

ACTIVE AND PASSIVE STOCK MARKET STRATEGIES IN TIMES OF CRISIS

Javier García Rodríguez

Trabajo de investigación 009/016

Master en Banca y Finanzas Cuantitativas

Tutor: Dr. Alfonso Novales Cinca

Universidad Complutense de Madrid

Universidad del País Vasco

Universidad de Valencia

Universidad de Castilla-La Mancha

www.finanzascuantitativas.com

Index Tracking Strategies in Times of Crisis

Javier García Rodríguez

Universidad del País Vasco

Director: Dr. Alfonso Novales Cinca

Universidad Complutense de Madrid

Master en Banca y Finanzas Cuantitativas

Universidad Complutense de Madrid

Universidad de Castilla-La Mancha

Universidad del País Vasco

Universidad de Valencia

www.finanzascuantitativas.com

Índice

Resumen.....	4
1. Introducción.....	5
2. Datos.....	6
3. Ols vs Johansen.....	7
3.1 In Sample.....	9
3.2 Out of Sample.....	10
3.2.1 Precrisis.....	14
3.2.2 Crisis.....	16
4. Long short market neutral strategies.....	18
5. Modelo de corrección del error y regímenes de mercado.....	19
5.1 Regresión por Umbrales.....	20
5.2 Swithing Markov Process.....	21
6. Capacidad predictiva del modelo.....	23
7. Conclusiones.....	26
8. Referencias Bibliográfias.....	26

Anexos

Resumen

En este trabajo se presentan varias aplicaciones de las técnicas de cointegración de activos financieros con un índice de mercado, introducidas por Lucas (1997) y Alexander (1999). Para ello, se emplean datos del Dow Jones Eurostoxx50 y sus componentes desde 3 de Enero de 2002 a 31 de diciembre de 2009.

Primeramente con el objeto de realizar una gestión pasiva o replicar un índice de mercado, se realiza un estudio comparativo entre dos metodologías posibles pero bien diferenciadas, el método clásico de réplica de un índice OLS y el método de Johansen. El segundo además de replicar el índice, también permite la creación de carteras réplica óptimas, según el criterio de selección de activos deseado por el inversor (Varianza, Sharpe, Certain equivalent,...).

En una segunda parte, al igual que en Carol Alexander y Anca Dimitriu (2002), se pasa a una gestión activa de las acciones que componen el índice y se llevan a cabo estrategias riesgo neutrales con el mercado, long short market neutral strategies.

Por último, la evolución de las carteras de gestión pasiva de la primera parte de este trabajo, es modelizada mediante un proceso de Switching Markov similar al llevado a cabo en Carol Alexander y Anca Dimitriu (2005), conduciendo el proceso entre dos regímenes distintos. Alternativamente, de manera más simple y rápida, se diferencia directamente entre regímenes de alta y baja dispersión del Eurostoxx50, por medio de Regresión por Umbrales. Todo ello posibilita encontrar ineficiencias en el mercado, las cuales permiten desarrollar un simple algoritmo de trading, que mejora significativamente el rendimiento de la gestión pasiva y del benchmark.

El conjunto de resultados que se presentan tratan de ofrecer un marco detallado del mecanismo de cointegración, enfatizar en su implementación y explotar sus características fundamentales en la gestión de activos, tales como la reversión a la media del tracking error, mayor estabilidad en las ponderaciones o pesos, permitiendo reponderar con menor frecuencia las carteras, lo que significa menores costes de gestión y un mejor uso de la información contenida en los precios de las acciones.

1. Introducción

Siguiendo con el enfoque tradicional de carteras cointegradas que replican un índice de mercado introducido por Alexander (1999), se buscan carteras que estén altamente correlacionadas con los rendimientos del índice y que a la vez mantengan una misma tendencia o una relación estable a largo plazo, la cual garantiza que la cartera no se desvíe demasiado del índice de mercado y en caso de hacerlo tienda a revertir rápidamente.

Alexander y Anca Dimitriu (2004), mostraron algunas de las propiedades de la cointegración a la hora de replicar un índice de mercado. Principalmente trabajar con precios, permite tener en cuenta las tendencias estocásticas y deterministas en común del conjunto de series temporales, información relevante, que usando rentabilidades, se pierde. De esta manera se consigue mayor estabilidad en los pesos de los activos que forman la cartera réplica, no siendo necesario reponderarlos muy frecuentemente, con una reponderación anual o semestral ya se obtienen buenos resultados, ahorrando de esta manera costes importantes para el inversor o gestor.

Utilizando el estimador de mínimos cuadrados OLS, se consigue estimar unas ponderaciones para dicha cartera, formada por una selección de activos con un peso importante dentro del índice de mercado, realizando una regresión lineal de los precios sobre el propio índice.

Este método, al minimizar los residuos de la regresión estimada al cuadrado, garantiza que las desviaciones de la cartera tengan media cero y además sean las de mínima varianza, por las propiedades de dicho estimador. Lo cual indica que cualquier desviación de la cartera a corto plazo, tiende a retornar a su nivel medio de largo plazo común con el índice y proporciona estabilidad en los

pesos de los activos que la forman. Esto se cumple únicamente si los residuos de esta regresión son estacionarios, lo cual es fácil de comprobar realizando un contraste de raíz unitaria, como por ejemplo Dickey-Fuller.

El método OLS estima un solo vector de betas o de ponderaciones y por lo tanto una cartera de réplica única. Sin embargo el método de Johansen (1988) proporciona todas las relaciones de cointegración existentes entre el conjunto de activos y el índice de mercado. Resulta interesante por tanto estudiar la evolución de la cartera que presenta un mayor nivel de cointegración de todas las estimadas por Johansen frente a la clásica de OLS.

Además es sabido que cualquier combinación lineal de una relación de cointegración sigue siendo cointegrada. De esta manera es posible combinar las carteras proporcionadas por el método Johansen, de tal forma que al la vez que comparten la misma tendencia a largo plazo o permanecen cointegradas con el índice, optimicen un determinado indicador, como puede ser maximizar el equivalente cierto, minimizar la varianza, maximizar el ratio de Sharpe, estadísticos Kappa..., entre muchos otros que el gestor pueda considerar.

Realizar un estudio comparativo y analizar el rendimiento de ambos métodos de estimación, con el objeto de proporcionar un marco detallado de información, que puede ser de gran utilidad, para un inversor que desee realizar una gestión pasiva o replicar un índice de mercado, es la primera parte de este trabajo.

En una segunda parte, se lleva a cabo diferentes estrategias de gestión activa de los activos que forman el índice de mercado. Además desarrollando distintos modelos, se encuentran posibles ineficiencias del mercado que permiten mejorar los rendimientos de las carteras cointegradas de gestión pasiva ya estimadas.

Siguiendo Carol Alexander y Anca Dimitriu (2002), se construyen carteras riesgo neutrales con el mercado o long-short market neutral strategies. Estrategias basadas en el spread de carteras cointegradas, que replican el índice más-menos una rentabilidad.

Replicando el índice más-menos una rentabilidad no muy grande, estas carteras seguirán estando altamente correlacionadas con el mercado y además con una volatilidad muy similar. De tal forma que el spread o diferencia entre ambas se espera que obtenga rentabilidad, baja volatilidad y un coeficiente de correlación muy bajo o nulo, resultando ser una alternativa de inversión interesante, sobre todo en tiempos de mayor aversión al riesgo en el mercado.

Por último se lleva a cabo un análisis estadístico sobre la evolución de las carteras estimadas en la primera parte de este trabajo. En concreto, se estima un modelo de corrección del error VECM, permitiendo analizar la evolución simultánea de la cartera replica y del índice de referencia. Similar a un modelo del tipo vector autorregresivo VAR en primeras diferencias, pero además utiliza la información que proporciona el tracking error¹.

Por las características de la muestra seleccionada, se concluye que hay evidencia suficiente como para pensar la existencia de no solamente un único régimen. Para tratar con este hecho son utilizados diferentes métodos alternativos.

De manera similar a lo realizado en el trabajo de Carol Alexander (2005), la evolución de las carteras es modelizada a través de los distintos regímenes de mercado, mediante un proceso de Switching Markov. El primer estado es asociado a un periodo de baja

volatilidad y altos rendimientos, mientras que el segundo estado coincide con periodos más inestables, con alta volatilidad y rendimientos más bajos e incluso negativos.

Con los resultados obtenidos de la estimación anterior, se desarrolla una regla de trading que intenta explotar posibles ineficiencias del mercado en momentos puntuales. Se adopta una estrategia de mantenerse en la cartera réplica del índice en todo momento, excepto cuando algoritmo de trading da la señal de vender, donde la cartera es vendida. Se muestra como a través de esta simple regla de trading, el rendimiento de las distintas carteras réplica del índice de mercado puede ser significativamente mejorado.

Alternativamente se propone una forma de modelizar el proceso anterior, de manera más rápida y simple, mediante Regresión por Umbrales. Se distingue así mismo entre dos estados, de mayor o menor dispersión del Eurostoxx50, determinados por el umbral óptimo z^* estimado, que se encarga de conducir el proceso.

2. Datos

Los datos que se utilizan en este trabajo han sido obtenidos de Datastream. Se ha seleccionado como índice de mercado el Eurostoxx50, en el periodo de tiempo comprendido desde el 3 de enero de 2002 hasta el 31 de diciembre de 2009. Esta muestra ha sido seleccionada debido a que contiene datos obtenidos en periodos de tiempo muy diversos para analizar las diferentes estrategias llevadas a cabo.

