

# **ANÁLISIS INPUT-OUTPUT ESTOCÁSTICO DE MULTIPLICADORES BASADOS EN MATRICES DE ORIGEN Y DESTINO**

José Manuel Rueda Cantuche

*Universidad Pablo de Olavide de Sevilla y Centra*

Thijs ten Raai

*Universidad de Tilburg (Países Bajos)*

## **RESUMEN**

En la literatura existente, la construcción de coeficientes técnicos está ligada a matrices de origen y destino, aunque la aleatoriedad para el cálculo de multiplicadores a través de la matriz inversa de Leontief se imponga sobre dichos coeficientes y no sobre dichas matrices. Debido a la no linealidad de la matriz inversa de Leontief, los multiplicadores así calculados se presumen sesgados (en particular, infraestimados). El objetivo de este artículo es dejar que la propia información sobre consumos intermedios y producciones a nivel de establecimientos sea la que nos sirva de base para el cálculo de multiplicadores input-output, insesgados y consistentes, de producción y empleo para la economía andaluza. Las matrices de origen y destino no deben ser necesariamente cuadradas, no se emplea la matriz inversa de Leontief ni se producen los problemas asociados a la construcción de una matriz de coeficientes técnicos (tales como posibles coeficientes negativos, por ejemplo).

## 1. INTRODUCCIÓN

El análisis input-output se centra en torno a una matriz de coeficientes técnicos  $A = (a_{ij})_{i,j=1, \dots, n}$  (donde  $n$  es el número de productos). Una parte de la literatura existente relaciona dicha matriz con la información sobre consumos intermedios y producciones que se enmarca dentro del sistema nacional de cuentas (tablas de origen y destino). Otra parte de la literatura utiliza la matriz de coeficientes técnicos tanto con un propósito de análisis económico estricto, en particular, para el cálculo de multiplicadores a partir de la matriz inversa de Leontief, como para un estudio de la transmisión de la aleatoriedad asumida desde los coeficientes técnicos hacia los multiplicadores. Desgraciadamente, estos dos cuerpos de literatura parecen estar demasiado distantes. La aleatoriedad impuesta en los coeficientes técnicos dentro del análisis de multiplicadores es más bien asumida que deducida empíricamente a partir de los datos sobre los que se basan sus estimaciones. Dietzenbacher (1995) relaciona la información sobre flujos intersectoriales con las estimaciones obtenidas de multiplicadores. No obstante, dichos flujos no son propiamente tablas de origen y destino, sino más bien tablas de transacciones intersectoriales. Es evidente pues, que es absolutamente necesario establecer un puente entre estos dos cuerpos de literatura existentes. Por un lado, se revisará brevemente la literatura que relaciona la información sobre consumos intermedios y producciones con la construcción de matrices de coeficientes técnicos, tanto desde un punto de vista determinístico como estocástico. Por otro lado, también se revisará la literatura existente que, sobre supuestos estocásticos, utiliza la matriz de coeficientes técnicos, a través de la matriz inversa de Leontief, como instrumento para análisis económicos de impacto. En definitiva, analizaremos cómo utilizar la información proporcionada por los consumos intermedios y las producciones a nivel de establecimientos para llegar directamente al cálculo de multiplicadores y de sus intervalos de confianza.

Quizás, la razón por la que este nuevo vínculo no se haya expuesto hasta ahora sea el hecho de que tanto la construcción de matrices de coeficientes técnicos a partir de matrices de origen y destino como el cálculo de multiplicadores, no son transformaciones lineales, lo que dificulta el análisis que posteriormente abordaremos en este trabajo. Existen, en cambio, resultados parciales pero ninguno concluyente. Se mantienen importantes problemas, tales como la negatividad de los coeficientes técnicos resultantes como consecuencia de aplicar la tecnología de producto para la construcción

de una matriz de coeficientes técnicos, o el sesgo obtenido en los multiplicadores calculados a partir de la matriz inversa de Leontief. En este sentido, no parece ser muy atractiva la tarea de entremezclar ambos problemas y encontrar una única solución para ambos. Mas para nuestra sorpresa, esto fue posible debido a que cuando se plantea teóricamente la formulación combinada del cálculo de los multiplicadores en términos de las matrices de origen y destino, una limitación neutraliza a la otra. Esto es, la forma simplificada o reducida de la combinación de dos formulaciones matriciales no lineales nos condujo a una expresión matricial donde el análisis econométrico lineal al uso resulta de aplicación. Los coeficientes de regresión del modelo econométrico lineal resultante serán los multiplicadores, que convenientemente estimados tendrán las propiedades de insesgadez, linealidad y consistencia.

