

SOBRE UNA MEDIDA CONTÍNUA SIMPLE DEL RIESGO DE CRÉDITO

Josefina Martínez Barbeito

Universidad de A Coruña

barbeito@udc.es

Julio García Villalón.

Universidad de Valladolid

G.VILLALÓN@terra.es

RESUMEN

En esta ponencia, introducimos una medida continua y simple de crédito, que asocia a cada empresa un parámetro de riesgo relacionado con la intensidad del incumplimiento neutral respecto al riesgo por parte de la empresa. Se pueden calcular estos parámetros por medio de los precios de las obligaciones cotizadas y que permiten asignar tarificaciones del crédito mucho más ajustadas que las ofrecidas por diferentes agencias de tarificación. Estimamos las medidas de riesgo en una base diaria, para una determinada muestra de empresas y las comparamos con las tarificaciones correspondientes ofrecidas por Moody y la distancia para medidas de incumplimiento calculadas usando el modelo de Merton (1974). Las tres medidas agrupan la muestra de empresas en varias clases de riesgo, de un modo similar, pero lejos de ser idénticas, posiblemente reflejan los diferentes horizontes de predicción de los modelos. Entre las tres medidas, la correlación de más alto rango se encuentra entre nuestra medida continua y las tarificaciones de Moody. Se pueden utilizar las técnicas que proponemos aquí para obtener la distribución total de las intensidades del incumplimiento neutrales respecto al riesgo e inter-temporales, que son útiles para las estimaciones del tiempo de incumplimiento, así como para valorar derivados de crédito.

Expresiones clave: medidas continuas de riesgo de crédito, intensidad de impago neutral respecto al riesgo, tanto a plazo sin riesgo, acreditación del riesgo de las empresas, tarificación del crédito.

1. INTRODUCCIÓN

El riesgo de crédito, o el riesgo de incumplimiento de la contrapartida, es un factor importante en la valoración y en la gestión del riesgo de los activos financieros. Las pérdidas que surgen de la cadena de fracasos empresariales recientes, tales como Enron, Worldcom y Kmart, ofrecen amplia evidencia de su importancia. Sin embargo, el riesgo de incumplimiento, por su propia naturaleza, es difícil cuantificar con las tarificaciones del crédito tradicional ofrecidos por las agencias tales como Moody's y Standard & Poor's, que están lejos de ser ideales. Por ejemplo, la naturaleza discreta de estas tarificaciones resulta en grupos de empresas que siendo asignados la misma tarificación, a pesar de las diferencias en sus méritos de crédito, y cambios en los méritos de crédito de las empresas no se reflejan inmediatamente en sus tarificaciones.

Además, las medidas del riesgo de crédito implicadas por los modelos, ya sean, modelos de puntuación tradicional o modelos estructurales como el de Merton (1974), se basan típicamente en datos del balance y en volatilidades históricas de los títulos. Debido a ello, estas medidas tienden a basarse tanto más en los sucesos históricos, como en la situación actual del mercado, y están sujetos a la disponibilidad de datos de balances, exactos y actualizados.

Esta ponencia introduce una nueva medida del riesgo de crédito que complementa las tarificaciones del crédito tradicional de varios modos. En primer lugar, siendo continua por naturaleza, la medida permite una separación más estrecha, entre las empresas, de acuerdo con sus merecimientos del crédito. En segundo lugar, dado que se calcula mediante datos actuales de obligaciones, la medida es inherentemente prospectiva y se ajusta inmediatamente a los cambios en los merecimientos de créditos de las empresas. Finalmente, a diferencia de las tarificaciones simbólicas, que carecen de sentido económico, la medida tiene una interpretación conveniente como la probabilidad neutral respecto al riesgo de incumplimiento inmediato.

Se debería observar que la medida aquí introducida de intensidad neutral al riesgo de incumplimiento inmediato, se centra en el riesgo de incumplimiento a corto plazo. Por el contrario, las tarificaciones de Moody en su lugar visualizan el plazo más largo, centrándose típicamente en un al menos ciclo empresarial total, mientras que el modelo de Merton típicamente produce probabilidades de incumplimiento para uno o dos años. Sin embargo, una comparación de estas medidas revela un alto grado de

correlación, y, en cualquier caso, para fines prácticos, deben considerarse probablemente como complementarias, más bien que sustitutivas unas de otras.

Las necesidades de datos para calcular la medida introducida en esta ponencia son mínimas. Lo único que se necesita son los bonos emitidos por las empresas en consideración y las ventajas de los bonos sin riesgo, que pueden ser bonos del Tesoro o bonos emitidos por una empresa del mayor rango de tarificación del crédito. Sin embargo, para lograr intensidades sensibles de incumplimiento hemos considerado necesario construir la curva de rendimiento sin riesgo, con la condición de que los rendimientos sin riesgo estén por debajo de los rendimientos, de todos los rendimientos de los bonos empresariales. El modelo es también bastante simple, con los tantos a plazo instantáneos y precios de los bonos cupón cero que desempeñan funciones clave para la determinación de las medidas de riesgo y de las intensidades del incumplimiento.