Desde enero de 2002 hasta diciembre de 2008, se caracteriza por ser un periodo de tiempo expansivo de la

¹ La diferencia entre la rentabilidad de la cartera réplica y el benchmark es llamado el tracking error. Esta definición es usada por Carol Alexander (2004) y difiere en algunos casos a la

usada por el resto de facultativos, la definen como la desviación típica de la diferencia entre el rendimiento de la cartera y el benchmark.

economía, tanto mundial como europea. Donde es habitual observar en el mercado, baja volatilidad y altas rentabilidades. En cambio, los años 2008 y 2009 se caracterizan por ser periodos de tiempo con un alto nivel de aversión al riesgo entre los inversores o lo que es lo mismo con elevada volatilidad y rentabilidades negativas o muy bajas.

Además es necesario disponer de datos de los activos que forman parte del índice. No obstante al tratarse de un largo periodo de tiempo el que se quiere analizar, no todos los activos que componían el índice en 2002 estaban en 2009. Empresas que sufrieron la crisis en mayor medida fueron relevadas del índice por otras. Además como es habitual, el índice de mercado se recompone cada cierto periodo de tiempo, dejando entrar y salir ciertos valores, según diferentes criterios de selección establecidos. La entrada y salida de valores del Dow Jones Eurostoxx50 es gestionada por Stoxx Limited.

Por este motivo, a lo largo de los 8 años de tiempo en que se compone la muestra, se han mantenido en el índice, un total de 39 activos. Aunque no son la totalidad de los valores, es una cifra alta para obtener relaciones de cointegración suficientemente fuertes y además esta compuesta por los de mayor peso en todo el periodo, por lo que no supone ningún tipo problema y la diferencia que se obtendría, en términos del nivel de cointegración, sí se utilizaran todos los activos que componen el Eurostoxx50 en cada periodo de tiempo, sería inapreciable. No obstante, se es consciente de que el número óptimo de activos a incluir, si puede variar el rendimiento de las carteras réplica, sin embargo no ha sido objeto de estudio en este trabajo, ya que se extendería demasiado y se ha dejado para estudios posteriores.

Además solamente se realiza una optimización de los activos que

componen el índice, sin llevar a cabo ningún tipo de selección de activos. Con las habilidades de un manager escogiendo los de mayor potencial, los resultados se pueden mejorar significativamente.

Las acciones son las siguientes, Anheuser-Busch Inbev, Total, Sanofi, L'oreal, Bayer, Sap. LVMH, Siemens, Deutsche Telekom, Allianz, Daimler, Unilever Certs, Basf, BNP Paribas; Banco Santander, Axa, ENI, Telefonica, Danone, Orange, Enel, ING Group, Intensa Sanpaolo, Vinci, BBVA, Air Liquide, Nokia, Muenchener Ruck, Societe Generale, Vivendi, Philips, Assicurazioni Generali, Unicredit, Carrefour, Deutsche Bank, EON, RWE, AEGON y Telecom Italia.

3. OLS vs Johansen

El método clásico de estimación OLS, basado en Carol Alexander y Anca Dimitriu (2004), consiste en realizar una estimación por mínimos cuadrados, sobre el índice de mercado, de los activos n activos seleccionados que lo componen. Es decir,

$$\ln(I_t) = \sum_{i=1}^n \beta_i \ln(P_{it}) + u_t \quad (1)$$

donde I_t es el valor del índice y P_{it} el precio de la i -ésima acción en el periodo t .

Notar que los activos deben ser seleccionados de tal forma que los coeficientes de la ecuación anterior aseguren que el spread entre el índice y la cartera de réplica, u_t sea estacionario. En la practica, esto consiste en elegir un n suficiente mente grande.

El modelo especificado en la ecuación (1) no es único porque la regresión de cointegración también puede ser estimada en precios en lugar de variables logarítmicas. La especificación logarítmica tiene la ventaja de que cuando se toma la primera diferencia de

(1), el rendimiento esperado del índice será igual al rendimiento esperado de la cartera réplica y así mismo el tracking error, u_t también estará expresado en rentabilidad. Por otra parte los coeficientes de la ecuación (1), después de normalizar para que sumen 1, serán los pesos de la cartera.

Adicionalmente, es posible encontrar todas las relaciones de cointegración que existen en una matriz formada por n activos y el índice de mercado, utilizando el método de estimación, que estableció Johansen (1988). Dividiendo todos los pesos por el correspondiente al índice de mercado, haciendo que sea unitario, despejando y multiplicado por los precios de los activos, se obtienen todas las posibles carteras cointegradas con el benchmark.

La cartera réplica OLS estará cointegrada con el índice, únicamente si los residuos en (1) son estacionarios. Si los residuos de la regresión no son estacionarios, los coeficientes estimados no serán consistentes y la inferencia no será válida.

Así mismo sucede para las carteras proporcionadas por Johansen, que únicamente estarán cointegradas si su diferencia con el benchmark o tracking error es estacionario.

Una vez identificadas, como se sabe que cualquier combinación lineal de estrategias cointegradas con una serie temporal, sigue siendo cointegrada, se combinan de tal forma que optimicen un determinado estadístico, dando lugar a las carteras cointegradas óptimas. En

este caso se han seleccionado Sharpe, mínima varianza y EC².

Por tanto contrastar la cointegración es un paso esencial en la construcción de la cartera cointegrada réplica del índice.

El contraste de raíz unitaria, Dickey-Fuller Aumentado se lleva a cabo sobre los residuos de la regresión,

$$\Delta \hat{\varepsilon}_t = \gamma \hat{\varepsilon}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta \hat{\varepsilon}_{t-i} + u_t \quad (2)$$

La hipótesis nula de no cointegración, $\gamma = 0$, frente a la alternativa $\gamma < 0$. Los valores críticos para el t-statistic son obtenidos de Mackinnon (1991).

Si la hipótesis nula de no cointegración es rechazada, la cartera cointegrada réplica basada en la estimación OLS y las carteras réplica cointegradas óptimas basadas en Johansen, tendrán unos rendimientos muy similares a los del índice de mercado. La cointegración asegura que el spread entre la cartera y el benchmark revierta a su nivel medio.

Notar que, como se menciona en Carol Alexander y Anca Dimitriu (2004), en un sistema formado por tantos activos es probable encontrar relaciones cointegración espurias. Esto indica que el contraste estándar Dickey-Fuller y Johansen (1991), pueden no ser capaces de discriminar entre espurias y auténticas relaciones de cointegración.

Proponer un criterio formal que discrimine entre relaciones espurias y

² Para optimizar el equivalente de certeza, se ha supuesto una función de utilidad exponencial para un inversor muy averso al riesgo (tiene en cuenta los momentos de tercer y cuarto orden).

$$U(x) = -e^{-\gamma w}$$

con coeficiente de aversión absoluta al riesgo constante y relativa creciente,

$$A(w) = \gamma \quad R(w) = \gamma w$$

donde w es la riqueza del inversor y γ el coeficiente de aversión al riesgo, que en este caso se ha supuesto 3, es decir el inversor está dispuesto a invertir hasta una tercera parte de su renta.

Mediante una expansión de Taylor sobre la función de utilidad y para el caso de la exponencial se llega a la siguiente expresión,

$$EC = \mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \gamma + \frac{\tau}{6} \sigma^3 \gamma^2 - \frac{\kappa - 3}{24} \sigma^4 \gamma^3$$

auténticas, esta así mismo fuera del objetivo de este trabajo. Sin embargo un candidato natural a una relación de cointegración no espuria es aquel que mantenga estabilidad en los pesos, a medida que la cartera se repondera, ya que los coeficientes de una relación de cointegración espuria serán altamente volátiles. Además los pesos de las carteras también pueden ser un indicador de relación espuria. Una relación de cointegración auténtica, no debería tener exposición extrema a acciones individuales.

3.1 In sample

En un primer paso, es lógico analizar los resultados que se obtienen con ambos métodos de estimación, utilizando toda la información muestral, o lo que se denomina, estimación in sample. Es decir, se utiliza toda la información disponible en el periodo de tiempo analizado, incluyendo la que el inversor no dispone cada día t , si no posteriormente.

Son analizadas, la cartera réplica cointegrada usando el método estándar OLS y las carteras réplicas cointegradas óptimas utilizando el método Johansen. Estas últimas formadas en base a criterios clásicos de selección de activos citados anteriormente, mínima varianza, maximizar ratio de Sharpe, equivalente de certeza y la cartera con el mayor nivel de cointegración, es decir con el mayor estadístico Dickey-Fuller en valor absoluto.

Antes de pasar a analizar los resultados, será coherente encontrarse que para los casos en los que se ha seleccionado una combinación de carteras cointegradas con el Eurostoxx50 que a la vez optimizan un determinado estadístico, sean estas carteras las que presenten la mejor estimación de ese indicador respecto a las demás alternativas.

Efectivamente, en la tabla 1 se comprueba que así es. La cartera cointegrada con el índice que minimiza la varianza de entre todas las relaciones de cointegración posibles es la que presenta una menor volatilidad; la que optimiza el ratio de Sharpe, la que mejor ratio de Sharpe presenta y así mismo resulta para la que optimiza el equivalente cierto, mejorando las estimaciones que utilizan el método clásico OLS y al índice. Además, la cartera óptima que minimiza la varianza mejora no solo este indicador, si no también en los demás estadísticos calculados, al método estándar OLS y al Eurostoxx50, exceptuando el ratio de Sharpe, que siendo negativo carece de sentido realizar una comparación.

En la figura 1 se muestra la evolución del Eurostoxx50, las carteras cointegradas óptimas y OLS a lo largo de todo el periodo muestral. Se comprueba como todas las estrategias consideradas replican o se ajustan bastante bien al índice de mercado.

