

LAS MATEMÁTICAS COMO SOPORTE DE LAS DECISIONES EN ECONOMÍA Y EMPRESA.

*Grupo de Decisión Multicriterio de la Universidad de Oviedo:
Rodríguez-Uría, M. V.; Bilbao Terol, A.; Arenas Parra, M.; Pérez Gladish, B.
Antomil Ibias J.¹*

Departamento Economía Cuantitativa.
Universidad de Oviedo.

Resumen.

La toma de decisiones sobre problemas propios de su ámbito competencial es una de las tareas de mayor importancia con las que se ha de enfrentar un titulado en Economía o en Gestión y/o Dirección de Empresas. El término “decisión” puede tener diferentes matices según en qué contexto se esté empleando (derecho, economía, ingeniería, etc.) pero en todos los casos existen elementos comunes sobre los que se puede razonar para **construir un modelo**, matemático o no, válido en cualquier situación.

Un individuo enfrentado con la toma de decisiones debe escoger una alternativa dentro de un conjunto de acciones posibles. Para ello es necesario manejar y evaluar información acerca de factores muy diversos, algunos de ellos solo parcialmente conocidos, que influyen en los cursos de acción y en sus resultados.

La Teoría de la Decisión, en este marco, es una disciplina matemática que incluye una amplia gama de métodos y modelos que afrontan el proceso de decisión desde diversas perspectivas o corrientes de pensamiento. Pretendemos, con este trabajo, explicitar las matemáticas que deben servir de soporte a tales métodos y modelos.

Palabras clave: Teoría de la Decisión. Programación Matemática. Optimización Multicriterio.

1-Decisiones.

Tomar decisiones es una actividad habitual tanto en la vida cotidiana como en la profesional y en particular, en la gestión de empresas, podríamos decir que es la actividad de mayor interés y responsabilidad que ha de afrontar un titulado en Economía o en Gestión y/o Dirección de Empresas.

Decidir supone elegir una alternativa dentro del conjunto de las que sean pertinentes para un problema o situación concreta y aunque el término “decisión” puede tener diferentes matices, según en qué contexto se esté empleando, en todos los casos existen elementos comunes sobre los que se puede reflexionar para construir un modelo,

¹ Persona de contacto: Dra. Rodríguez Uría: vrodri@uniovi.es

no necesariamente matemático, que describa el proceso de decidir y que sea válido en cualquier situación.

Un individuo enfrentado con la toma de decisiones, que es escoger una alternativa dentro de un conjunto de acciones posibles, precisa manejar y evaluar información acerca de factores muy diversos, algunos de ellos sólo parcialmente conocidos, que influyen en los cursos de acción y en sus resultados.

La toma de decisiones de gestión económico–empresarial se supone que ha de ser realizada por individuos de los que se predicen ciertas características, como son la preparación específica, la racionalidad, los conocimientos adecuados, la intuición y el sentido común, que aseguren, o al menos auguren, su habilidad para tomar “buenas” decisiones.

La evolución de la Economía y de la Gestión de Empresas hacia una gran complejidad funcional y una alta tecnificación, ha hecho que el proceso de decisión precise de soportes lógicos y metodológicos mucho más elaborados que los utilizados en épocas pasadas recientemente. A través de los mismos se ha de facilitar el análisis, no solo cualitativo, de la “bondad” de las decisiones a tomar y de sus consecuencias. En este ámbito, parece conveniente poner a disposición de los futuros decisores herramientas que permitan evaluar alternativas, tomar decisiones y analizar los resultados de las mismas, realizando el oportuno seguimiento de sus efectos. Estas herramientas forman parte de los contenidos que nos puede ofrecer la Teoría de la Decisión, en su vertiente de disciplina matemática.