Los estimadores exactos del “tiempo” esperado de incumplimiento de las empresas son útiles y los citamos aquí extendiendo la medida de crédito más allá de su uso como una tarificación simple. Se muestra, en particular, que la distribución intertemporal completa de las intensidades de incumplimiento puede inferirse de los tantos a plazo instantáneos y de los precios de los bonos cupón cero. Esta distribución se puede usar para obtener el tiempo esperado de incumplimiento.

La estructura de la ponencia es la siguiente: La sección 2 ofrece una revisión breve de las medidas existentes del riesgo de crédito. La sección 3 define la medida de riesgo nueva y diseña un método para su cálculo. El estudio concluye finalmente con la sección 4 y la Bibliografía.

2. MEDIDAS TRADICIONALES DEL RIESGO DE CRÉDITO

Todos los inversores, independientemente de que inviertan en títulos de renta variable o fija, necesitan tomar en consideración el riesgo contrapartida del incumplimiento cuando toman sus decisiones de inversión, y la habilidad de cuantificar el llamado riesgo de crédito, es importante, tanto para fines de valoración como para propósitos de gestión del riesgo.

Existen ahora varios modos para medir el riesgo de incumplimiento. Un modo es basarse en las agencias de tarificación, tales como Moody's y Standard and Poor's que valoran la capacidad individual de la empresa para el servicio y para reembolsar la

deuda. Un modo alternativo es confiar en modelos que intentan cuantificar el nivel del riesgo de crédito usando información contable y datos de los precios de las acciones.

Desgraciadamente, los procesos exactos por los que las agencias de tarificación llegan a sus tarificaciones del crédito, son mediante la información de la propiedad de las respectivas agencias. No obstante, se debe probablemente tener en cuenta los puntos de vista de los analistas dotados de información pública y privada. Un enfoque sencillo y popular para inferir la información del riesgo de crédito, usando la contabilidad e información del mercado de acciones, se centra en las obligaciones aleatorias basadas en el modelo de Merton (1974). Este modelo considera las responsabilidades de las empresas (capital y deuda) como reclamaciones aleatorias emitidas contra los activos subyacentes de la empresa. Mediante los precios de los activos y las volatilidades de los precios cotizados de las acciones y la información del balance, se obtienen estimadores de las probabilidades de incumplimiento de las empresas.

2.1 Revisión del modelo de Merton

Recordemos que los poseedores de acciones tienen el derecho residual sobre los activos de la empresa, estando sujetos a una responsabilidad limitada. Merton (1974) reconoció que una acción de una empresa es equivalente a una posición al alza en una opción de compra sobre los activos de la empresa, y usó esta correspondencia para obtener el valor de mercado y la volatilidad de los activos subyacentes de la empresa. Más exactamente, Merton usó la estructura de Black y Scholes (1973) para obtener el valor del activo y la volatilidad implicados por el precio de la opción y la volatilidad del precio de la opción. El valor del activo y la volatilidad del activo se pueden combinar en una medida de riesgo llamada “distancia al incumplimiento” que está relacionada directamente con el merecimiento del crédito del capital propio que emite la empresa.

En el núcleo del modelo de Merton (1974) subyace una versión modificada de la fórmula de Black-Scholes, que es:

$$V_E = V_A N(d_1) - e^{-r(T-t)} D N(d_2) \quad (2.1)$$

que relaciona el valor de mercado del capital propio y el valor de mercado de los activos, donde:

V_E = valor de mercado del capital propio de la empresa.

V_A = valor de mercado de los activos de la empresa.

D = Montante total de la deuda de la empresa.

$T-t$ = Tiempo que falta para el vencimiento de la deuda.

r = tanto de interés sin riesgo.

$$d_1 = \frac{\ln(V_A / D) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma_A^2\right)(T-t)}{\sigma_A \sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_A \sqrt{T-t}$$

$N(\cdot)$ = distribución normal conjunta.

Además, se muestra fácilmente que el capital propio y la volatilidad del activo están relacionados por la expresión:

$$\sigma_E = \frac{V_A}{V_E} N(d_1) \sigma_A \quad (2.2)$$

donde:

σ_E = Volatilidad de los rendimientos del capital propio de la empresa.

σ_A = Volatilidad de los rendimientos del activo de la empresa.