No obstante, la cartera réplica OLS es la que presenta un mejor ajuste al benchmark, con la relación de cointegración más fuerte, que arroja un valor del estadístico para el contraste Dickey-Fuller de -9.73 y con el menor tracking error, tanto en rendimientos como en volatilidad, (ver tabla 1). Este es un dato importante, ya que aunque las carteras óptimas replican muy bien al índice de mercado, con correlaciones muy cercanas a 1 (ver tabla 1), esto no garantiza que lo vayan a hacer fuera del periodo muestral y las carteras que presenten una relación de cointegración mas fuerte o estable, como la estimación por OLS tienen más posibilidades de seguir estando “atadas” al benchmark, sin necesidad de una reponderación muy frecuente de los pesos de la cartera.

Notar que hay una relación negativa entre el estadístico ADF y el estadístico que optimiza cada cartera réplica. Si se aumenta el valor crítico, la

Tabla 1 Resultados in sample de las carteras cointegradas optimas Johansen y del método clásico OLS, sobre todo el periodo muestral (January 2002- december 2009).

	Tracking Portfolio				Eurostoxx50	
	OLS	ADF	Min Varianza	Sharpe	EC	-
Media anual	-2.98%	-3.71%	-2.75%	5.45%	-2.43%	-3.02%
Volatilidad	25.19%	32.18%	19.93%	46.06%	20.38%	25.21%
Ratio de Sharpe	-0.12	-0.12	-0.14	0.12	-0.12	-0.12
Equivalente cierto	-15.11	-26.35%	-9.50	-46.99	-9.33	-14.87
ADF statistic	-9.73	-5.03	-3.52	-5.43	-3.38	-
Skew	0.14	0.17	0.03	-0.03	0.07	0.03
Kurtosis	6.50	6.61	4.61	4.00	3.89	5.25
Correlación TP/Ibex35	0.99	0.88	0.88	0.29	0.87	-
Tracking Error anual	0.04%	-0.69%	0.26%	8.46%	0.59%	-
Tracking Error vol	3.91%	15.45%	12.26%	45.55%	12.67%	-

cartera obtiene un valor inferior del estadístico que optimiza, pero se mantiene más unida al índice; si se es menos estricto con el nivel de cointegración, las carteras obtienen un mejor valor sobre el estadístico que optimizan, pero también obtienen un mayor tracking error o se alejan más del comportamiento del índice de mercado.

En el apéndice 2, se presentan resultados de las mismas carteras pero ahora calculadas con el mayor índice de cointegración posible. Se observa como el ajuste al Eurostoxx50 es mucho mayor, pero ahora los estadísticos que optimizan son inferiores a los resultados anteriores.

Por lo tanto y a pesar de que las carteras óptimas mejoran en cada caso los indicadores sobre los que han sido construidas al método estándar OLS e incluso al índice, si además se está interesado en que repliquen al selectivo, hay que tener en cuenta que el método OLS ofrece una cartera réplica más estable, con un nivel de cointegración mayor y por tanto con más posibilidades de seguir unida al índice.

3.2 Out of Sample

Estos resultados son interesantes, pero se está utilizando información de la cual el inversor no dispone en el

momento de realizar la inversión. A modo de comprobar como se comportan las carteras anteriormente calculadas, se considera para las diferentes estrategias o carteras réplica óptimas, un inversor que como es lo habitual, únicamente dispone de información hasta el periodo inicial o instante donde compone su inversión.

Para estimar los parámetros de las diferentes estrategias, se utiliza una ventana móvil de 3 años y se recompone la cartera cada periodos de un mes, tres meses, seis meses y un año. Aunque pueda parecer en algunos casos que son periodos de tiempo demasiado largos sin recomponer la cartera, una característica fundamental de la cointegración es que captura las tendencias estocásticas comunes a ambos activos, de tal forma que las desviaciones que pueda haber más a corto plazo entre la cartera réplica y el índice revierten a su nivel a largo plazo, permitiendo realizar un reajuste menos frecuente, ahorrando importantes costes de transacción para el inversor. Sí en cambio, se hubiesen utilizado rentabilidades en vez de niveles de precios o carteras que no estuviesen cointegradas, esta información tan relevante se perdería y además sería necesaria una reponderación mucho más frecuente de la cartera, con todos los costes que ello conlleva.

Como se ha comentado antes,

FIGURE 1

The figure above shows Eurostoxx50, cointegration optimal and OLS tracking portfolios, indexed to 100 in the first period.

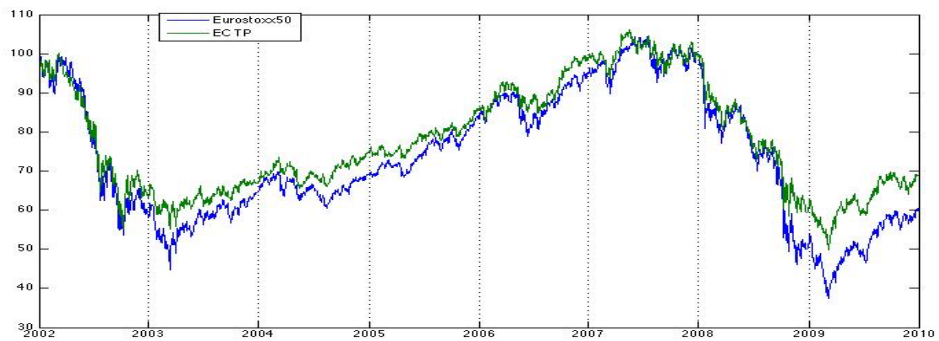
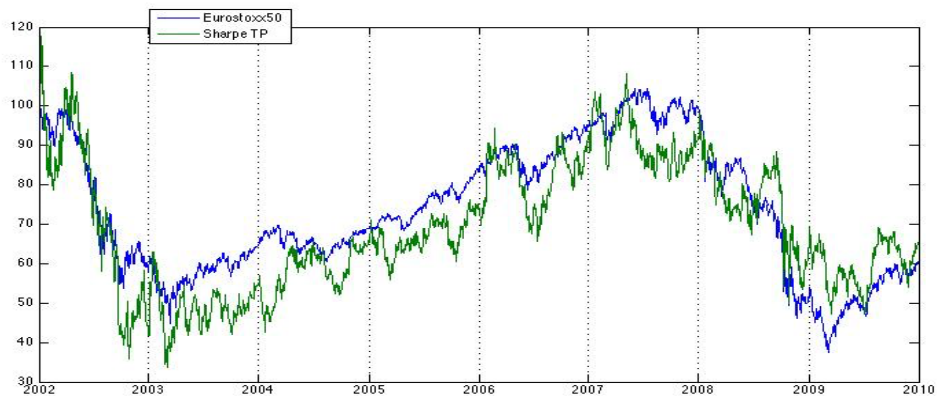
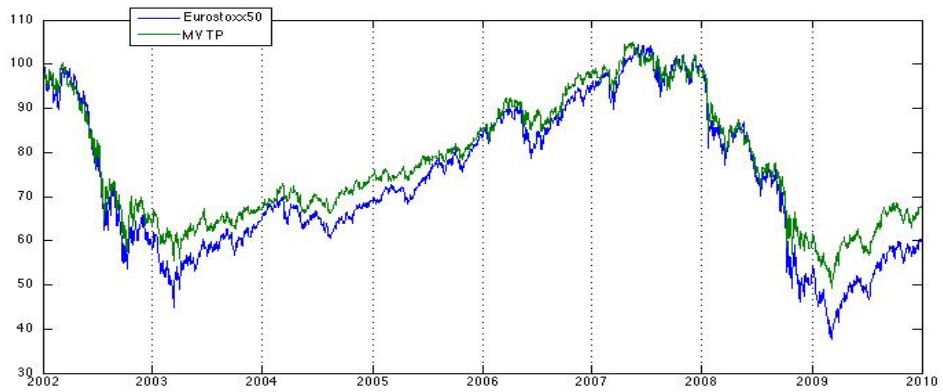


Tabla 1 $Tr(\Omega)$, siendo Ω la matriz de varianzas y covarianzas de los pesos de la cartera, con reponderación mensual.

	OLS	Adf	MV	Sharpe	EC
Traza	8.27	306110	625420	1596300	989800

existe una relación negativa entre cointegración y optimización de un estadístico, cuanto más se busque mejorar un indicador como mínima varianza, equivalente cierto o ratio de sharpe, más difícil será que las estrategias sigan cointegradas. Esto se observa ahora fuera del periodo muestral, con la inestabilidad de los pesos de las carteras. Para ello se ha calculado la traza de la matriz de varianzas y covarianzas de las ponderaciones de los 40 activos por 62 datos o frecuencias de reponderación mensuales.

Efectivamente, en la tabla 1, la inestabilidad de los pesos esta inversamente relacionada con el ajuste de las carteras al benchmark (ver figura 2). La cartera OLS que logra el mejor ajuste también es la más estable, la cartera réplica de Sharpe que peor se ajusta es la que mayor inestabilidad presenta y la cartera réplica de mínima varianza es la más estable de entre todas las carteras óptimas calculadas con la metodología de Johansen. Hay que tener en cuenta que un aumento de la inestabilidad de los pesos y por tanto a un aumento de los costes de transacción.

También es necesario considerar el hecho de que para las carteras óptimas, no solo se busca que estén cointegradas con el índice de mercado, donde una reponderación no muy frecuente es posible, si no también que optimicen un determinado indicador y como sucede cualquier selección de activos, una reponderación más frecuente puede ayudar a que la cartera siga siendo la optima en cada caso.

Observando los resultados de la tabla 2, también resulta de esta manera para las carteras cointegradas Sharpe y mínima varianza, obteniendo los mejores

resultados respecto a los indicadores que optimizan con una reponderación trimestral. Sin embargo, no resulta tan evidente para la cartera cointegrada EC donde se obtienen los mejores resultados con reponderación anual, si bien, el segundo mejor resultado también es obtenido con reponderación trimestral para esta cartera.