La Teoría de la Decisión incluye una amplia gama de métodos y modelos que afrontan el proceso de decisión desde diversas perspectivas o corrientes de pensamiento: la *positiva o empírica* que pretende **explicar**, mediante sus elaboraciones lógicas, cómo son las decisiones, cómo se toman y además predecir cómo se van a seguir tomando y la *normativa*, que **deduce cómo deberían comportarse los agentes decisores a partir de ciertas hipótesis de racionalidad** que son previamente estructuradas a partir de lo que se considera intuitivo o de sentido común.

Existe otro enfoque que completa el marco anterior y quizás sea de mayor interés aquí: tal es el enfoque *prescriptivo que proporciona una serie de instrumentos*

analíticos de ayuda a los centros decisores, que tienen que abordar los problemas decisionales propios de los gestores económico-empresariales y que encuadra nuestra propuesta metodológica.

2- Soporte lógico a la decisión: los modelos.

La Teoría Económica, en general, suministra modelos acerca de lo que un Decisor debe hacer por su interés o por el de la organización que representa, de lo que se entiende en este contexto por comportamiento racional, esto es, atribuye a los agentes económicos comportamientos optimizadores, enmarcándose por ello en la lógica normativa, cuya formulación más conocida es *el principio de comportamiento económico u optimizador*.

Con independencia de la interpretación que se otorgue a tal comportamiento, éste posee una estructura formal análoga a un problema o programa de optimización matemática; así **Intriligator** (1973) afirma que:

"El problema de economizar puede considerarse como la aplicación a la ciencia económica del problema matemático de la optimización, que se define como la elección de valores de ciertas variables de tal modo que maximicen una función sujeta a restricciones."

Así, en los modelos económicos pasivos, como los que estudian el equilibrio general, los modelos de decisión centran su interés en la conducta optimizadora de los sujetos de decisión económica. Así, el postulado básico de la teoría de la conducta del consumidor es que éste trata de maximizar la utilidad, sujeto a las limitaciones que le imponen sus disponibilidades. La acción análoga de la empresa es tratar de maximizar el output, sujeto a la restricción del coste dado. En los modelos activos, del tipo de los de crecimiento económico eficiente, se trata de elegir un curso de crecimiento óptimo. Por ello el problema de economizar, tal como lo define Intriligator, presenta dos vertientes, una estática y otra dinámica.

El problema de la economización estática, trata de resolver la distribución o asignación de recursos escasos entre fines que compiten entre sí en un instante de tiempo determinado. En términos matemáticos, se eligen valores de ciertas variables, llamadas de decisión, dentro de un conjunto dado, conjunto factible, de tal modo que

optimicen una función dada, función objetivo, donde el tiempo no interviene como tal variable, en la formulación del problema. Es decir, el problema de la economización estática es un problema de programación matemática. El problema dinámico aborda una situación similar, pero en ella los objetivos compiten en un intervalo de tiempo, que va desde un instante inicial hasta un instante terminal dados. En términos matemáticos se trata de un problema de control.

Pero la formalización en términos de programas de optimización matemática del principio de comportamiento económico al que nos hemos referido, requiere que se realicen hipótesis específicas tanto acerca de la actuación de los agentes económicos como acerca de los modelos con que éstos operan. Las primeras caracterizarán la *economía* que enmarca las representaciones de la realidad sobre las que se trabaja y las segundas, ligadas a éstas, *los métodos* de optimización que son precisos para su análisis.

A estos métodos nos referimos cuando señalamos que las matemáticas pueden ser soporte de las decisiones en Economía y Empresa, y es que:

"Una de las consecuencias más notables -de la aplicación de las matemáticas a la Ciencia Económica- ha sido que ciertas partes de la teoría económica han vuelto a adquirir interés práctico. Los economistas aconsejan a las empresas sobre planificación, estrategia de negocios, control de stocks, política de precios, gestión de sus haberes de cartera, etc., mientras que antes apenas podían examinar ni siquiera superficialmente estas operaciones.
Morgersten (1963)

Todo proceso de decisión puede concebirse de modo elemental como una elección de "lo mejor" dentro de "lo posible"; los problemas surgen al tratar de definir mejor y posible en cada contexto decisional y es que la estructura lógica de un proceso de decisión conlleva ciertas **etapas**:

- Definición del conjunto de decisiones o conjunto de elección.
- Determinación de la parte de aquel que el decisor pueda alcanzar: conjunto factible.
- Definición de una relación de orden, total o parcial.