Resolviendo el sistema no lineal de ecuaciones (2.1) y (2.2), obtenemos V_A y σ_A y la distancia al incumplimiento está definida por la expresión:

$$\gamma = \frac{\ln(V_A / D) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma_A^2\right)(T-t)}{\sigma_A \sqrt{T-t}} \quad (2.3)$$

Este valor de γ es simplemente el número de desviaciones estándar que hay desde el valor de la empresa hasta el punto umbral y cuanto menor sea el valor de γ tanto mayor es la probabilidad (neutral respecto al riesgo) de que la empresa incumplirá su deuda.

En esta ponencia comparamos las tarificaciones implicadas por esta medida del riesgo con las tarificaciones obtenidas con la medida continua del riesgo y con las de Moody. Observemos que mientras la medida del riesgo obtenida por el modelo de Merton se basa en observaciones del mercado de acciones, la medida que introducimos en esta ponencia se basará en observaciones del mercado de obligaciones. En consecuencia, la comparación de los dos resultados podría aportar alguna luz sobre si los mercados de acciones y obligaciones aportan información similar respecto al merecimiento del crédito de las empresas.

2.2 Motivos para una Nueva Medida del Riesgo

Por muy útiles que sean, las tarificaciones tradicionales del crédito y los modelos de tanteo que se basan en la información contable, tienen varios

inconvenientes, como se ha indicado en la sección 1. Las limitaciones más obvias son que las ordenaciones ofrecidas por las agencias de tarificación incluyen la baja frecuencia con la que se actualizan, a menudo sólo una o dos veces al año, y la naturaleza discreta de las categorías. La contabilidad basada en modelos de tanteo, por otra parte, confía en los datos no frecuentemente actualizados, que no sólo se obtienen con un retardo, sino también con posibles manipulaciones contables. Además, la información contable es inherentemente retrospectiva, basada en la información histórica más bien que en la valoración futura del mercado. Ambos enfoques sufren también por el hecho de obtener medidas sin interpretaciones económicas significativas. Ni una tarificación del crédito ni una cuenta de crédito se transforman fácilmente en una probabilidad real de incumplimiento y tampoco aportan mucha información respecto a las pérdidas reales, dado tal incumplimiento.

Una alternativa a estas tarificaciones del crédito y cuentas implica la obtención de información respecto al riesgo de crédito de datos actualizados del mercado. Si se incorpora el riesgo de crédito en los precios de mercado, entonces deben de existir modos de filtrar la información contenida en estos precios para extraer el componente que se puede atribuir al riesgo de crédito. Se han sugerido varios modos de extraer esta información, bien de los títulos o de los bonos.

Es probable que la información pública sea instantánea y simultáneamente incrustada en los precios de los títulos individuales de los mercados de acciones y obligaciones. Esto hace que los precios de las acciones y obligaciones estén contemporáneamente correlacionados. Por el contrario, la información privada transmitida por los inversores informados que negocian sistemáticamente bien en el mercado de títulos o en el de obligaciones se trasmite más a través de uno de los mercados que del otro. Los mercados de títulos y obligaciones consecuentemente aportan información, en cierto modo, diferente sobre el riesgo de crédito.

Se ha descrito anteriormente el mercado de títulos más conocido por aportar estimaciones de la probabilidad de incumplimiento de las empresas, el modelo de Merton (1974). Ahora se pueden usar también datos del mercado de obligaciones, como base para extraer información del riesgo de crédito, y aquí proporcionamos un método que asigna una medida continua del crédito, usando los precios de las obligaciones. Como sucede con la mayor parte de las medidas del riesgo, que se basan en la información del mercado de deuda, la idea subyacente es comparar bonos con riesgo de crédito (bonos empresariales) con los que carecen esencialmente del riesgo de crédito

(bonos del Tesoro o bonos empresariales de alta calidad). Se puede construir la estructura a plazo de las probabilidades de supervivencia, como por ejemplo, las de Jarrow, Lando y Turnbull (1997), Existe claramente una correspondencia entre la forma de estas curvas de probabilidad de supervivencia y el riesgo de incumplimiento de las empresas correspondientes, y aquí introducimos la “pendiente” en el final de estas curvas como una aproximación simple para la “tarificación” del crédito de las empresas. Puesto que esta pendiente se reduce a la diferencia entre los tantos instantáneos actuales implicados por los bonos empresariales sin riesgo, el problema de determinar la medida del riesgo se reduce a la de construir curvas de tantos a plazo fiables.