En el próximo apartado, revisaremos el cuerpo de literatura que relaciona los datos sobre flujos económicos con los coeficientes técnicos, tanto desde un punto de vista determinístico como estocástico. El tercer apartado hará la correspondiente revisión sobre el cuerpo de literatura que toma como puntos de partida determinados supuestos estocásticos con el objetivo de calcular multiplicadores y realizar estudios de impacto a través de la matriz inversa de Leontief. El cuarto apartado realiza el análisis que une ambos cuerpos de literatura en virtud de la utilización de los consumos intermedios y las producciones por establecimientos como instrumento para el cálculo directo de multiplicadores. El penúltimo apartado presenta los resultados obtenidos para la economía andaluza respecto al caso de los multiplicadores de producción y empleo, concluyéndose con el séptimo apartado, la bibliografía y un apéndice que formaliza el problema de la valoración de consumos y producciones (precios básicos frente a precios de adquisición).

## **2. DESDE LAS MATRICES DE ORIGEN Y DESTINO HACIA LOS COEFICIENTES TÉCNICOS**

Una matriz de destino  $U = (u_{ij})_{i,j=1, \dots, n}$  comprende los productos  $i$  consumidos por los sectores  $j$ , y una matriz de origen  $V = (v_{ij})_{i,j=1, \dots, n}$  nos muestra la producción de los sectores  $i$  en términos de los productos  $j$ . Así, las necesidades de consumos intermedios del producto  $i$  por el sector  $j$  serán proporcionales a sus producciones  $v_{jk}$ . Si además asumimos que los coeficientes de proporcionalidad,  $a_{ik}$ , son independientes de los sectores (hipótesis de tecnología de producto), obtendremos que:

$$u_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} v_{jk} \quad \forall i, j = 1, \dots, n, \quad \text{o bien,} \quad U = A V^T. \quad (1)$$

siendo cualquier matriz de coeficientes técnicos  $A$  que cumpla esta ecuación completamente consistente con los fundamentos teóricos del análisis input-output (Konijn y Steenge, 1995). Kop Jansen y ten Raa (1990) llegan a idéntica conclusión después de haber revisado con profundidad los diversos métodos existentes para construir una matriz de coeficientes técnicos sobre la base de matrices de destino y de origen no diagonales (véase también ten Raa y Rueda Cantuche, 2003). Dichos autores demostraron que la estructura axiomática planteada no solo impone restricciones en la elección del método a seguir sino que determina como solución única la hipótesis de tecnología de producto para construir una matriz de coeficientes técnicos a partir de matrices de origen y destino. Asimismo, ten Raa y Rueda Cantuche (2003) demuestran que solo bajo ciertas restricciones se puede mejorar el grado de cumplimiento de estos axiomas por parte de otros métodos distintos de tratamiento de producciones secundarias.

Sin embargo, la hipótesis de tecnología de producto tiene sus propias limitaciones. En primer lugar, la matriz de origen debe ser necesariamente cuadrada para poder invertirla, esto es, necesitaremos el mismo número de productos que de sectores. En segundo lugar, no se garantiza una matriz de coeficientes técnicos resultante no negativa. Existe una amplia literatura al respecto sobre cómo abordar el problema de los negativos (véase Rueda Cantuche, 2004). Desde el trabajo pionero de Edmonston (1952), las causas de la negatividad de los coeficientes técnicos que se obtienen al aplicar la hipótesis de tecnología de producto han sido asignadas a errores de medida, tecnologías coexistentes para la producción de un mismo producto o problemas de agregación [ten Raa (1988), ten Raa y van der Ploeg (1989), Konijn y Steenge (1995)]. Almon (1970, 2000) sugiere un método numérico iterativo que proporciona matrices de coeficientes técnicos no negativas, a la vez que Rainer y Richter (1992) señalan que los datos sobre consumos intermedios y producciones a nivel de establecimientos deben tratarse de tal manera que utilizando la tecnología de producto no se obtenga una matriz de coeficientes técnicos con algún elemento menor

que cero. Naturalmente, estas propuestas no están libres de crítica en absoluto (véase Armstrong, 1975; Stahmer, 1985 y ten Raa, Chakraborty y Small, 1984).