Notar que en la mayor parte de los casos considerados, tanto utilizando reponderaciones cada mes, trimestre, semestre como cada año, las carteras cointegradas óptimas obtienen mejores resultados para el estadístico sobre el que han sido calculadas, que el método clásico OLS y el índice al que replican (tabla 2). La cartera cointegrada óptima de mínima varianza obtiene ligeramente mejores resultados para este indicador con reponderación tanto mensual, trimestral, semestral, como anual al método estándar OLS y al índice de mercado; la cartera de Sharpe obtiene resultados estrictamente mejores respecto a este estadístico a los del método clásico tanto con reponderación trimestral, como semestral y mejores con reponderaciones mensuales y anuales; la cartera cointegrada óptima que maximiza el EC, el cual nos indica, cuanta rentabilidad hubiera aceptado el inversor a cambio de la inversión en su cartera, también obtiene estrictamente mejores resultados que la cartera réplica OLS, salvo utilizando una reponderación mensual.

Sin embargo es el método OLS el que consigue el mejor ajuste, obteniendo el menor tracking error, la menor volatilidad del tracking error (ver tabla 2), la mayor correlación con el mercado y visualmente también logra el mejor ajuste, (ver figura 2).

La cartera con el mayor nivel de cointegración Adf de las proporcionadas por el método Johansen, aun no ajustándose tan bien la cartera OLS, tiene un mayor rendimiento que el método clásico OLS y que el propio

Tabla 2 Resultados out of sample de las carteras optimas cointegradas y del método clásico o benchmark de referencia OLS, (January 2005- december 2008).

Rebalancing frecuencias		Tracking Portfolios				Eurostoxx50	
		OLS	Adf	Min Varianza	Sharpe	EC	-
Mensual	Media anual	1.36%	2.10%	-4.90%	4.51%	-4.15%	0.14%
	Volatilidad	24.00%	34.61%	23.34%	63.94%	25.55%	23.87%
	Ratio de Sharpe	0.06	0.06	-0.21	0.07	-0.16	0.01
	Equivalente cierto	-10.57	-33.48%	-15.71%	-624.23%	-17.80%	-11.36
	ADF statistic	-2.74	-2.53	-1.11	-2.44	-1.44	-
	Skew	-0.18	-0.05	-0.05	0.43	-0.30	-0.02
	Kurtosis	9.81	10.73	7.63	31.07	6.47	7.98
	Correlación TP/Ibex35	0.98	0.70	0.89	0.31	0.81	-
	Tracking Error anual	1.21%	1.96%	-5.04%	4.37%	-4.29%	-
Tracking Error vol	4.35%	24.74%	10.86%	60.88%	15.50%	-	
Trimestral	Media anual	1.29%	-3.65%	2.92%	36.26%	3.23%	0.14%
	Volatilidad	23.90%	31.46%	22.24%	41.83%	23.04%	23.87%
	Ratio de Sharpe	0.05	-0.12	0.13	0.87	0.14	0.01
	Equivalente cierto	-10.44%	-30.42%	-6.12%	-53.41%	-6.25%	-11.36
	ADF statistic	-2.61	-1.68	-1.09	1.30	-1.23	-
	Skew	0.17	0.06	0.10	0.41	0.15	-0.02
	Kurtosis	9.57	11.08	6.47	19.70	5.65	7.98
	Correlación TP/Ibex35	0.98	0.74	0.95	0.45	0.85	-
	Tracking Error anual	1.15%	-3.79%	2.78%	36.12%	3.09%	-
Tracking Error vol	4.26%	21.26%	7.88%	37.61%	13.07%	-	
Semestral	Media anual	1.80%	2.18%	0.42%	10.47%	2.58%	0.14%
	Volatilidad	23.89%	27.49%	23.18%	48.38%	22.86%	23.87%
	Ratio de Sharpe	0.08	0.08	0.02	0.22	0.11	0.01
	Equivalente cierto	-9.95%	-13.81%	-10.38%	-148.74%	-6.99%	-11.36
	ADF statistic	-1.82	-2.73	-2.44	-3.17	-1.11	-
	Skew	0.17	-0.21	0.18	0.32	0.28	-0.02
	Kurtosis	9.61	6.22	9.50	21.01	7.24	7.98
	Correlación TP/Ibex35	0.99	0.84	0.95	0.47	0.90	-
	Tracking Error anual	1.65%	2.03%	0.28%	10.33	2.43%	-
Tracking Error vol	4.14%	14.91%	7.28%	42.75%	10.35%	-	
Anual	Media anual	1.63%	4.14%	2.89%	5.99%	6.92%	0.14%
	Volatilidad	23.97%	31.43%	23.60%	62.15%	23.50%	23.87%
	Ratio de Sharpe	0.07	0.13	0.12	0.10	0.29	0.01
	Equivalente cierto	-10.33%	-24.03%	-8.66%	-291.66%	-3.85%	-11.36
	ADF statistic	-2.07	-3.18	-2.16	-2.44	-3.64	-
	Skew	0.17	0.29	0.33	-0.06	0.58	-0.02
	Kurtosis	9.92	13.42	10.99	14.16	10.51	7.98
	Correlación TP/Ibex35	0.98	0.70	0.95	0.39	0.90	-
	Tracking Error anual	1.48%	3.99%	2.74%	5.85%	6.77%	-
Tracking Error vol	4.33%	22.43%	7.73%	57.26%	10.74%	-	

índice de mercado Eurostoxx50, pero también mayor volatilidad. Si se tiene en cuenta el riesgo para ponderar la rentabilidad, el valor estimado de los ratios de Sharpe es ahora siempre mejor al índice Eurostoxx50, igual con reponderación mensual, semestral y mejor con reponderación anual al método clásico OLS. Sin embargo, no obtiene buenos resultados con reponderación trimestral y tampoco

obtiene una correlación tan alta con el índice de mercado.

Destacar el rendimiento de la cartera réplica de mínima varianza, que es la que mejor réplica al benchmark, con la correlación más alta y el menor tracking error de entre todas las carteras calculadas por el mecanismo de Johansen, en todo el periodo muestral. El hecho de que las carteras réplica óptimas y la cartera Adf tiendan a desviarse al final del periodo muestral,

especialmente la cartera réplica de Sharpe y que los estadísticos del contraste de estacionariedad sean tan bajos en general puede ser causado fundamentalmente por dos razones. Una que como se ha visto anteriormente las carteras cointegradas óptimas no tienen una relación de cointegración muy fuerte dentro del periodo muestral y por lo tanto fuera de muestra es más difícil que esta relación se mantenga, provocando que la cartera se desvíe de su nivel común a largo plazo con el índice, con mayor facilidad. Otra razón es que en torno al comienzo de la crisis económica actual, es cuando el Eurostoxx50 presenta mayores fluctuaciones o mayor volatilidad, que coincide con el momento en el que se empiezan a producir las mayores desviaciones, motivado principalmente a que por construcción las estimaciones de las carteras cointegradas se realizan con datos históricos, lo cual provoca que tardan un tiempo en incorporar la nueva información del mercado. Sin embargo teóricamente tras unos periodos esa diferencia o mayor desviación de las carteras cointegradas respecto al índice, a medida que se va re-ponderando la cartera y una vez que el mercado se estabilice, debería revertir o reducirse. No obstante, este no es el caso ya que a partir del 2008 se caracteriza por ser un periodo de tiempo o muy inestable o con alta volatilidad.

En la figura 2 se observa la evolución de las distintas estrategias. En el periodo precrisis todas parecen ajustarse bien al índice, pero a partir del inicio de la crisis en 2008, las carteras cointegradas óptimas EC, Sharpe y la del máximo nivel ADF tienden a separarse del mercado. Así mismo en el apéndice 4, se puede comprobar como los tracking errors de estas carteras fluctúan en torno

a cero hasta el inicio de la crisis, donde tienden a separarse de su nivel medio.

Por este motivo, según el objeto de estudio de este trabajo, resulta fundamental analizar la evolución de las diferentes estrategias de cointegración, en distintos periodos de tiempo, un primer periodo de expansión económica previo a la crisis y un segundo periodo de recesión con un mayor riesgo en el mercado.

3.1 Out Sample precrisis

Entre enero de 2005 y diciembre de 2007, el mercado experimentó un rendimiento positivo y baja volatilidad, reflejando una época expansiva en Europa, como se puede comprobar en el apéndice 1, donde se muestra la evolución del Eurostoxx50, desde enero de 2002 hasta diciembre de 2009, su volatilidad condicional³ y la estimación de algunos principales estadísticos.