3. UNA NUEVA MEDIDA CONTÍNUA DEL RIESGO DE CRÉDITO

En esta sección damos una descripción detallada de la medida continua del riesgo de crédito. La medida se basa únicamente en los datos del mercado de obligaciones y no se usan ni datos contables ni tarificaciones de agencias externas. Comparada con las tarificaciones ordinarias, nuestra tarificación tiene la ventaja de que es continua, más bien que discreta y está basada en cotizaciones diarias del mercado y no en decisiones esporádicas y subjetivas de ciertas agencias de tarificación. Al ser continua, esta medida evita los problemas de las tarificaciones tradicionales que consideran tantos de incumplimiento ampliamente diferentes (expost), dentro de una misma clase de tarificación y el problema de superposición en los tantos de incumplimiento entre las distintas clases de tarificación. Se asigna también un único número a cada empresa en lugar de tarificaciones múltiples de las agencias corrientes de tarificación, debido fundamentalmente a su enfoque sobre emisiones de deuda, en lugar de la empresa real. Finalmente, recordamos que esta medida tiene la interpretación útil como la intensidad neutral respecto al riesgo de incumplimiento inmediato.

Al igual que con otros muchos mercados basados en medidas del riesgo de incumplimiento, nuestra medida confía en que los mercados sean eficientes. Confiamos en la validez de esta hipótesis, y en la exactitud de nuestra medida, para mejorar con el tiempo, cuando los mercados de bonos en todo el mundo se desarrollen de un modo similar al de los mercados globales de capital se han desarrollado durante las últimas décadas pasadas. La emisión periódica obligatoria de grandes cantidades de deuda subordinada por los bancos, con el fin de imponer una disciplina a estas entidades,

como sugirió Calomiris (1999) podría ser un factor de aceleración del crecimiento de los mercados de obligaciones en todo el mundo.

Otra hipótesis crucial es la independencia entre los procesos del tanto de interés sin riesgo y los procesos de incumplimiento de las empresas. Esta hipótesis es corriente en la literatura y la estudiaron Das y Tufano (1996), Jarrow, Lando y Turnbull (1997) y Leland y Toft (1996) pero, si es razonable o no, es un problema empírico pendiente. Se debería observar que varios estudios indican violaciones de esta restricción, con un mayor énfasis por parte de Duffee (1998) y Longstaff y Schwartz (1995), quienes afirman que disminuyen los diferenciales sobre los bonos empresariales cuando aumentan los tantos de interés sin riesgo.

Una cuestión relacionada es la especificación de una aproximación a los tantos de interés sin riesgo y las obligaciones correspondientes sin riesgo, de los que se pueden inferir los tantos de interés sin riesgo. Aún cuando los bonos del Tesoro y los bonos empresariales de la más alta calidad son aproximaciones muy usadas para las obligaciones sin riesgo en la literatura, los últimos son frecuentemente una elección mejor, como ha sugerido Kwan (1996) puesto que una gran parte del diferencial entre los rendimientos de los bonos empresariales y del tesoro surge de las diferencias en factores tales como imposición y liquidez (Huang y Huang 2002), y utilizando bonos empresariales de alta calidad permite el impacto de algunas de las causas relacionadas con la ausencia de crédito del diferencial del crédito a minimizar.

En esta ponencia se construyen las curvas de tanto a plazo sin riesgo, con la condición de que estén por debajo de todas las curvas de tanto a plazo con riesgo, o empresariales. Estos tantos a plazo “sin riesgo” se usan luego para obtener los precios de los préstamos cupón cero “sin riesgo” y las intensidades de incumplimiento. Este procedimiento asegura que todas las obligaciones con riesgo se valoren por debajo de los homólogos sin riesgo. Asegura también que las diferencias, o diferenciales, entre los precios de las obligaciones con riesgo o sin riesgo, se deben principalmente al riesgo de crédito.

Finalmente, se supone que el tanto de recuperación, o montante que se ha de recuperar por el obligacionista en caso de incumplimiento (como una acción del principal, más pagos del tanto de interés acumulados adicionales) están dados de forma exógena. Para los objetivos de esta ponencia usamos un valor histórico medio, cotizado por Jarrow, Lando y Turnbull (1997). Aún cuando es posible suavizar esta hipótesis estimando el tanto de recuperación de los datos del precio de la obligación, junto a la

medida de crédito, sin embargo, lo tratamos como una constante exógena, en aras a la simplicidad, puesto que el tanto de recuperación es de menor importancia para el fin de determinar las tarificaciones del crédito “relativas” de las empresas.

3.1 Obtención de la Medida de Riesgo y del Papel de las Curvas de Tanto a plazo

El primer paso para determinar la medida del riesgo implica la inferencia de las probabilidades de supervivencia neutrales respecto al riesgo, o las probabilidades de que una empresa no incumplirá dentro de periodos de tiempo dados, de los datos del mercado de obligaciones.