### **3. MULTIPLICADORES INPUT-OUTPUT ESTOCÁSTICOS**

En toda la literatura revisada sobre análisis input-output estocástico, los coeficientes técnicos han sido el punto de partida para el análisis de las propiedades probabilísticas de la matriz inversa de Leontief, esto es,  $(I-A)^{-1}$ . Desde un enfoque estocástico, se plantearon interrogantes respecto a cómo podían afectar los supuestos probabilísticos que se asumían en los coeficientes técnicos a los multiplicadores así obtenidos o, cuáles serían las propiedades de la distribución de probabilidad teórica seguida por la matriz inversa de Leontief. Los primeros estudios que se pueden citar en el análisis input-output estocástico son Evans (1954), Christ (1955), Quandt (1958, 1959), Yershov (1969) y Park (1973). Sus contribuciones más importantes extendieron el análisis probabilístico al cálculo de multiplicadores y de sus repercusiones sobre la producción total, realizando para ello diversos supuestos estocásticos sobre los coeficientes técnicos. Para una revisión más detallada de estas contribuciones, véase Jackson y West (1989) y Kop Jansen (1994). Posteriormente, Simonovits (1975) demostró que si todos los elementos de una matriz de coeficientes técnicos son independientes, aleatorios y simétricamente distribuidos, entonces el valor esperado de la matriz inversa de Leontief queda infraestimado por la matriz inversa de Leontief del valor esperado de  $A$ :

$$E\left[(I-A)^{-1}\right] \geq (I-E[A])^{-1}. \quad (2)$$

Sin embargo, el supuesto de que los errores en los coeficientes técnicos son independientes no puede ser tenido en cuenta de forma seria dado que dichos coeficientes se construyen a partir de las matrices de origen y destino (Kop Jansen, 1994; Dietzenbacher, 1995). Existen numerosos estudios que tratan de soslayar la hipótesis de independencia [Lahiri, (1983); Lahiri y Satchell, (1985); Dietzenbacher, (1991); Kop Jansen, (1994); Flåm y Thorlund-Petersen, (1985)].

Finalmente, Kop Jansen (1994) consigue especificar aquella distribución de los errores que conduce a cotas inferiores mínimas para el sesgo (ten Raa y Kop Jansen,

1998)<sup>1</sup>. West (1986) supone que los errores en los coeficientes técnicos son independientes e idénticamente distribuidos según una distribución normal con media cero y varianza conocida. Con este punto de partida, deduce una serie de fórmulas para el cálculo de aproximaciones de la media y varianzas de los multiplicadores input-output así como sus intervalos de confianza. Sin embargo, ten Raai y Steel (1994) señalan que el supuesto de normalidad en los coeficientes técnicos no admite momentos finitos para los elementos de la matriz inversa de Leontief. Básicamente, el supuesto de normalidad no solo implica que los coeficientes técnicos pueden tomar valores negativos con probabilidad positiva sino que también pueden existir matrices no negativas con radio espectral mayor que la unidad y con probabilidad positiva. De forma alternativa, estos autores proponen una estructura estocástica distinta para los coeficientes técnicos que se basa en la distribución beta, la cual solo toma valores dentro del intervalo unitario.

#### **4. MULTIPLICADORES INPUT-OUTPUT: SU RELACIÓN CON LOS CONSUMOS INTERMEDIOS Y PRODUCCIONES POR ESTABLECIMIENTOS**

Un multiplicador de producción para el sector  $j$  vendría dado por el valor total de la producción generada en toda la economía para satisfacer una variación unitaria de la demanda final de los productos característicos de dicho sector. Los multiplicadores de empleo medirían el número de empleados esperado que se generaría como consecuencia de una variación unitaria en la demanda final de los productos característicos del sector  $j$ . En lo que sigue asumiremos la hipótesis de tecnología de producto tanto para el conjunto de consumos intermedios como para el factor trabajo.