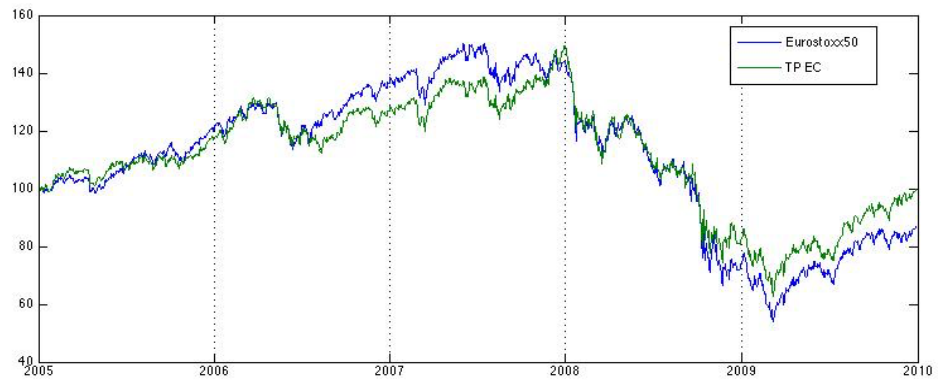
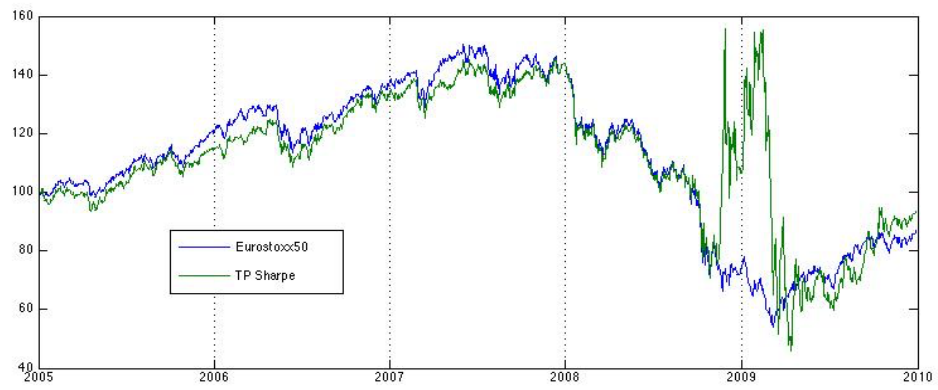
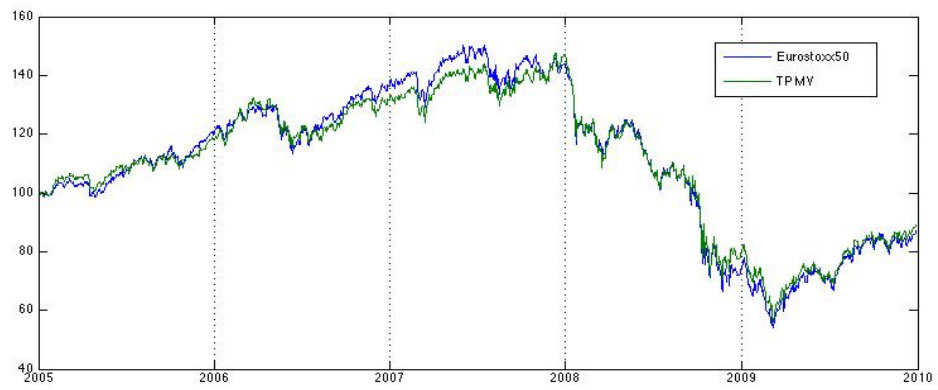
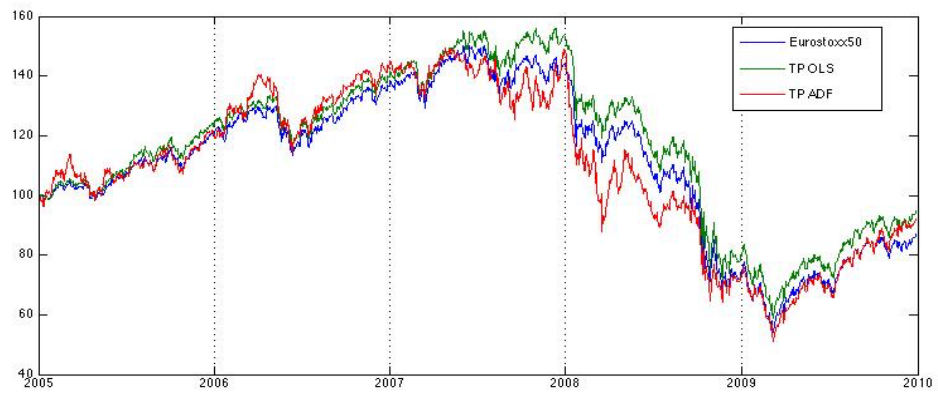
Resulta interesante comprobar como en este periodo de tiempo, todas las carteras cointegradas calculadas, sin importar el método de estimación utilizado, bien Johansen o OLS, se ajustan bastante bien al índice de mercado (ver figura 2 con reponderación semestral y ver apéndice 4 para el resto de frecuencias).

En la tabla 3 se muestran los resultados por año de las carteras réplica con reponderación semestral (para ver los resultados con el resto de frecuencias de reponderación ir al apéndice 5). Notar que en comparación a los valores calculados anteriormente, ahora en el periodo previo a la crisis, todas las carteras réplica del benchmark, reducen significativamente su tracking error.

Además el menor tracking error no siempre es obtenido por el método

³ Volatilidad condicional estimada con un modelo Garch con innovaciones tstudent.

FIGURE 2
Eurostoxx50, optimal cointegration and OLS biannual rebalancing tracking portfolios, indexed to 100 in the first period



OLS. En concreto, en 2005 la cartera Adf y mínima varianza obtienen un menor tracking error que el método clásico OLS y en 2007, la cartera réplica Adf y Sharpe también obtienen un menor tracking error. Sin embargo, la menor volatilidad en el tracking error, ya que por construcción lo minimiza, sigue siendo la cartera OLS, tanto en 2006, 2005 como en 2007. Los mismos resultados se obtienen con reponderación mensual, trimestral y anual (ver apéndice 5).

En cuanto a los estadísticos estimados, las carteras cointegradas óptimas, que recordar fueron construidas para replicar al índice pero a la vez también para optimizar un determinado indicador, aunque evolucionan de manera similar al mercado en este periodo, no siempre obtienen el mejor resultado frente al método OLS respecto al estadístico por el que han sido construidas.

En concreto, la cartera réplica óptima MV obtiene en media una varianza ligeramente mayor al método OLS con reponderación mensual y con reponderación trimestral, semestral y anual una varianza similar; la cartera cointegrada óptima que maximiza el equivalente cierto obtiene estrictamente mejores resultados que el método OLS con reponderación tanto mensual como anual y resultados similares con reponderación trimestral y semestral; la cartera réplica óptima de Sharpe obtiene resultados ligeramente inferiores al método OLS con reponderación mensual, trimestral, semestral y un ratio de Sharpe estrictamente peor con reponderación anual.

En este periodo de tiempo todas las carteras parecen ajustarse visualmente bien al Eurostoxx50 y también en todos los casos obtienen trackings error muy reducidos. Además las carteras réplica de mínima varianza y equivalente de certeza en algunas casos mejoran al método clásico OLS, sobre

los estadísticos en los que han sido construidas respectivamente.

3.2 Out Sample crisis

Aunque el inicio de la crisis económica de 2008 se considera que fue oficialmente con la caída de Lehman Brothers, desde finales de 2007 ya se observa un aumento significativo de la volatilidad (ver apéndice 1). En el año 2008 el Eurostoxx50 sufrió un rendimiento muy negativo medio de -55.28%, sin embargo en 2009 se recuperó de la fuerte caída con un rendimiento positivo de 19.62% y una volatilidad más reducida.

Destacar que la cartera OLS en este periodo de tiempo con mayor aversión al riesgo entre los inversores, sigue siendo la que mejor replica al benchmark, con los menores trackings errors y similares a los del periodo precrisis. Además obtiene en todos los casos, una correlación en torno a 1, con cualquier frecuencia de reponderación estimada y tanto en 2008 como en 2009.

Las carteras réplica de Johansen parecen ser más sensibles ante fuertes movimientos del mercado. El aumento de la volatilidad puede ser la razón fundamental, por la cual estas carteras no replican igual de bien al mercado como en los años previos al inicio de la crisis. Especialmente evidente el caso de la cartera réplica de Sharpe que se desvía totalmente del comportamiento del índice, al final del periodo muestral, si bien excepto con reponderación trimestral, retorna rápidamente a su nivel común con el Eurostoxx50, reflejando una de las propiedades básicas de la cointegración como es la reversión a la media de la diferencia entre ambos activos.

En la tabla 3 se muestran resultados de los distintos métodos por año, 2008 y 2009 con reponderación semestral, para el resto de frecuencias de reponderación

Tabla 3 Resultados out of sample por año, con reponderación semestral de las carteras optimas cointegradas y del método clásico o benchmark de referencia OLS (January 2005-december 2009).

