la PS alcanzan la retina.

Aceptaremos la aproximación con u y R desde S.

Comparemos con un ojo emétrope de igual potencia:

$y'_0 = \frac{u_H}{P_0}$ y dividiendo una por la otra :

$\frac{\eta}{y'_0} = \frac{P_0}{P_0 + R_{p/g}}$ (suponiendo $u_p = u_H$)

Ejemplos:

$$P_0 = 60dp \;\}\; R = -5 \rightarrow Rp = -4'92 \Rightarrow \eta / y'_0 = 1'098$$

$$g = 0'92 \qquad R = -10 \rightarrow Rp = -9'71 \Rightarrow \eta / y'_0 = 1'213$$

VI -Visión de un miope: (de lejos ve como en el apartado anterior)

El miope no puede enfocar todo lo que esté detrás de su punto remoto. Por tanto todos los objetos alejados (más allá de R) los verá del tamaño dado por su pseudoimagen. Por delante del punto remoto el miope ve enfocado y acomoda menos que el emétrope. El tamaño de la imagen retineana será:

$$\frac{y'}{y} = \frac{n}{n'}\frac{x'}{x} = \frac{x'}{n'x} \quad \Rightarrow \quad y' = \frac{x'y}{n'x} \quad \Rightarrow \quad y' = \frac{x'u_H}{n'}$$

introduciendo el ángulo visual

$$u_H = y / x$$

Cuando A = 0 (sin acomodación) x' coincide con l' que cumple:

$$l' = \frac{n'}{R_H + P''} \qquad x' = l' - \Delta l' = \frac{n'}{R_H + P} - kn'(R_H - X)$$

$$y' = \frac{u_H}{R_H + P'}$$

Cuando $A \neq 0$ el plano H' se desplaza $\Delta l' = 5.10^{-5} A$

$$\Delta l' = K\, n' A = K\, n'(R_H - X) \qquad \text{donde } K = 3.10^{-5}$$

$$* \text{ En efecto, si } R_H = 0 \Rightarrow y' = \frac{u_H}{P}(1 + kXP)$$

Que es la expresión que habíamos obtenido en el tema anterior cuando considerábamos

$$y' = u_H \frac{x'}{n'} = \frac{u_H}{R_H + P}\left[1 - K(R_H - X)(R_H + P)\right]$$

el desplazamiento de H’ en el ojo acomodado.

Aceptaremos como aproximación:

$$\left[y' = \frac{u_H}{R_H + P} = \frac{u}{R + P} \right]$$

Donde u y R están medidos desde el vértice de la córnea.

VII -Visión de un hipermétrope:

Un hipermétrope dèbil si es joven para muchas veces desapercibido porque tiene una Am grande que le permite enfocar bien de lejos. Si el hipermétrope es fuerte, con la misma acomodación, incluso en visión de lejos tiene que hacer grandes esfuerzos para acomodar, se fatiga el músculo ciliar y se produce astenopía acomodativa o relajación involuntaria de la acomodación lo que hace la imagen borrosa. Las expresiones que hemos visto ξ y η permiten el cálculo del tamaño de la imagen.

Ejemplo:

$R = +5$, con $X = 0$, $P = 60$ dp y $K = 3.10^{-5}$

$$y' = \frac{u_H}{60+5+0'04}\left[1-3.10^{-5}(5'04-0)(5'04+60)\right] = \frac{u_H}{65'04}(0'990)$$

$$y'/y_0 = \frac{60 \cdot 0'990}{65'04} = 0'913 \qquad y' = 0'913y'_0 \text{ (si acomoda)}$$

Cuando no acomoda, tendremos que calcular la pseudoimagen

$$\eta = \frac{u_p}{P + Rg/g} = \frac{u_p}{60 + 5/0'92}$$

$$\text{y como } u_p \cong u_H \text{ se tiene: } \eta/y'_0 = \frac{60}{65'43} = 0'917$$

En visión de cerca, el <u>hipèrmétrope débil</u> suele tener Am más grande que el emétrope y su punto próximo cercano al normal (ejemplos). Pero si el <u>hipermétrope</u> es <u>fuerte</u> o, bien la hipermetropía se complica con presbicia, el sujeto ya no acomoda bastante y tiene visión borrosa. Para leer los caracteres pequeños los acercará todo lo posible a su ojo como los miopes.