##### **4.1. Multiplicadores de empleo**

Según la tecnología de producto, los coeficientes de empleo vendrán expresados de la siguiente manera:

---

<sup>1</sup> Dietzenbacher (1995) asume que la tabla de transacciones es fuente de errores aleatorios. Construye una matriz de coeficientes técnicos a partir de unas tablas input-output sector por sector y demuestra que, bajo ciertas condiciones e independientemente del sesgo original de los errores o de su independencia, los resultados de Simonovits (1975) no se cumplen. Además, Roland-Holst (1989) utiliza datos empíricos dentro de un marco de simulación de Monte Carlo para concluir que los estimadores lineales de multiplicadores input-output son insesgados.

$$L = l V^T, \quad (3)$$

donde  $L$  es un vector fila que representa el número de empleados en términos absolutos (de orden  $n$ ),  $l$  un vector fila que especifica los coeficientes de empleo y  $V^T$  la matriz de origen no diagonal transpuesta. De esta forma:

$$l = L V^{-T} \quad (4)$$

y la fórmula para calcular los multiplicadores de empleo ( $\lambda$ ) sería (ten Raa, 1995):

$$\lambda = l (I - A)^{-1}. \quad (5)$$

A través de la expresión matemática basada en la hipótesis de tecnología de producto, demostraremos que el cálculo de los multiplicadores de empleo a partir de (5) se convierte en un análisis de regresión lineal múltiple, donde los coeficientes de regresión a estimar son precisamente dichos multiplicadores. Esto sin duda permitirá obtener estimadores lineales, insesgados y consistentes así como calcular intervalos de confianza. De esta manera, los problemas de la infra- o sobreestimación de la matriz inversa de Leontief y de la dependencia o independencia de los errores quedarían soslayados. Obsérvese además que el punto de partida de nuestro análisis no serán los coeficientes técnicos ni ningún supuesto estocástico sobre ellos, sino más bien la información subyacente a las matrices de origen y destino y, por ende, al cálculo de dichos coeficientes.

A partir de la ecuación (4) y suponiendo la hipótesis de tecnología de producto, obtenemos que:

$$\lambda = L V^{-T} (I - UV^{-T})^{-1} = L [(I - UV^{-T}) V^T]^{-1} = L (V^T - U)^{-1}. \quad (6)$$

con lo que entonces, a partir de matrices de origen y destino rectangulares, los multiplicadores de empleo se podrían calcular por medio de una regresión lineal múltiple tal que:

$$L = \lambda (V^T - U) + \varepsilon, \quad (7)$$

donde  $L$  es un vector fila de orden  $m$  que representa el número de empleados por cada establecimiento,  $\lambda$  un vector fila de orden  $n$  que comprende los multiplicadores de empleo por cada producto,  $V$  la matriz de origen de orden  $m \times n$ ,  $U$  la matriz de destino de orden  $n \times m$  y  $\varepsilon$  un vector fila de orden  $m$  que representan perturbaciones aleatorias independientes y normalmente distribuidas con media cero y varianza constante. Nótese que  $m$  es el número de establecimientos incluidos en la muestra o el número de observaciones de la regresión lineal. En el apartado sexto se mostrarán los resultados de una aplicación empírica realizada para la economía andaluza según el Marco Input-

Output de Andalucía para el año 1995 (IEA, 1999). Toda la información necesaria para llevar a cabo este análisis fue proporcionada, previa petición, por el Instituto de Estadística de Andalucía (IEA, en adelante).

#### 4.2. Multiplicadores de producción

Los multiplicadores de producción,

$$\mu = e^T (I - A)^{-1}, \quad (8)$$

también pueden expresarse en función de las matrices de origen y destino, suponiendo la hipótesis de tecnología de producto:

$$\begin{aligned} \mu &= e^T (I - UV^{-T})^{-1} = e^T V^T [(I - UV^{-T}) V^T]^{-1} = \\ &= e^T V^T (V^T - U)^{-1}. \end{aligned} \quad (9)$$

Esto es, a partir de matrices de origen y destino rectangulares, los multiplicadores de producción se podrían calcular por medio de una regresión lineal múltiple tal que:

$$e^T V^T = \mu (V^T - U) + \varepsilon, \quad (10)$$

donde  $e^T V^T$  es un vector fila de orden  $m$  que representa las producciones totales de cada establecimiento,  $\mu$  un vector fila de orden  $n$  que comprende los multiplicadores de producción por cada producto,  $V$  la matriz de origen de orden  $m \times n$ ,  $U$  la matriz de destino de orden  $n \times m$  y  $\varepsilon$  un vector fila de orden  $m$  que representan perturbaciones aleatorias independientes y normalmente distribuidas con media cero y varianza constante. Nótese que  $m$  es de nuevo el número de establecimientos incluidos en la muestra o el número de observaciones de la regresión lineal. En el apartado sexto se mostrarán, al igual que para los multiplicadores de empleo, los resultados de una aplicación empírica realizada para la economía andaluza según el Marco Input-Output de Andalucía para el año 1995.