Denotemos por $p(t, T)$ el precio en el momento t de un bono cupón cero, sin riesgo, de vencimiento T , y sea $v^\pi(t, T)$ el precio correspondiente para bonos emitidos por empresas con una cierta “tarificación del crédito externa π ”. Entonces la hipótesis de independencia del proceso del tanto de interés sin riesgo y los procesos de incumplimiento implican:

$$v^\pi(t, T) = p(t, T) [\partial^\pi + (1 - \partial^\pi) F^\pi(T/t)] \quad (3.1)$$

donde ∂^π es el tanto de recuperación para las empresas con tarificación del crédito externa π y $F^\pi(T/t)$ es la probabilidad de supervivencia condicional neutral respecto al riesgo en el momento T , dado que han sobrevivido hasta el momento $t \leq T$. Reordenando esta ecuación, tenemos la expresión:

$$F^\pi(T/t) = \frac{v^\pi(t, T)/p(t, T) - \partial^\pi}{1 - \partial^\pi} \quad (3.2)$$

para las probabilidades de supervivencia condicional neutral respecto al riesgo; que es una medida del merecimiento del crédito de las empresas. Si se supone que los tantos de recuperación están dados exógenamente, entonces la única tarea que queda con el fin de calcular las probabilidades de supervivencia $F^\pi(T/t)$, es obtener los precios de los bonos cupón cero de los precios de los bonos con cupón negociados y una detallada descripción del método utilizado con este fin.

Observemos que si π_1 representa una tarificación del crédito más alta que la π_2 , entonces debería suceder que:

$$v^{\pi_1}(T, t) \geq v^{\pi_2}(T/t) \quad (3.3)$$

y de la (3.2) se deduce que:

$$F^{\pi_1}(T/t) \geq F^{\pi_2}(T/t) \quad (3.4)$$

para todo $t \leq T$. Esta observación se basa, naturalmente, en la hipótesis de un tanto de recuperación constante en las clases de tarificación.

Ahora bien, con tal de que las obligaciones se valoren correcta y consistentemente en el mercado, el incremento del riesgo de incumplimiento, representado por una π decreciente, debería reflejarse por la gran inclinación de la curva correspondiente $F^\pi(T/t)$ ¹.

En consecuencia, en un mercado eficiente, la pendiente de la curva $F^\pi(T/t)$ en $T=t$ puede interpretarse como una medida del riesgo de incumplimiento a corto plazo de una empresa, o en síntesis “tarificación del crédito” a corto plazo. Puesto que la pendiente de $F^\pi(T/t)$ en $T=t$ es negativa, y el valor negativo de la pendiente permite la interpretación económica conveniente como la intensidad del incumplimiento inmediato, hemos decidido usar el valor negativo de la pendiente como la medida del riesgo. Una ventaja importante de esta medida, comparada con las tarificaciones externas es el ser continua y permite, por ello, una separación más estrecha de las empresas según sea su riesgo de incumplimiento.

Se deduce de la (3.2) que la pendiente de $F^\pi(T/t)$ en $T=t$ viene dada por la ecuación:

$$\left. \frac{\partial F^\pi(T/t)}{\partial T} \right|_{T=t} = \frac{1}{1 - \delta^\pi} \frac{\delta}{\delta T} \left[\frac{v^\pi(t, T)}{p(t, T)} \right]_{T=t} \quad (3.5)$$

Si denotamos ahora la curva del tanto a plazo sin riesgo por $r(t, T)$, y la curva del tanto a plazo para la empresa π por $r^\pi(t, T)$ entonces por definición:

$$v^\pi(t, T) = e^{-\int_t^T r^\pi(t, u) du} \quad \text{y} \quad p(t, T) = e^{-\int_t^T r(t, u) du}$$

y por tanto tenemos:

$$\left. \frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{v^\pi(t, T)}{p(t, T)} \right] \right|_{T=t} = \left. \frac{\partial}{\partial T} \left[e^{-\int_t^T (r^\pi(t, u) - r(t, u)) du} \right] \right|_{T=t}$$

¹ (No es necesariamente el caso de que la pendiente crezca monótonamente con una tarificación de crédito en deterioro. Debido a la diferencia de criterios entre las agencias de valoración y el mercado de obligaciones, no existirá nunca una correspondencia unívoca estricta entre la pendiente y la clase de tarificación).

$$\begin{aligned}
&= -(r^\pi(t, T) - r(t, T)) e^{-\int_t^T (r^\pi(t, u) - r(t, u)) du} \Big|_{T=t} \quad (3.6) \\
&= -(r^\pi(t, T) - r(t, T)) \left[\frac{v^\pi(t, T)}{p(t, T)} \right] \Big|_{T=t},
\end{aligned}$$

y la (3.5) pasa a ser:

$$\frac{\partial F^\pi(T/t)}{\partial T} \Big|_{T=t} = -\frac{(r^\pi(t, t) - r(t, t))}{1 - \delta^\pi} \left[\frac{v^\pi(t, t)}{p(t, t)} \right] = -\frac{(r^\pi(t, t) - r(t, t))}{1 - \delta^\pi}$$

puesto que $v^\pi(t, t) = p(t, t) = 1$. Por consiguiente la medida de crédito aquí sugerida es:

$$m(\pi) = -\frac{\partial F^\pi(T/t)}{\partial T} \Big|_{T=t} = \frac{(r^\pi(t, t) - r(t, t))}{1 - \delta^\pi} \quad (3.7)$$