Reponderación semestral		Tracking Portfolios					Eurostoxx50
Year		OLS	Adf	Min Varianza	Sharpe	EC	-
2005	Media anual	21.37%	19.54%	16.68%	14.49%	15.97%	18.76%
	Volatilidad	11.18%	17.26%	10.57%	13.04%	11.04%	10.88%
	Ratio de Sharpe	1.91	1.13	1.58	1.11	1.45	1.73
	Equivalente cierto	19.45%	15.17%	14.97%	11.89%	14.06%	16.94
	ADF statistic	-1.65	-2.67	-0.96	-3.42	-0.89	-
	Skew	-0.15	0.34	-0.18	-0.11	-0.28	-0.17
	Kurtosis	0.90	1.63	0.78	0.40	1.10	0.93
	Correlación TP/Ibex35	0.99	0.70	0.90	0.84	0.85	-
	Tracking Error anual	2,61%	0.78%	-2.08%	-4.28%	-2.80%	-
	Tracking Error vol	1.62%	12.45%	4.85%	7.00%	6.02%	-
2006	Media anual	13.90%	19.41%	12.97%	16.24%	10.14%	14.36%
	Volatilidad	14.24%	17.15%	14.45%	14.97%	14.69%	14.46%
	Ratio de Sharpe	0.98	1.13	0.90	1.08	0.69	0.99
	Equivalente cierto	10.67%	14.97%	9.59%	12.71%	6.64%	10.99
	ADF statistic	-2.52	-3.08	-1.36	-1.76	-0.54	-
	Skew	-0.33	0.00	-0.45	-0.24	-0.46	-0.40
	Kurtosis	0.87	0.27	0.93	0.68	0.77	1.06
	Correlación TP/Ibex35	0.99	0.82	0.92	0.95	0.89	-
	Tracking Error anual	-0.46%	5.05%	-1.39%	1.88%	-4.22%	-
	Tracking Error vol	1.81%	9.74%	5.69%	4.69%	6.82%	-
2007	Media anual	7.58%	3.10%	9.19%	6.28%	14.79%	3.56%
	Volatilidad	15.20%	20.69%	15.13%	15.29%	15.14%	15.62%
	Ratio de Sharpe	0.50	0.15	0.61	0.41	0.98	0.23
	Equivalente cierto	3.95%	-3.67%	5.60%	2.54%	11.25%	-0.27
	ADF statistic	0.06	-2.08	0.69	-0.58	2.61	-
	Skew	-0.26	-0.04	-0.25	-0.39	-0.18	-0.22
	Kurtosis	0.60	1.42	0.36	0.57	0.30	0.60
	Correlación TP/Ibex35	0.99	0.80	0.97	0.96	0.94	-
	Tracking Error anual	4.02%	-0.46%	5.63%	2.72%	11.23%	-
	Tracking Error vol	1.55%	12.49%	4.12%	4.15%	5.31%	-
2008	Media anual	-53.89%	-56.97%	-50.67%	-8.91%	-49.99%	-55.28%
	Volatilidad	39.47%	44.54%	38.46%	60.61%	36.25%	38.74%
	Ratio de Sharpe	-1.37	-1.28	-1.32	-0.15	-1.38	-1.43
	Equivalente cierto	-85.30%	-99.02%	-79.13%	-274.66%	-72.26%	-85.14
	ADF statistic	-2.87	-1.85	-1.29	-1.30	-1.80	-
	Skew	0.47	-0.01	0.53	-0.44	0.65	0.25
	Kurtosis	4.52	2.74	4.39	12.92	3.72	3.77
	Correlación TP/Ibex35	0.98	0.83	0.96	0.57	0.89	-
	Tracking Error anual	1.40%	-1.69%	4.62%	46.37%	5.30%	-
	Tracking Error vol	8.42%	24.98%	10.54%	50.13%	17.65%	-
2009	Media anual	20.32%	26.15%	14.17%	24.43%	22.24%	19.62%
	Volatilidad	27.04%	27.69%	25.57%	86.53%	26.97%	27.73%
	Ratio de Sharpe	0.75	0.95	0.55	0.28	0.83	0.71
	Equivalente cierto	8.23%	13.40%	2.95%	-361.37%	10.06%	7.17%
	ADF statistic	-0.41	-0.66	-2.77	-1.86	-1.88	-
	Skew	-0.13	-0.25	-0.30	0.43	-0.13	-0.10
	Kurtosis	1.23	0.68	1.40	5.00	1.51	0.91
	Correlación TP/Ibex35	0.99	0.95	0.95	0.34	0.92	-
	Tracking Error anual	0.70%	6.54%	-5.45%	4.81%	2.62%	-
	Tracking Error vol	2.55%	9.10%	9.05%	81.27%	10.69%	-

ir al apéndice 5. Por un lado ahora las carteras réplica optimas MV y EC de Johansen obtienen mejores resultados respecto al indicador por el que han sido construidas que el método clásico OLS tanto en 2008 como en 2009, pero por otro lado no se ajustan tan bien al índice como el método clásico y en torno al

final de la muestra tienden a desviarse ligeramente.

En cuanto a la cartera réplica Adf estimada por Johansen, parece que funciona mejor con reponderación semestral y anual, ya que se ajusta muy bien al Eurostoxx50, pero no es así con reponderación mensual y trimestral, que se desvía ligeramente en determinados

Table 4 Resultados out of sample de las carteras riesgo neutrales, con reponderación semestral (Janaury 2005- december 2008).

Eurostoxx50	+2.5%/ -2.5%	+2.5%/ -5%	+2.5%/ -10%	+5%/ -2.5%	+5%/ -5%	+5%/ -10%	+10%/ -2.5%	+10%/ -5%	+10%/ -10%
Annual return	1.40%	2.26%	4.45%	1.98%	2.84%	5.03%	2.98%	3.83%	6.02%
Volatility	3.55%	5.79%	11.68%	5.00%	7.22%	13.10%	7.40%	9.61%	15.46%
Sharpe ratio	0.39	0.39	0.38	0.40	0.39	0.38	0.40	0.40	0.39
Certain equibalent	1.21%	1.76%	2.34%	1.61%	2.06%	2.36%	2.15%	2.43%	2.25%
Skew	0.13	0.13	0.14	0.13	0.13	0.14	0.14	0.14	0.14
Xs kurtosis	3.80	3.95	4.50	3.72	3.85	4.34	3.58	3.69	4.10
Corr TE/Eurostoxx	-0.29	-0.29	-0.30	-0.29	-0.29	-0.30	-0.29	-0.29	-0.30

momentos. Como en el periodo previo a la crisis, tiene mayor volatilidad, pero también mayor rentabilidad que el método clásico OLS, obteniendo de esta manera mejores ratios de Sharpe.

4. Long-short market neutral strategies

A modo de explotar algunas de las posibilidades que ofrece la cointegración en la gestión de activos, y al igual que Carol Alexander Y Anca Dimitriu (2002), se construyen las long short market neutral strategies o carteras riesgo neutrales con el mercado, formadas por el valor neto de los pesos de carteras que replican el índice más-menos una rentabilidad. De tal forma que esta combinación genera rendimientos acordes al spread entre ambas. Además su volatilidad depende de la volatilidad de estas carteras réplica el índice más-menos una rentabilidad y de la correlación entre ellas. Por tanto si son igual de volátiles que el mercado y están tan altamente correlacionadas entre ellas como lo están del índice, entonces la volatilidad de las carteras riesgo neutrales y su correlación con el índice serán muy bajas.

Las nuevas relaciones de cointegración son las siguientes,

$$\ln I_t^+ = a_1 + \sum_{i=1}^N \beta_i \ln(P_{it}) + u_t^+$$

$$\ln I_t^- = b_1 + \sum_{i=1}^N \beta_i \ln(P_{it}) + u_t^-$$

siendo el valor neto de los pesos de las regresiones anteriores, los que forman la composición de las carteras riesgo neutrales.

Naturalmente cuanto más se aleje el índice de sus valores originales, será mas difícil encontrar estrategias cointegradas, conduciendo a un incremento en la inestabilidad de los pesos de las carteras, mayor volatilidad de los rendimientos y un aumento en los costes de transacción. Para evitar esto es esencial asegurarse de que todas las carteras pasan el test de cointegración.

En la tabla 3 se muestran algunos estadísticos calculados para estas estrategias neutrales con el mercado. Para reponderaciones mensuales, trimestrales y anuales los resultados se muestran en el apéndice 6.

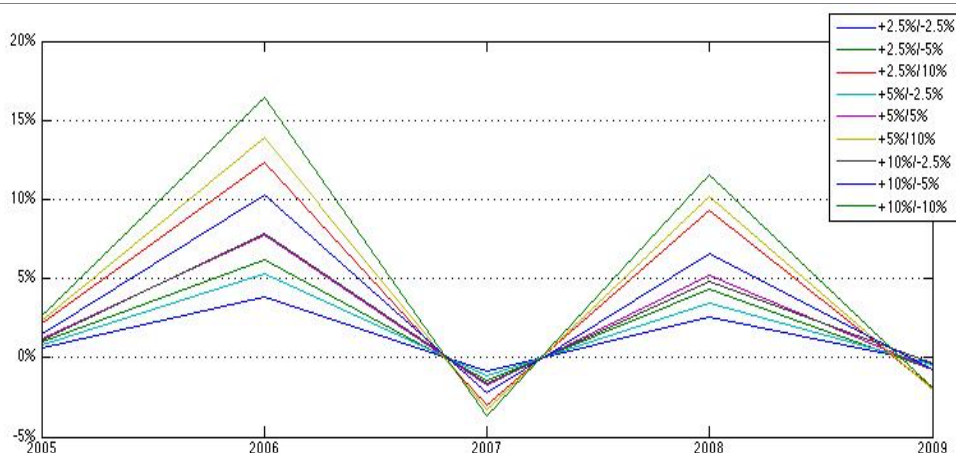
Primeramente destacar que en todos los casos estos activos aunque se espera inicialmente que por construcción fueran neutrales al Eurostoxx50 con una correlación en torno a cero, presentan una correlación con el mercado ligeramente negativa, en torno al -0.30, pudiendo de esta manera ser de utilidad al inversor o gestor para diversificar la cartera de inversión.

El rendimiento no coincide con el spread inicial, si bien todas ofrezcan rentabilidades positivas y se observa que cuanto mayor es el spread, mayor es el rendimiento. Además la volatilidad es relativamente baja respecto al mercado.

Notar que las carteras construidas

FIGURE 3

Annual return tracking error of Eurostoxx50 long/short market neutral strategies. Annual rebalancing.



para obtener una mayor rentabilidad o construidas con un spread de rentabilidad mayor, también son las de mayor volatilidad y el rendimiento adicional que se obtiene de estas carteras es de sobre compensado por el mayor riesgo que se asume. Por este motivo, en todos los casos se obtienen similares ratios de Sharpe, sin importar en este caso la estrategia long-short seguida y además sus valores son estrictamente mejores a los del mercado.

No obstante, es tan importante el hecho de que se mejore al mercado, como que se obtengan valores positivos y estables, sobre todo en periodos de tiempo más aversos, en los que el mercado ofrece un mal rendimiento para el inversor.

En las figuras 3 se muestran los rendimientos medios por año de las long/short Market Neutral Strategies con reponderación anual (para reponderación mensual, trimestral y semestral, ver apéndice 7).