## **5. RESUMEN DE RESULTADOS<sup>2</sup>**

### **5.1. Multiplicadores de empleo**

El número total de establecimientos que se incluyen en nuestro estudio es el de 18.084. El modelo ha sido estimado para 87 productos por mínimos cuadrados ordinarios habiéndose tenido que calcular la matriz apropiada de varianzas y covarianzas de los estimadores de los coeficientes de regresión utilizando el estimador de White (White, 1980) para casos de presencia de heteroscedasticidad en muestras de gran tamaño y cuya forma no es conocida. En el modelo estimado no se encuentran problemas de autocorrelación ni de multicolinealidad. En este último aspecto, cabe señalar que solo 12 de 7.482 posibles correlaciones son mayores que 0,5, siendo solo una de ellas mayor que 0,75. Así, el modelo arroja un coeficiente de determinación igual a 0,9948 con 11 coeficientes no significativos de un total de 87, a un nivel de confianza del 95%.

Las dos principales conclusiones que podemos extraer del modelo son las siguientes: (a) en la mayoría de los casos los multiplicadores obtenidos a partir de las matrices de origen y destino publicadas por el IEA están sobreestimados y no infraestimados, como se podría deducir de la teoría al respecto; y (b) existe, en general, una relación positiva entre el sesgo de los multiplicadores de empleo y las producciones secundarias de una economía.

En primer lugar, cabe destacar que en 57 de 87 productos los multiplicadores de empleo resultantes son sistemáticamente inferiores a los calculados con las matrices de origen y destino publicadas por el IEA. Por el contrario, solo 19 productos tienen multiplicadores de empleo superiores<sup>3</sup>. No cabe duda de que estos resultados pueden parecer, en principio, opuestos a los de Simonovits (1975). No obstante, hay que recordar que para que podamos asumir la infraestimación de la matriz inversa de Leontief según dicho autor, deben darse unos determinados supuestos ciertamente restrictivos, como la independencia de los coeficientes técnicos, por ejemplo. Así pues, nuestros resultados no deben contradecir los de este autor ya que no partimos de los mismos supuestos. En definitiva, dado que nuestras estimaciones son insesgadas y

---

<sup>2</sup> Se ruega a todo aquel lector interesado en un mayor detalle de los resultados se remita a ten Raa y Rueda Cantuche (2004).

<sup>3</sup> Nótese que los cálculos de los multiplicadores de empleo a partir de las matrices de origen y destino publicadas por el IEA se corresponderían con la parte derecha de la ecuación (2).

consistentes, parece que en la mayoría de los casos los multiplicadores obtenidos a partir de las matrices de origen y destino publicadas por el IEA están sobreestimados y no infraestimados. Podemos encontrar conclusiones similares en los trabajos de Dietzenbacher (1995) y Roland-Holst (1989).

En segundo lugar, aquellos sectores en los que las actividades secundarias representan un gran porcentaje o bien, aquellos productos que son elaborados en gran medida por el resto de sectores de la economía, distintos del que se consideraría como característico, son lo que conllevan un mayor sesgo, medido éste como la diferencia entre los estimadores hallados por el modelo y los calculados con las matrices de origen y destino publicadas por el IEA.

Desde un punto de vista teórico, en el caso de que un producto sea elaborado en un alto porcentaje por sectores distintos al que correspondería a su sector característico y en el que, a su vez, dicho sector no contara con producción secundaria alguna, es razonable pensar que la mayoría de los otros sectores no tienen porqué ajustarse a la misma tecnología empleada por el sector cuya actividad es principal (y que coincide con la de producto por no haber otro tipo de producciones secundarias). Por ello, la existencia de un mayor sesgo en casos como los servicios de publicidad, servicios de informática o servicios de saneamiento público podrían venir explicados por este hecho.

Por el contrario, en el caso en el que un producto solo sea elaborado por el sector para el que éste es característico junto con el hecho de que dicho sector pudiera tener un elevado porcentaje de actividades secundarias, permite deducir razonablemente que dichas producciones principales son elaboradas con una tecnología distinta a la de producto si el sesgo es elevado. Tales son los casos, por ejemplo, de las producciones de cine, vídeo, radio y televisión y de los productos de la edición, impresos y material grabado. Los otros servicios a las empresas se caracterizan por reunir ambas circunstancias, a saber, un 42,74% de la producción total del sector correspondiente es secundaria y el 41,45% de la producción total de dichos servicios son producidos por sectores distintos a éste.