Puesto que la probabilidad condicional de incumplimiento, $\tilde{F}^\pi(T/t)$ satisface la ecuación $\tilde{F}^\pi(T/t) = 1 - F^\pi(T/t)$, de donde se deduce:

$$m(\pi) = \frac{\partial \tilde{F}^\pi(t, T)}{\partial T} \Big|_{T=t} = \lim_{T \downarrow t} \tilde{f}^\pi(T/t), \quad (3.8)$$

donde $\tilde{f}^\pi(T/t)$ representa la intensidad del incumplimiento. Esto muestra que la medida $m(\pi)$, se puede interpretar como la intensidad del incumplimiento inmediato.

3.2 Construcción de las curvas del tanto a plazo

Puesto que los tantos instantáneos a plazo, y, en particular, los tantos instantáneos a corto plazo, son determinante clave de la medida del riesgo introducida en esta ponencia, es importante asegurar que los precios de los bonos cupón cero se extraigan de tal modo que los tantos a plazo correspondientes sean tan exactos como sea posible. Además, puesto que las formas de las curvas de los tantos a plazo desempeñan un papel fundamental para la determinación de las intensidades de incumplimiento neutrales respecto al riesgo, es también importante asegurar que la curva de estos tantos a plazo sean tan “suaves” como sea posible. En la práctica, sin embargo, estas exigencias no se pueden satisfacer simultáneamente, y, según la situación, la exactitud o la suavidad deben ser sacrificadas.

Para los objetivos de esta ponencia se precisan tantos exactos a corto plazo y curvas de tantos a plazo suaves. Ahora bien, el único modo posible de satisfacer la última exigencia es suponer una forma paramétrica para las curvas de tanto a plazo, y la especificación que ofrece un buen compromiso entre flexibilidad y facilidad de implementación es la forma paramétrica introducida por Nelson y Siegel (1987). El

tanto a plazo instantáneo vencimiento $(T-t)$, $r(t,T)$ bajo su especificación se supone que está determinada por la ecuación:

$$r(t,T) = a_0 + a_1 e^{-k(T-t)} + a_2 (T-t) e^{-k(T-t)} \quad (3.9)$$

donde a_0 , a_1 , a_2 y k son parámetros sujetos a las restricciones:

$$a_0 > 0, \quad a_0 + a_1 > 0 \quad \text{y} \quad k > 0 \quad (3.10)$$

Observemos que $a_0 = \lim_{(T-t) \uparrow \infty} r(t,T)$ corresponde al tanto a largo plazo y $a_0 + a_1 = r(0)$ corresponde al corto plazo.

Ahora bien, para cada empresa y fecha de interés, el objetivo es determinar los 4 parámetros de la (3.9) de los correspondientes datos de los bonos. En esta ponencia, hemos determinado los parámetros minimizando el error cuadrático ponderado total entre los precios de los bonos implicados en el modelo y sus homólogos cotizados en el mercado actual. Esto es, hemos determinado los parámetros a_0, a_1, a_2 y k minimizando la cantidad

$$\epsilon^2 = \sum_i w_i^2 (P_i(a_0, a_1, a_2, k) - \hat{P}_i)^2 \quad (3.11)$$

donde P_i es el precio implicado en el modelo de la obligación i -ésima, \hat{P}_i es el precio observado por el mercado, y

$$w_i = \frac{1/D_i}{\sum_i 1/D_i}$$

donde D_i es la duración de la obligación i -ésima. Observemos que la introducción de los factores de ponderación, w_i , tienen el efecto de reducir la tendencia natural para el modelo a sobreajustar en exceso las obligaciones a largo plazo a expensas de las obligaciones a corto plazo.

Las implementaciones numéricas del procedimiento anterior requieren la aportación de valores iniciales de los parámetros en una u otra forma, y, como por ejemplo, observaron Bolder y Stréliski (1999), los parámetros pueden ser muy sensibles a estos valores iniciales. El enfoque sugerido por Bolder y Stréliski (1999), en primer lugar, aproxima los parámetros a_0 y a_1 haciendo los tantos a corto y a largo plazo iguales respectivamente al rendimiento de los bonos a más corto y a más largo plazo. Se determinan luego los restantes parámetros dividiendo el espacio (a_2, k) en

varias regiones rectangulares, calculando el mínimo local dentro de cada región, y haciendo luego los parámetros iguales al mínimo entre estos mínimos locales.