- Decisión o elección.

Si fuese posible establecer un orden total en el conjunto de posibilidades reales, *conjunto factible*, el proceso sería elemental; pero si no es posible, el orden es débil, hay empates, se exige la utilización de criterios auxiliares que son muy útiles en caso de conjuntos factibles discretos.

En casos complejos, en los el conjunto factible es continuo, no es aplicable lo anterior, al no poder enumerar todas las posible opciones

La decisión debe descansar entonces sobre un soporte lógico que represente ajustadamente el problema real: un modelo matemático.

La construcción de modelos es compleja, ya que han de ser validos, representando lo que se pretenden, y fiables, han de hacerlo verazmente, y se desarrolla en varias **etapas**:

1. Observación, selección de variables significativas.
2. Establecimiento hipótesis.
3. Formulación de ecuaciones, representación mediante isocuantas.
4. Fijación de parámetros o especificación del modelo.
5. Explotación del modelo:
 - a. Resolución
 - b. Análisis de su funcionalidad.
6. Contrastación resultados: conclusiones.

Ignizio (1976) afirma que *los modelos de decisión son simplemente un medio para un fin*: representar, en cierto grado, un problema existente y tratan de proporcionar las herramientas adecuadas para la toma de decisiones.

Si el modelo es bueno, es de esperar que su solución represente una buena aproximación de la solución del sistema real y, aunque raramente coinciden las

soluciones de sistema y modelo, no deben restarse importancia ni utilidad a éste, pero es un factor que ha de ser tenido en cuenta.

Las características de **representación y simplificación** que ha de tener un modelo son difíciles de conjugar en la práctica, y por ello debe buscarse un cierto grado de equilibrio para evitar que el modelo sea tan simple que no sea adecuado para representar un determinado problema económico, ni tan complicado que impida destacar las relaciones básicas del sistema económico, resultando la obtención de conclusiones difícil, por lo inmanejable del modelo.

3- Soporte cuantitativo a la decisión: los métodos.

3-1 Paradigma monocriterio.

En el planteamiento tradicional de un problema de decisión se supone implícitamente que las preferencias del decisor se pueden representar matemáticamente mediante una *única* función, la función objetivo, que permitirá ordenar las decisiones posibles asignando, a cada una de ellas, un cierto índice de deseabilidad, determinado basándose en ciertas hipótesis sobre la “racionalidad” esperada del Decisor. A partir de aquí, recurriendo a técnicas matemáticas más o menos complicadas, se define la **solución óptima** al problema, como aquella que es “mejor” par Decisor

La Programación Matemática es el conjunto de técnicas con que la Matemática aborda el estudio general de estos problemas de optimización en el marco decisional **monobjetivo**, estático y de decisor único.

La inclusión en la troncalidad de un curriculum de Economía y Gestión de Empresas de los instrumentos analíticos de optimización estática, es en nuestra opinión incuestionable, ya que debiéramos, a través de las materias de nuestro ámbito de conocimiento, proporcionar a los alumnos el soporte técnico suficiente para tratar este tipo de problemas.

Deberíamos ser cuidadosos en el detalle de las técnicas que entendemos que son básicas, pues ocurre que las que son elementales forman parte de los programas de bachillerato, y no obstante suelen repetirse, y las más sofisticadas no solemos incluirlas, en general, en los nuestros. La programación clásica, libre o restringida, pertenece al primer grupo y la programación convexa y/o diferenciable al segundo.