## **5.2. Multiplicadores de producción**

El número total de establecimientos y de variables explicativas que se incluyen es idéntico al apartado anterior. Del mismo modo, dicho modelo se estimó por mínimos cuadrados ordinarios, utilizando el estimador de White (White, 1980) para calcular la

matriz apropiada de varianzas y covarianzas de los estimadores de los coeficientes de regresión. No se encuentran problemas de autocorrelación y respecto a la multicolinealidad, resulta aplicable el mismo análisis realizado para los multiplicadores de empleo dado que seguimos trabajando con el mismo conjunto de variables explicativas. Así, el modelo arroja un coeficiente de determinación de 0,9993 con 3 coeficientes no significativos de un total de 87, a un nivel de confianza del 95%.

En el caso de los multiplicadores de producción se pueden extraer idénticas conclusiones a las del apartado anterior, que son las siguientes: (a) en general, los multiplicadores calculados a partir de las matrices de origen y destino publicadas por el IEA están sobreestimados y no infraestimados; y (b) existe, generalmente, una relación positiva entre el sesgo de los multiplicadores de producción y las producciones secundarias de una economía.

En primer lugar, en un total de 73 de 87 productos los multiplicadores de producción estimados son sistemáticamente inferiores a los obtenidos con las matrices de origen y destino publicadas por el IEA. Por el contrario, solo 11 productos tienen multiplicadores de producción superiores. Recuérdese que estos resultados no deben contradecir los teóricos propuestos por Simonovits (1975) ya que parten de supuestos distintos. Además, se pueden encontrar conclusiones similares en Dietzenbacher (1995) y Roland-Holst (1989).

En segundo lugar, en consonancia con el análisis realizado para los multiplicadores de empleo, aquellos sectores en los que las actividades secundarias representan un porcentaje importante o bien, aquellos productos que son elaborados en gran medida por el resto de sectores de la economía, distintos del que se consideraría como característico, son lo que conllevan un mayor sesgo, medido éste como la diferencia entre los estimadores hallados por el modelo y los calculados con la información publicada por el IEA.

## **6. CONCLUSIONES**

El cálculo de coeficientes técnicos es objeto de análisis por parte de dos cuerpos de literatura diferentes. Por un lado, la construcción de una matriz de coeficientes técnicos está ligada a las matrices de origen y destino tanto desde un punto de vista determinístico como estocástico. Por otro lado, la aleatoriedad se ha venido imponiendo tradicionalmente sobre los coeficientes técnicos en virtud de determinados supuestos

estocásticos, desarrollándose, posteriormente, estudios de impacto por medio de la matriz inversa de Leontief. No obstante, estos multiplicadores parecen no ser insesgados de acuerdo con Simonovits (1975). Es más, se asume generalmente que la matriz inversa de Leontief calculada a partir de las matrices de origen y destino infraestiman los multiplicadores input-output.

En este trabajo no hemos impuesto ningún tipo de aleatoriedad sobre los coeficientes técnicos. Hemos retrocedido a los datos sobre consumos intermedios y producciones por establecimientos que subyacen no a los coeficientes técnicos mismos, sino a las matrices de origen y destino que sirven para su construcción. La propia información originaria de los establecimientos sobre sus producciones y consumos intermedios serán el punto de partida para configurar un modelo econométrico lineal que solo suponga las hipótesis usuales al respecto. Centramos este nuevo enfoque sobre la base de las matrices de origen y destino con el objetivo de encontrar un método que, haciendo uso del conocimiento actual sobre econometría lineal, obtenga estimadores lineales, insesgados y consistentes de los multiplicadores input-output. En el caso de los multiplicadores de producción y empleo, hemos demostrado que nuestros resultados no están ni infra- ni sobreestimados y que se pueden comportar conforme a una distribución normal. La más que desconocida distribución teórica de los multiplicadores de producción y empleo, asumiendo aleatoriedad tanto en el número de empleados y producciones como en los consumos intermedios y producciones por establecimientos (que conduciría a una simulación de Monte Carlo), se acaba convirtiendo en una distribución normal enmarcada dentro de un modelo de regresión lineal múltiple, que relaciona directamente los multiplicadores con los elementos de las matrices de origen y destino individualizados por establecimientos. Obsérvese que ya no es necesario construir una matriz inversa de Leontief para calcular multiplicadores. Por último, nuestros resultados finales para la economía andaluza nos dan evidencia de que en la mayoría de los casos los multiplicadores obtenidos con las matrices de origen y destino publicadas no están infraestimados, sino todo lo contrario.