Los peores años para las estrategias riesgo neutrales son el 2007 y 2009, aunque en este caso las rentabilidades no llegan a bajar más del -5%, además contrariamente al mercado, sobre todo en 2008 que el Eurostoxx50 llegó a bajar un 55.28%, éstas estrategias ofrecieron rendimientos positivos.

Teniendo en cuenta estos resultados, las long-short market neutral strategies resultan ser un activo muy interesante de inversión, sobretodo en periodos de tiempo más inestables, ofreciendo rentabilidad, baja volatilidad, buenos ratios de Sharpe y correlaciones ligeramente negativas con el Eurostoxx50, propiedades muy difíciles de encontrar en el mercado. Son por ello, una muy buena alternativa de inversión para un posible inversor o gestor, siendo razonable invertir en ellos o incluidos la cartera diversificando la inversión.

5. Modelo de corrección del error y regímenes de mercado.

De manera similar a Carol Alexander (2005), que modeliza mediante un proceso Switching Markov el tracking error con un análisis uniecuacional, ahora sin embargo se modeliza evolución simultanea de las carteras réplica calculadas anteriormente tanto con el método clásico OLS como con Johansen.

Como las carteras están cointegradas con el índice de mercado, es posible estimar un modelo vectorial de corrección del error (Vecm) o proceso autorregresivo de tipo VAR en primeras

diferencias, que utiliza la relación de cointegración existente entre ambas carteras.

Para ello, se consideran la cartera de réplica clásica OLS y la de mínima varianza MV calculada por Johansen, de las 5 carteras totales, que son las que logran mejores resultados han dado dentro de cada método.

5.1 Regresión por Umbrales

Primeramente, debido a las características de la muestra seleccionada, resulta necesario estudiar un posible cambio estructural en el modelo, ya que de no tenerlo en cuenta significaría la inconsistencia de los estimadores.

Alexander (2005) encuentra una variable que guarda o aporta información importante y significativa sobre la dinámica temporal de los tracking error y por tanto del ajuste de las carteras al índice de mercado. Esta nueva variable es “la dispersión del índice” (ver figura 4) y se calcula tal que,

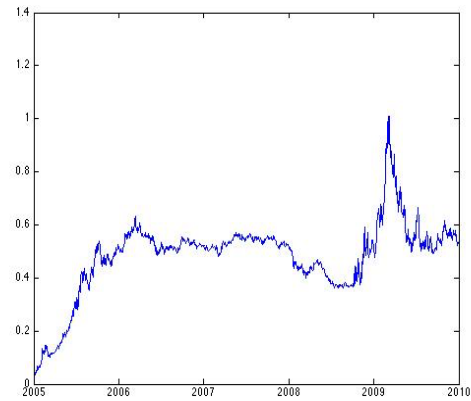
$$d_t = \sqrt{\sum_{k=1}^n \frac{(P_{k,t} - I_t)^2}{n}}$$

donde P son los precios de los activos, I es su media en cada t, en este caso el Eurostoxx50 y además se re-escalan los precios para que en el periodo inicial la dispersión sea igual a cero.

La figura 4 muestra la dispersión sobre todo el periodo muestral analizado. Esta variable aumenta en el periodo de crecimiento económico, disminuye a partir del inicio de la crisis y aumenta drásticamente a principios de 2009 con la recuperación del mercado de la fuerte caída sufrida en el 2008. Lo cual indica que en el periodo de tiempo expansivo, los precios de los activos tienden a separarse más de su nivel medio común a todos ellos, medido como el índice de

mercado y sin embargo, en un periodo más recesivo o ante una fuerte caída del mercado esta diferencia o dispersión se reduce.

FIGURE 4
Dispersión del Eurostoxx50.



De esta manera el modelo a estimar es el siguiente,

(1)

cuando $d_t > d^*$,

$$\Delta I_t = \alpha_I^1 + \beta_{2I}^1 \Delta I_{t-1} + \beta_{1I}^1 \Delta P_{t-1} + \gamma_I^1 z_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta P_t = \alpha_P^1 + \beta_{1P}^1 \Delta I_{t-1} + \beta_{2P}^1 \Delta P_{t-1} + \gamma_P^1 z_{t-1} + \varepsilon_t$$

cuando $d_t < d$,

$$\Delta I_t = \alpha_I^2 + \beta_{2I}^2 \Delta I_{t-1} + \beta_{1I}^2 \Delta P_{t-1} + \gamma_I^2 z_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta P_t = \alpha_P^2 + \beta_{1P}^2 \Delta I_{t-1} + \beta_{2P}^2 \Delta P_{t-1} + \gamma_P^2 z_{t-1} + \varepsilon_t$$

donde I es el índice de mercado, P es la cartera réplica, z es el tracking error y Δ es el operador de primeras diferencias. El número de retardos es elegido de tal forma que elimine la autocorrelación residual.

Cada modelo VECM tiene una matriz omega de varianzas y covarianzas de los residuos, se elige σ^* de tal forma que minimice el determinante de la matriz omega de ambas estimaciones, con las submuestras sub1 y sub2, $\det(\Omega_1) + \det(\Omega_2)$.

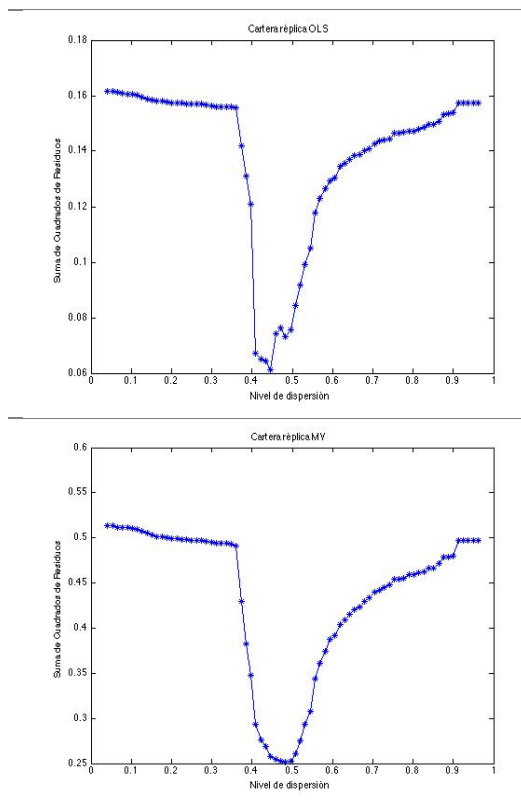
Se utiliza el estadístico de razón de verosimilitudes para contrastar un cambio estructural en el modelo,

$$\lambda = (T - k)(\ln|\Omega_R| - \ln|\Omega_{SR}|)$$

que se distribuye como una X^2 con 8 grados de libertad igual al número de restricciones lineales impuestas.

FIGURE 5

Suma del cuadrado de los residuos vs dispersión, modelo (1). Vecm sobre la cartera réplica OLS en el gráfico de arriba y sobre MV en el de gráfico de abajo.



El valor de la dispersión que minimiza la suma de cuadrados de los residuos, es mostrado en la figura 5. Los valores óptimos son 0.45, 0.48 para el VECM con la cartera OLS y MV respectivamente.

En la figura 4 se puede comprobar como el periodo de profunda recesión en Europa, se corresponde con el periodo de baja dispersión, donde son estadísticamente significativos todos los coeficientes estimados asociados a un retardo en el tracking error, un retardo en

la rentabilidad de la cartera réplica MV y OLS, tanto en la ecuación de la cartera réplica en cada caso como para el índice de mercado (ver tabla 4). Por otra parte es obtenido un elevado valor del estadístico de razón de verosimilitudes, rechazando claramente la hipótesis nula de la no existencia de cambio estructural.

5.2 Switching Markov

Es importante tener en cuenta el hecho de que la volatilidad puede no ser la variable que determine este cambio de régimen, ya que la verdadera variable no es conocida y además puede que sea no observable. En tal caso, el método de Switching Markov permite estimar un modelo con 2 o más estados de la naturaleza, sin necesidad de establecer o de conocer previamente cual es esta variable, ya que el propio método es quien dirige el proceso a través de los estados. Como dice Alexander (2005), esto aporta información mucho mas precisa sobre los estados que un simple indicador binario.

La constante, el vector de betas y la varianza de la perturbación dependen del estado en el que se encuentre el proceso en cada momento t . S_t es la variable de estado y se han supuesto dos posibles estados de la naturaleza.

Los coeficientes de la primera y segunda ecuación del VECM dependen de posibles estados de la naturaleza conjuntamente. De tal forma que si los coeficientes de una de las regresiones se encuentran en un estado, los de la otra ecuación también. Notar que es un supuesto coherente, ya que si el Eurostoxx50 está en un estado de la naturaleza determinado, la cartera que lo replica por construcción, también debería de estar en ese estado. Por otra parte no hay correlación entre los términos de error de cada regresión, resultando de esta manera dos varianzas de residuales para cada estado.