Consideramos, que el problema de la programación libre desempeña un papel básico en la Teoría de la Programación Matemática y en sus algoritmos, puesto que algunos tipos de programas con restricciones pueden convertirse en programas sin ellas, mediante reducciones en el número de variables y la mayoría de los algoritmos aplicados a la resolución de programas restringidos están constituidos por un proceso iterativo que, en cada iteración, precisa resolver programas sin restricciones. Además, en los campos de la Estadística y de la Econometría, aparecen importantes problemas - como el ajuste de datos mediante modelos de regresión lineal y no lineal- que requieren la solución de programas sin restricciones, cuestión ésta que les proporciona aún mayor interés.

El estudio de los programas lineales, convexos y diferenciables, sí suele estar incluido en los programas de nuestros currícula. Por su especial interés y aplicabilidad deben seguir formando parte de los mismos, con especial detalle. Un buen número de programas de ordenador permiten abordar la resolución de problemas reales, de dimensiones medias, que suelen de gran interés para los alumnos, puesto que les hacen ver que realmente las matemáticas “valen para algo”.

La Programación Lineal ha demostrado tener una enorme gama de aplicaciones en la economía y la empresa, especialmente en la elección de técnicas o factores de producción para obtener un determinado nivel de producción con un coste mínimo o máximo beneficio. Junto con el análisis input-output y la Teoría de Juegos, se podría considerar entre los antecedentes de la llamada Economía Lineal.

Los problemas prácticos de funcionamiento, evaluación de proyectos, catalogación, programación y asignación de recursos, transporte, y otros, que surgen en las empresas y organismos públicos son resolubles mediante algoritmos específicos fundamentados en la programación lineal.

La Teoría de Juegos o análisis de problemas de conflicto o juegos de estrategia, constituye el soporte metodológico de problemas de decisión con más de un actor. Los problemas de decisión en grupo, elección social y votaciones tienen esta estructura. Se ha utilizado en situaciones de mercado en las que el comportamiento de cada participante depende de las acciones de todos los demás, tanto en situaciones de dúopolio como de oligopolio.

Tanto los programas lineales con estructura especial como la teoría de juegos, deben ser incluidos en nuestros currícula como opciones o seminarios de libre elección, por lo que aportan a la comprensión y manejo de la realidad profesional de nuestros egresados.

Pero son muy pocas las situaciones en que se persigue optimizar una sola función objetivo, hemos de plantear la realidad con una mayor dosis de realismo y lo haremos presentando otro paradigma decisional de mas interés:

3-2 Paradigma multicriterio.

Es habitual que el ser humano deba tomar decisiones sobre problemas de cierta complejidad que incluyen varios objetivos, que pueden ser total o parcialmente conflictivos entre sí, de manera que la mejora en cualquiera de ellos puede empeorar el valor de otros, objetivos que son evaluados de acuerdo a múltiples criterios y donde no es evidente “la mejor” u óptima alternativa. Friedman, en su “Teoría de precios” de 1962 afirma que,

“Sólo son económicos los problemas en los que subyace la existencia de criterios múltiples, si el problema de decisión se establece sobre la base de un único criterio el problema es tecnológico.”

otros autores, como Zeleny, 1982 señalan la misma idea:

“No hay toma de decisiones si no se tienen presentes al menos dos criterios. Si solamente existe un criterio, basta con una mera medición y búsqueda para adoptar una decisión.”

Ahora bien, como puede deducirse fácilmente, las situaciones en que tomar una decisión exige evaluar múltiples objetivos son más complejas que aquéllas en las que se tiene en cuenta uno único, pero, dado que se corresponden más con la realidad de los procesos humanos de toma de decisiones, presentan un mayor interés.

La flexibilidad y adaptabilidad es una de las características que sobresalen en los métodos de decisión Multicriterio, ya que, de hecho, cualquier decisión será el resultado de una combinación o compromiso entre los objetivos contrapuestos a los que se ha de enfrentar un decisor. Así, un modelo que muestre explícitos los diferentes

criterios y objetivos puede ser utilizado como un instrumento de búsqueda del consenso, siendo ésta una de las más interesantes facetas del análisis multicriterio.