Asimismo, las producciones secundarias juegan un papel importante en el sesgo que se produce en los multiplicadores obtenidos con las matrices de origen y destino publicadas por el IEA. Efectivamente, cuanta más relevancia tengan las producciones secundarias en una economía, tanto sobre la producción total de cada sector y/o

producto, tanto mayor puede ser, en general, el error cometido en la estimación del impacto sobre el empleo o la producción de una variación en la demanda final.

En resumen, los institutos de estadística oficiales dedican parte de sus esfuerzos a combinar las matrices de origen y destino para construir tablas input-output simétricas y matrices de coeficientes técnicos. Después, la comunidad científica especializada se encargará de invertir la matriz de Leontief para calcular los multiplicadores de producción, renta y empleo de una economía. Tanto el proceso de construcción de una matriz de coeficientes técnicos como el cálculo de multiplicadores (a través de la matriz inversa de Leontief) son dos operaciones no lineales que no han sido tratadas de manera conjunta y que representaban complejos problemas de transmisión de errores. En este trabajo se muestra como nueva contribución que, a partir de la información suministrada por los establecimientos sobre producciones y consumos intermedios, es posible calcular estimadores insesgados y consistentes de los multiplicadores input-output de producción y empleo así como sus intervalos de confianza, sin necesidad de calcular previamente una matriz de coeficientes técnicos ni la correspondiente matriz inversa de Leontief. Estos resultados pueden ser de utilidad para aquellos investigadores que pretendan calcular la capacidad de generación de empleo y producción de la economía andaluza.

## **7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- ALMON, CLOPPER (1970). “Investment in Input-Output Models and the Treatment of Secondary Products,” capítulo 5 en *Applications of Input-Output Analysis*, ed. por Anne P. Carter y Andrew Brôdy. Amsterdam: North-Holland.
- ALMON, CLOPPER (2000). “Product-to-Product Tables Via Product Technology With No Negative Flows”. *Economic Systems Research*, 12, pp. 27-43.
- ARMSTRONG, A.G. (1975). “Technology Assumptions in the Construction of United Kingdom Input-Output Tables,” capítulo 5 en *Estimating and Updating Input-Output Coefficients*, ed. por R. I. G. Allen y W. F. Gossling. Londres: Input-Output Publishing Co.
- CHRIST, CARL F. (1955). “A Review of Input-Output Analysis”, en *Input-Output Analysis: An Appraisal*, ed. por National Bureau of Economic Research: Studies in Income and Wealth, 18, pp. 137-169. Princeton: Princeton University Press.

- DIETZENBACHER, ERIK (1991). *Perturbations and Eigenvectors*. Tesis Doctoral. Universidad de Groningen: Países Bajos.
- DIETZENBACHER, ERIK (1995). "On the Bias of Multiplier Estimates". *Journal of Regional Science*, 35, pp. 377-390.
- EDMONSTON, J. HARVEY (1952). "A Treatment of Multiple-Process Industries". *Quarterly Journal of Economics*, 66, pp. 557-571.
- EVANS, W. DUANE (1954). "The Effect of Structural Matrix Errors on Interindustry Relations Estimates". *Econometrica*, 22, pp. 461-480.
- FLÅM, SJUR D. y LARS THORLUND-PETERSEN (1985). "Underestimation in the Leontief Model". *Economic Letters*, 18, pp. 171-174.
- INSTITUTO DE ESTADÍSTICA DE ANDALUCÍA (1999). *Sistema de Cuentas Económicas de Andalucía. Marco Input-Output 1995*. Sevilla: IEA. 2 vols.
- JACKSON, RANDALL W. y GUY R. WEST (1989). "Perspectives on Probabilistic Input-Output Analysis", capítulo 15 en *Frontiers of Input-Output Analysis*, ed. por Ronald E. Miller, Karen R. Polenske y Adam Z. Rose. Nueva York: Oxford University Press.
- KONIJN, PAULUS J. A. y ALBERT E. STEENGE (1995). "Compilation of Input-Output Data from the National Accounts". *Economic Systems Research*, 7, pp. 31-45.
- KOP JANSEN, PIETER S. M. (1994). "Analysis of Multipliers in Stochastic Input-Output Models". *Regional Science and Urban Economics*, 24, pp. 55-74.
- KOP JANSEN, PIETER S. M. y THIJS TEN RAA (1990). "The Choice of Model in the Construction of Input-Output Coefficients Matrices". *International Economic Review*, 31, pp. 213-227.
- LAHIRI, SAJAL (1983). "A Note on the Underestimation and Overestimation in Stochastic Input-Output Models". *Economic Letters*, 13, pp. 361-366.
- LAHIRI, SAJAL y STEVE SACHELL (1985). "Underestimation and Overestimation of the Leontief Inverse Revisited". *Economic Letters*, 18, pp. 181-186.