En efecto, el tamaño de la pseudoimagen es:

$$\eta = \frac{u}{P + R_p/g} \qquad \text{y} \qquad \xi = +d_{pE}\frac{X - R_p}{P + R_p/g}$$

$$\frac{\zeta}{\eta} = \frac{d_{pE}}{u}(X - R_p) \qquad \text{donde: } u = \frac{y}{x} = yX$$

$$\frac{\zeta}{\eta} = \frac{d_{pE}}{y}\left(1 - \frac{R_P}{X}\right) \qquad \text{tanto X como } R_p \text{ medidas a partir de la pupila de entrada.}$$

La visión mejora cuando el cociente ζ/η disminuye, pues ello significa que el círculo de desenfoque crece menos deprisa que el tamaño de la pseudoimagen. Como X es negativo y R_p positivo, R_p/x es una cantidad positiva que tiene que disminuir a medida que el objeto se aproxima (X crece) con lo que ζ/η disminuye. De ahí que el hipermétrope, mejore su visión borrosa acercándose los objetos.

Comparación con el emétrope:

$$\zeta = \eta \frac{d_{PE}}{y}(1-\frac{R_p}{X}) \quad \text{y} \quad \xi_0 = d_{pE}\frac{X}{P}$$

$$\zeta / \zeta_0 = \frac{\eta \frac{d_{pE}}{y}(1-\frac{R_p}{X})}{d_{pE}\frac{X}{p}}$$

$$\zeta / \zeta_0 = \frac{\eta P}{yX}(1-\frac{R_p}{X}) = (1-\frac{R_p}{X})$$

$$\text{ya que}: y\cdot X = u \quad \text{y} \quad \eta = \frac{u}{P}$$

Los hipermétropes $R_p > 0 \Rightarrow \zeta > \zeta_0$

Los miopes $R_p < 0 \Rightarrow \zeta < \zeta_0$

Suponiendo los sujetos del mismo P, d_{pE}, η, etc.

Pueden utilizarse como aproximaciones para el cálculo de η, ζ e y' las siguientes expresiones:

$$\eta = \frac{u}{R+P} \qquad \zeta = -d_{pE}\frac{X-R}{R+P} \qquad y' = \frac{u}{R+P}$$

CUADRO RESUMEN

	MIOPE	HIPERMÉTROPE
VISIÓN DE LEJOS	**No puede acomodar:** $\mathbf{y'=\eta+\zeta}$ $\eta=\frac{u_p}{P+R_{p/g}}$ $\zeta=-d_{pE}\frac{X-R_p}{P+R_{p/g}}$	**Acomoda**: $\mathbf{y'=\frac{u_H}{R_{H+P}}\left[1-K(R_H-X)(R_H+P)\right]}$ Si tiene astenopia: $y'=\eta+\zeta$ $\eta=\frac{u_p}{P+R_{p/g}}$ $\zeta=-d_{pE}\frac{X-R_p}{P+R_{p/g}}$
VISIÓN DE CERCA	**Acomoda** $\mathbf{y'=\frac{u_H}{R_{H+P}}\left[1-K(R_H-X)(R_H+P)\right]}$	**No puede acomodar:** $\mathbf{y'=\eta+\zeta}$ $\eta=\frac{u_p}{P+R_{p/g}}$ $\zeta=-d_{pE}\frac{X-R_p}{P+R_{p/g}}$

VIII - Agudeza visual de un sujeto amétrope

Aquí consideraremos como A.V. la medida a 5 metros (visión de lejos) y sin lente compensadora para el sujeto. Aunque la teoría de la A.V. es más compleja y en ella interviene la difracción y las aberraciones del ojo, no siendo suficiente la aproximación paraxial, seguiremos con nuestra teoría aproximada:

$$\zeta = -d\frac{X - R_p}{P + (R_{p/g})},$$ siendo X pequeño (-0'2 dp) y R lo consideraremos despreciable frente a P se puede escribir :

$$\zeta = d\frac{R_p}{P} \qquad (1)$$

Si u es el mínimo ángulo que aprecia el observador:

$$V = \frac{5}{u}$$

(u: tamaño de la mínima letra de la carta).

El tamaño de la pseudoimagen η vendrá dada (en micras):

$$\eta = 4'85 \cdot u = \frac{24}{V} \qquad (2) \qquad (u = \frac{5}{V})$$

Tomando d = 3 mm para la pupila del sujeto, valor muy normal cuando hay buenas condiciones de iluminación, y recordando que η/ζ toma el valor medio de 1’92 en el reconocimiento de letras, tenemos de (1) y (2):

$$R = \frac{\zeta}{d}P = \frac{\eta}{1'92d}P = \frac{24 \cdot 10^{-3}}{1'92x3} \cdot \frac{60}{V} = \frac{0'25}{V}$$

$$|R| = \frac{0'25}{V}$$

Es decir, para un ojo sano, que no sufra ambliopías, sino que sólo esté afectado por ametropía esférica, la A.V. da una idea del grado de ametropía.

$$\text{Ejemplo}: V \leq 0.1 \quad \Rightarrow \quad |R| \geq 2'5\text{dp}$$

$$-\,2'5\,\text{dp}: \text{miope} \qquad +\,2'5\,\text{dp}: \text{hipermétrope}$$