Son muchos los problemas de naturaleza económica que se caracterizan porque en la elección de la mejor decisión se han de tener en cuenta varios criterios y, por tanto, se desea alcanzar más de un objetivo. La programación multiobjetivo y, en general, la teoría de la **decisión multicriterio**, se encarga de la resolución de problemas de este tipo y, por tanto, existen muchos trabajos en los que se aplica dicha teoría a problemas de naturaleza económica. Así, en el apéndice bibliográfico del libro del profesor Romero (1993) se dan muchas referencias de aplicaciones a diferentes áreas de la economía, tales como finanzas, inversión, mercadotecnia, producción, programación económica o recursos ambientales o naturales.

Aceptada la existencia de múltiples criterios en los procesos de decisión reales, nos encontramos con que, a diferencia de lo que ocurre cuando se adopta la hipótesis de criterio único, la ordenación de las alternativas es parcial, de tal forma que aparece un subconjunto de las mismas, denominado *conjunto eficiente*, dentro del cual no es posible establecer una jerarquía, por lo que se debe decidir entre las diversas posibilidades que ofrece dicho conjunto. Por tanto, en general, en estos problemas no existe solución óptima en el sentido utilizado en la programación matemática tradicional.

Las técnicas de decisión multicriterio, **M.C.D.M.**, se suelen dividir en dos grandes bloques, según las características de los problemas que afronten:

- **M.A.D.M.** -Técnicas de Decisión Multiatributo, dedicadas al estudio de problemas en los que las relaciones atributos-objetivos son sencillas y permiten identificar ambos conceptos y donde el conjunto de posibles decisiones es discreto; son técnicas asociadas a la idea de selección entre alternativas predeterminadas.
- **M.O.D.M** - Técnicas de Decisión Multiobjetivo o bien de Optimización Multiobjetivo, asociadas a la idea de búsqueda de alternativas eficientes, donde el conjunto de decisiones se considera continuo y donde los objetivos vienen descritos en términos de funciones $z_k(\mathbf{x})$.

La información disponible para modelizar y posteriormente resolver un problema es relevante para la clasificación de las técnicas multicriterio. Según sea tal flujo podemos distinguir entre métodos sin información y métodos con información.

Los **métodos sin información** son aquellos que se basan únicamente en la estructura matemática del problema, sin tener ningún conocimiento previo de las preferencias del decisor. Solamente se pueden abordar a través de las llamadas "*técnicas generadoras*" que dan como solución del modelo un conjunto de puntos eficientes.

Entre las técnicas generadoras figuran los denominados "*Métodos Escalarizantes*", que tienen en común la idea de convertir todas las funciones objetivo en una sola; proporcionan información sobre las tasas de intercambio entre los distintos objetivos y sirven como punto de partida para otras técnicas. Uno de ellos es el *Método de las Ponderaciones*, otro el denominado *Método de la Restricción*. Otro método escalarizante de gran interés, particularmente para problemas bi-objetivo, es el denominado *Programación Compromiso*, que se basa en el concepto de *punto ideal* y trata de encontrar la combinación de valores para las funciones objetivo factibles más cercanas al mismo.

En los *métodos con información* el decisor manifiesta sus preferencias. Si esta información es disponible antes de la formulación de los modelos, puede ser recogida en los niveles de aspiración y en el establecimiento de prioridades entre objetivos. En este caso no sólo se trata de formular y resolver el problema planteado, sino de intentar que las soluciones que se obtengan se ajusten a las preferencias expresadas por el decisor.