- PARK, SE-HARK (1973). “On Input-Output Multipliers with Errors in Input-Output Coefficients”. *Journal of Economic Theory*, 6, pp. 399-403.
- QUANDT, RICHARD E. (1958). “Probabilistic Errors in the Leontief Systems”. *Naval Research Logistics Quarterly*, 5, pp. 155-170.
- QUANDT, RICHARD E. (1959). “On the Solution of Probabilistic Leontief Systems”. *Naval Research Logistics Quarterly*, 6, pp. 295-305.
- RAINER, NORBERT Y JOSEF RICHTER (1992). “Some Aspects of the Analytical Use of Descriptive Make and Absorption Tables”. *Economic Systems Research*, 4, pp. 159-172.
- ROLAND-HOLST, DAVID W. (1989). “Bias and Stability of Multiplier Estimates”. *Review of Economics and Statistics*, 71, pp. 718-721.
- RUEDA CANTUCHE, JOSÉ M. (2004). *Stochastic Input-Output Analysis of the Andalusian Economy*. Tesis Doctoral, Universidad Pablo de Olavide de Sevilla (España).
- SIMONOVITS, ANDRÁS (1975). “A Note on the Underestimation and Overestimation of the Leontief Inverse”. *Econometrica*, 43, pp. 493-498.
- STAHLER, CARSTEN (1985). “Transformation Matrices in Input-Output Compilation”, en *Input-Output Modeling*, ed. por A. Smyshlyaev, 225-236. Nueva York: Springer.
- TEN RAA, THIJIS (1988). “An Alternative Treatment of Secondary Products in Input-Output Analysis: Frustration”. *Review of Economics and Statistics*, 70, pp. 535-540.
- TEN RAA, THIJIS (1995). *Linear Analysis of Competitive Economies*. Hertfordshire: Harvester Wheatsheaf.
- TEN RAA, THIJIS, CHAKRABORTY, DEBESH y J. ANTHONY SMALL (1984). “An Alternative Treatment of Secondary Products in Input-Output Analysis”. *Review of Economics and Statistics*, 66, pp. 88-97.
- TEN RAA, THIJIS y PIETER S. M. KOP JANSEN (1998). “Bias and Sensitivity of Multipliers”. *Economic Systems Research*, 10, pp. 275-283.

- TEN RAA, THIJS y JOSÉ M. RUEDA CANTUCHE (2003). “The Construction of Input-Output Coefficients Matrices in an Axiomatic Context: Some Further Considerations”. *Economic Systems Research*, 15, pp. 439-455.
- TEN RAA, THIJS y JOSÉ M. RUEDA CANTUCHE (2004). “How to estimate unbiased and consistent input-output multipliers on the basis of use and make tables”. Documento de trabajo, No. E2004/14. Fundación Centro de Estudios Andaluces. CentrA.
- TEN RAA, THIJS y MARK F. J. STEEL (1994). “Revised Stochastic Analysis of an Input-Output Model”. *Regional Science and Urban Economics*, 24, pp. 361-371.
- TEN RAA, THIJS y RICK VAN DER PLOEG (1989). “A Statistical Approach to the Problem of Negatives in Input-Output Analysis”. *Economic Modelling*, 6, pp. 2-19.
- WEST, GUY R. (1986). “A Stochastic Analysis of an Input-Output Model”. *Econometrica*, 54, pp. 363-374.
- WHITE, HALBERT (1980). “A Heterocedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heterocedasticity”. *Econometrica*, 48, pp. 817-838.
- YERSHOV, E. B. (1969). “Uncertainty of Information and Stability of Solutions to the Static Planned Input-Output System”. *Problems of Macroeconomic Optimum*. Moscú: Ekonomika, [en ruso].