Esencialmente hemos adoptado el enfoque anterior con una modificación importante. Puesto que se requieren tantos a corto exactos, construimos primero las curvas del tanto a plazo usando la técnica introducida por Kwon (2002). Esta técnica calcula las curvas del tanto a plazo que maximizan una medida de suavidad dada, y da lugar a curvas de tantos a plazo que son splines² con ciertas formas funcionales. La técnica ajusta también los precios del mercado de bonos, dentro de sus diferenciales de oferta-demanda, para mejorar la suavidad de las curvas de tanto a plazo resultantes. La medida de suavidad usada para las curvas del tanto a plazo inicial en este trabajo fue:

$$\int_0^{\bar{T}} r'(t,u)^2 du \quad (3.12)$$

donde \bar{T} es el vencimiento del bono a mayor plazo y corresponde a splines cuadráticas. Desgraciadamente, las curvas de tantos a plazo resultantes no fueron suficientemente suaves para el objetivo de inferir toda la curva de las intensidades de incumplimiento, necesitando, por tanto, el uso de las curvas de Nelson-Siegel.

Una vez construidas se usaron, los tantos a plazo más corto y más largo para aproximar los parámetros de Nelson-Siegel a_0 y a_1 , y los parámetros restantes se determinaron siguiendo el método ya indicado. Se debería observar que nuestro enfoque ofrece una aproximación más exacta para a_0 y a_1 , que la sugerida por Bolder y Stréliski (1999), puesto que nuestro enfoque utiliza tantos a plazo reales más bien que rendimientos de bonos y nuestro tanto a corto es el tanto corto real en lugar del rendimiento del bono a más corto plazo, cuyo vencimiento puede ser de más de un año.

Como ya se ha discutido, las aproximaciones comunes para los bonos sin riesgo, en la literatura, son los bonos del Tesoro o los bonos de una empresa de la más alta tarificación de crédito. Sin embargo, con los datos usados aquí, ninguna de estas aproximaciones fue satisfactoria, puesto que en muchos casos los correspondientes tantos a plazo “sin riesgo” eran más altos que sus correspondientes homólogos con riesgo, dando lugar a intensidades negativas de incumplimiento. Para superar este problema, se han construido las curvas de tanto a plazo sin riesgo con el objetivo principal de asegurarse de que quedaban por debajo de las curvas del tanto a plazo con riesgo. Por ello, se ha dividido el intervalo de vencimiento en sub-intervalos de un año,

² Interpolaciones polinomiales.

se ha identificado el tanto a plazo más bajo en cada sub-intervalo entre todas las curvas de los tantos a plazo con riesgo para los datos considerados y luego se ajusta una curva de Nelson-Siegel a lo largo de todos los tantos a plazo mínimos. Como paso final, la curva “sin riesgo” se desplazó hacia abajo, si fuera necesario, para asegurar que la curva de tanto a plazo sin riesgo, estaba por debajo de todas las curvas de tantos a plazo con riesgo.

En general, las curvas del tanto a plazo para las empresas con más riesgo están invertidas, mientras que las curvas de las empresas más seguras tienden a tener una forma normal de inclinación hacia arriba.

3.3 Construcción de las Distribuciones de Densidad de los Incumplimientos Inter-Temporales

La Técnica descrita para calcular la intensidad de incumplimiento inmediato puede extenderse para dar toda la distribución de intensidades del incumplimiento de un modo sencillo. Determinando la medida del riesgo $m(\pi)$, nos hemos basado en la pendiente de la curva $F^\pi(T/t)$ sólo en la parte final. Sin embargo, aplicando las mismas ideas a otros puntos a lo largo de esta curva se obtienen intensidades de incumplimiento para otros vencimientos. Más específicamente, para todo $t \leq t^* \leq T$, haciendo $T = t^*$ en la (3.6) se obtiene la intensidad del incumplimiento, $\tilde{f}(t^*/t)$ en el momento t^* como sigue:

$$\tilde{f}(t^*/t) = \frac{(r^\pi(t, t^*) - r(t, t^*))}{1 - \partial^\pi} \left[\frac{v^\pi(t, t^*)}{p(t, t^*)} \right] \quad (3.13)$$