Dentro del conjunto de métodos con información a priori destaca la **Programación por Metas**. Con este método se pretende determinar soluciones que resulten *satisfactorias* para el decisor, no óptimos en el sentido estricto, razón por la que aquél deber fijar a priori los umbrales que acoten sus expectativas respecto del resultado de la decisión que, junto con los objetivos de referencia, constituyen *las metas* o goals. la metodología *Goal Programming* se enmarca dentro de los llamados "*métodos satisficentes*" en el sentido de **Simon**.

Métodos con información de gran interés son los denominados *métodos interactivos*, donde el intercambio de información se realiza de manera continuada a lo largo de la resolución del problema, lo que permite ir actualizando de forma progresiva las estimaciones iniciales sobre preferencias, pesos y cualquier otro dato que pueda ser aportado por el decisor.

Las técnicas Multiatributo podrían ser objeto de otro trabajo, por su estructura mas alejada de los problemas monocriterio que nuestros alumnos conocen, o deben conocer, con carácter general.

4-Epílogo.

Creemos que con este trabajo hemos puesto de manifiesto los contenidos de carácter matemático que permiten modelizar y resolver los problemas de decisión a los que se han de enfrentar nuestros alumnos, no todos, si no aquellos que, en el futuro, trabajen realmente en gestión y dirección económica de empresas.

Los métodos monocriterio forman parte de la troncalidad hasta ahora vigente y que continua propuesta para los nuevos planes de estudio, en el marco de Bolonia. La metodología multicriterio sigue ausente, con carácter general de nuestra oferta.

Proponemos incluir en los nuevos planes de estudio una asignatura, en oferta optativa, que incluya los diversos métodos y técnicas cuantitativas de optimización multicriterio que entendemos enriquecerían notablemente la capacidad de análisis decisonal de estos futuros profesionales.

Y es que:

•La función de las matemáticas como instrumento de la formación de los alumnos se apoya en algunas de sus características más notables; razonamiento lógico, precisión, rigor, abstracción, formalización y belleza. Se espera conseguir que esas cualidades de las matemáticas acaben contribuyendo a que el alumno alcance esas capacidades y otras tales como la actitud crítica, la capacidad de discernir lo esencial de lo accesorio, el aprecio por la obra intelectual bella y la valoración de la potencia de la ciencia”

•Cortes Españolas Comisión Mixta de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Febrero 1999

5-Bibliografía.

- Arenas Parra, M. (1999): Proyecto Docente y de Investigación. Universidad de Oviedo. Asturias.
- Bilbao Terol, A. (1992): Proyecto Docente y de Investigación. Universidad de Oviedo. Asturias.
- Chiang, A. (1977): Métodos fundamentales de Economía matemática. Amorrortu, Buenos Aires.
- Cournot, A. (1969): Investigaciones acerca de los principios Matemáticos de la Teoría de las Riquezas. Alianza, Madrid.
- Friedman, M (1990): Teoría de Precios, Ed. Alianza. Madrid.
- Ignacio, J. P. (1976): Goal programming and Extensions. Lexington Books, Mass. D.C. Heath, Lexington.
- Ignacio, J. P. (1981): Linear Programming in Single & Multiple Objective Systems, Prentice Hall. Englewood Cliffs, N.J.
- Intrilligator, M.D. (1973): Optimización Matemática y Teoría Económica. Prentice-Hall, Madrid.
- Rodríguez Uría, M:V. (1999): Proyecto Docente y de Investigación. Universidad de Oviedo. Asturias.
- Romero, C. (1993): *Teoría de la decisión multicriterio: conceptos, técnicas y aplicaciones*. Alianza Editorial, Madrid.
- Simon, S.A. "(1979): "La toma racional de decisiones en la empresa" *Economía y Empresa 10*, pp 94-114
- Zeleny, M. (1973): "Compromise Programming". *Multiple Criteria Decision Making*. Eds. J.L. Cochrane and M. Zeleny. University of South Carolina Press, Columbia, pp 262-301, 1973.
- Zeleny, M. (1982): *Multiple Criteria Decision Making*, McGraw-Hill. N.Y.