Además, puesto que hemos aproximado las curvas del tanto a plazo usando la familia Nelson-Siegel, es posible avanzar más y obtener expresiones explícitas para la curva de intensidades de incumplimiento. Para esto, denotamos por a_0, a_1, a_2, k y $a_{\pi,0}, a_{\pi,1}, a_{\pi,2}, k_\pi$ los parámetros de Nelson-Siegel para la curva del tanto a plazo sin riesgo y la curva del tanto a plazo correspondiente a la empresa π , respectivamente. Entonces, puesto que:

$$r^\pi(t, T) = a_{\pi,0} + a_{\pi,1}e^{-k_\pi(T-t)} + a_{\pi,2}(T, t)e^{-k_\pi(T-t)}$$

$$r(t, T) = a_0 + a_1e^{-k(T-t)} + a_2(t-t)e^{-k(T-t)}$$

los precios de las obligaciones $v^\pi(t, T)$ y $p(t, T)$ están dados por:

$$v^\pi(t, T) = \exp \left[-a_{\pi,0}(T-t) - \frac{a_{\pi,1}}{k_\pi} (e^{-k_\pi t} - e^{-k_\pi T}) - \frac{a_{\pi,2}}{k_\pi^2} (e^{-k_\pi t} - e^{-k_\pi T}) - \frac{a_{\pi,2}}{k_\pi} (te^{-k_\pi t} - Te^{-k_\pi T}) \right]$$

$$p(t, T) = \exp \left[-a_0(T-t) - \frac{a_1}{k} (e^{-kt} - e^{-kT}) - \frac{a_2}{k^2} (e^{-kt} - e^{-kT}) - \frac{a_2}{k} (te^{-kt} - Te^{-kT}) \right]$$

y sustituyendo estas expresiones en la (3.13) se obtienen las expresiones deseadas para las intensidades de incumplimiento en función de los parámetros de Nelson-Siegel.

4. CONCLUSIONES

En esta ponencia introducimos una medida continua simple del riesgo de crédito, que se calcula fácilmente con datos del mercado de obligaciones. La medida puede considerarse como la intensidad instantánea del incumplimiento neutral respecto al riesgo y es, por tanto, una medida importante del riesgo de embargo de una empresa a corto plazo.

Una comparación de las ordenaciones relativas obtenidas con nuestra medida con las obtenidas por Moody's y la distancia a la medida tipo de incumplimiento, basada en el modelo de Merton en 1974, para un determinado conjunto de empresas, muestra que las tres medidas producen resultados similares, especialmente en los extremos. Los estimadores de la correlación de rangos revelan una relación más estrecha entre nuestra medida y las tarificaciones de Moody's que la medida de impago entre nuestra medida y la distancia a la medida de incumplimiento. Debido a la carencia de eventos actuales de incumplimiento en nuestra muestra, no fue posible investigar las ventajas comparativas de las diversas medidas como predictores del incumplimiento futuros.

También se ha demostrado como se puede usar el enfoque de esta ponencia para obtener la distribución de la intensidad del incumplimiento inter-temporal de las empresas (neutral al riesgo), que es útil para inferir el tiempo esperado de incumplimiento y para la valoración y gestión del riesgo de los derivados de crédito.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BLACK, F. AND SCHOLES, M. (1973), "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", *Journal of Political Economy* **81**, 637-659.
- BOLDER, D. AND STRÉLISKI, D. (1999), Yield Curve Modelling at the Bank of Canada, Technical report, Bank of Canada.

- CALOMIRIS, C. (1999), “Building an incentive-compatible safety net”, *Journal of Banking and Finance* **23**, 1499-1519.
- DAS, S. AND TUFANO, P. (1996), “Pricing Credit-Sensitive Debt when Interest Rates, Credit Ratings and Credit Spreads are Stochastic”, *Journal of Financial Engineering* **5** (2), 161-198.
- DUFFEE, G. (1998), “The Relation Between Treasury Yields and Corporate Bond Yield Spreads”, *Journal of Finance* **53**(6), 2225-2241.
- HUANG, J.-Z. AND HUANG, M. (2002), How Much of the Corporate-Treasury Yield Spread is Due to Credit Risk?, Working paper, Stanford University.
- JARROW, R., LANDO, D. AND TURNBULL, S. (1997), “A Markov Model for the Term Structure of Credit Risk Spreads”, *Review of Financial Studies* **10**(2), 481-523.
- KWAN, S. (1996), “Firm-specific information and the correlation between individual stocks and bonds”, *Journal of Financial Economics* **40**, 63-80.
- LELAND, H. AND TOFT, K. (1996), “Optimal Capital Structure, Endogenous Bankruptcy, and the Term Structure of Credit Spreads”, *Journal of Finance* **51**(3), 897-1019.
- LONGSTAFF, F. AND SCHWARTZ, E. (1995), “A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt”, *Journal of Finance* **50**(3), 789-818.
- MERTON, R. (1974), “On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates”, *Journal of Finance* **2**(2), 449-470.
- NELSON, C. AND SIEGEL, A. (1987), “Parsimonious Modeling of Yield Curves”, *Journal of Business* **60**, 473-489.