El modelo se puede escribir tal que,

(2)

$$\Delta I_t = \beta_{s_t}^1 [\Delta P_t \ \Delta I_t] + \gamma_{s_t}^1 z_t + \varepsilon_{s_t}^1$$

$$\Delta P_t = \beta_{s_t}^2 [\Delta P_t \ \Delta I_t] + \gamma_{s_t}^2 z_t + \varepsilon_{s_t}^2$$

Las probabilidades de transición entre estados se suponen que siguen una cadena de Markov de primer orden constante,

$$P\{S_t = j | S_{t-1} = i, S_{t-2} = l, \dots\} = P\{S_t = j | S_{t-1} = i\} = p_{ij}$$

siendo la matriz de probabilidades de transición,

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{11} & 1 - p_{22} \\ 1 - p_{11} & p_{22} \end{pmatrix}$$

Con la esperanza condicional que determina la probabilidad de estar en cada estado de la naturaleza en el siguiente periodo, ξ_{t+1} dada por,

$$E(\xi_{t+1} / S_t = i) = \begin{pmatrix} p_{1i} \\ p_{2i} \end{pmatrix}$$

Además se supone que las innovaciones del modelo siguen una distribución Gaussiana, recogidas en el vector $\eta_t = (\eta_{1t}, \eta_{2t})$ donde,

$$\eta_{it} = \left[(2\pi)^{\frac{1}{2}} \sigma_i \right]^{-1} \exp \left(-\frac{(y_t - z_t' \beta_i)^2}{2\sigma_i^2} \right)$$

es la función de densidad de la normal cuyos parámetros β son condicionales a cada estado S_t . Las probabilidades condicionales a cada estado se pueden obtener recursivamente,

$$\hat{\xi}_{t|t} = \frac{\hat{\xi}_{t|t-1} \otimes \eta_t}{1' (\hat{\xi}_{t|t-1} \otimes \eta_t)}$$

$$\hat{\xi}_{t+1|t} = P \eta_{t|t}$$

donde $\hat{\xi}_{t|t}$ representa el vector de probabilidades condicionales estimadas en t con la información disponible hasta t y $\hat{\xi}_{t+1|t}$ representa la previsión de las probabilidades condicionales para el siguiente periodo con la información disponible en t para $t+1$.

Dado el supuesto Gaussiano para las innovaciones, la función de verosimilitud se puede escribir como,

$$L(\beta, P) = \sum_{t=1}^T \log 1' (\hat{\xi}_{t|t-1} \otimes \eta_t)$$

Esta estimación proporciona dos vectores de parámetros y de varianzas residuales para cada estado y un conjunto de probabilidades de transición.

FIGURE 6

Volatilidad Garch con innovaciones tstudent sobre el Eurostoxx50 y probabilidad suavizada del estado 2 sobre el modelo (2) MV.

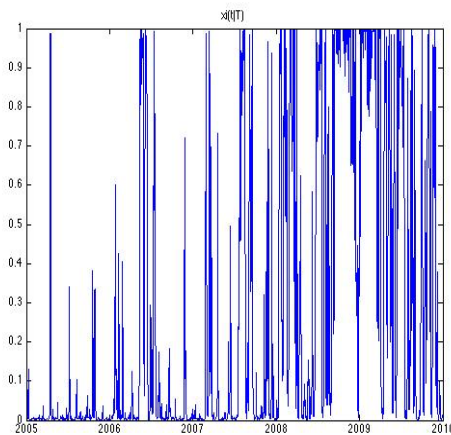
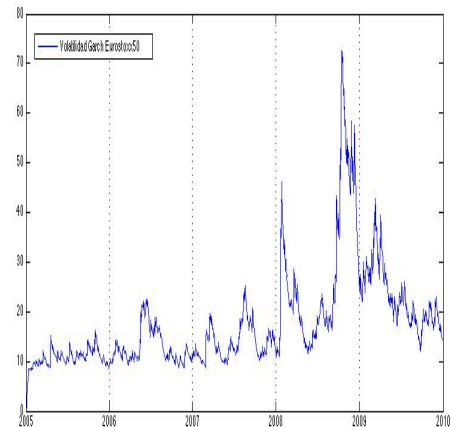


Tabla 4 Estimación del modelo Vecm regresión por umbrales (1) y Vecm Swiching Markov (2).

Variable de estado Modelo (1) :		Umbral* Vecm OLS:						Umbral*Vecm MV:				
Dispersión Eurostoxx50		0.45						0.48				
Vecm OLS	Baja dispersión	α_1	α_2	β_{11}	β_{12}	β_{21}	β_{22}	γ_1	γ_2	N ^a obs	λ	-
	Coefficient	0.28	0.34	0.27	0.76	-0.37	-0.81	-0.10	-0.10	358	314.03	-
	t-statistic	3.17	3.72	2.24	6.05	-3.17	-6.73	-5.24	-5.21	-	-	-
Modelo (1)	Alta dispersión	α_1	α_2	β_{11}	β_{12}	β_{21}	β_{22}	γ_1	γ_2	N ^a obs	-	-
	Coefficient	0.16	0.18	0.74	0.14	-0.84	-0.14	-0.03	-0.04	942	-	-
	t-statistic	1.57	1.79	3.61	0.66	-3.99	-0.91	-1.22	-1.52	-	-	-
Vecm MV	Baja dispersión	α_1	α_2	β_{11}	β_{12}	β_{21}	β_{22}	γ_1	γ_2	N ^a obs	λ	-
	Coefficient	0.09	0.15	0.23	0.33	-0.31	-0.37	-0.03	-0.04	447	301.24	-
	t-statistic	0.96	1.72	2.76	3.95	-3.92	-4.55	-2.09	-2.57	-	-	-
Modelo (1)	Alta dispersión	α_1	α_2	β_{11}	β_{12}	β_{21}	β_{22}	γ_1	γ_2	N ^a obs	-	-
	Coefficient	0.06	0.08	0.10	0.09	-0.20	-0.16	0.00	-0.01	553	-	-
	t-statistic	0.99	1.39	1.08	1.00	-2.07	-1.76	-0.38	-0.81	-	-	-
Vecm OLS	Estado 1	α_1	β_{11}	β_{12}	γ_1	α_2	β_{21}	β_{22}	γ_2	σ_1	σ_2	p_{11}
	Coefficient	0.08	-0.79	0.76	0.17	0.13	-0.95	0.42	0.01	0.41	0.39	0.81
	Standard error	0.03	0.24	0.24	0.07	0.03	0.24	0.28	0.07	0.03	0.43	0.02
Modelo (2)	Estado 2	α_1	β_{11}	β_{12}	γ_1	α_2	β_{21}	β_{22}	γ_2	σ_1	σ_2	p_{22}
	Coefficient	0.21	0.48	-0.58	-0.91	-0.06	0.93	-0.51	-0.63	6.56	6.50	0.62
	Standard error	0.12	0.28	0.28	0.23	0.11	0.24	0.28	0.22	0.03	0.43	0.03
Vecm MV	Estado 1	α_1	β_{11}	β_{12}	γ_1	α_2	β_{21}	β_{22}	γ_2	σ_1	σ_2	p_{22}
	Coefficient	-0.11	-0.08	-0.00	-4.84	-0.04	0.02	0.01	-2.51	0.64	0.49	0.93
	Standard error	0.04	0.05	0.05	0.88	0.04	0.10	0.05	0.75	0.27	0.03	0.01
Modelo (2)	Estado 2	α_1	β_{11}	β_{12}	γ_1	α_2	β_{21}	β_{22}	γ_2	σ_1	σ_2	p_{11}
	Coefficient	-0.80	0.12	-0.27	-7.10	-0.13	-0.05	-0.09	0.49	6.70	4.15	0.83
	Standard error	0.23	0.10	0.13	3.01	0.16	0.08	0.04	2.02	0.45	0.04	0.03
	t-statistic	-3.54	1.20	-2.11	-2.36	-0.83	-0.66	-2.30	0.24	14.84	16.77	28.63

Debido al elevado número de parámetros a estimar, la selección de las condiciones iniciales es fundamental para conseguir la convergencia en la optimización. Como condiciones iniciales de los parámetros y de la varianza de las perturbaciones se han utilizado sus estimaciones incondicionales y para las probabilidades de transición entre estados un valor elevado de 0.95, con el fin de dar estabilidad al proceso y porque además los estados a priori tiene sentido que sean muy persistentes.

En la figura 6 se muestra la volatilidad Garch con innovaciones tstudent y la probabilidad suavizada de estar en el estado 2 para el VECM sobre ambas carteras. El estado 2 parece evidente que se puede asociar a periodos de alta volatilidad y en el mercado, siendo además la volatilidad de las perturbaciones de cada ecuación es

significativamente mayor mayores en el estado 2, que en el estado 1(ver tabla 4).

Destacar que ahora, a diferencia del método de regresión por umbrales, ahora hay coeficientes significativos tanto en el estado 1 como en el estado 2.

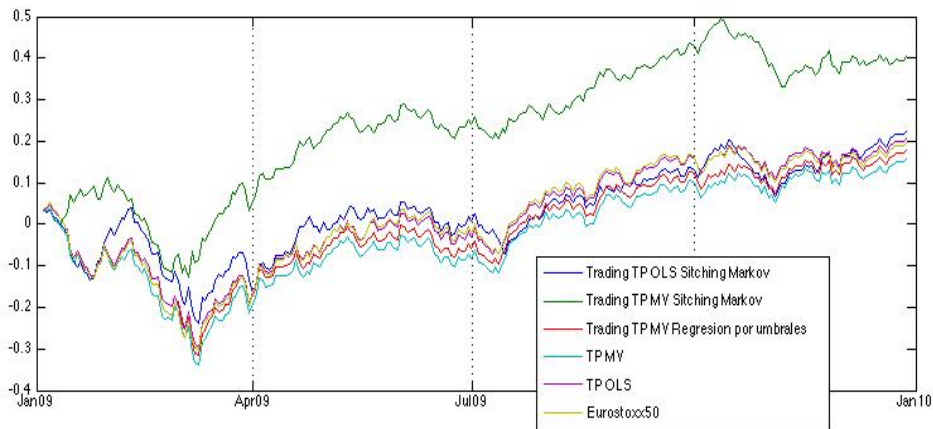
6. Capacidad predictiva del modelo

En orden de testear la capacidad predictiva de los modelos (1), (2) y explotar la información obtenida de los modelos 1 y 2 estimados anteriormente, se construye una regla de trading y para ello se utiliza la muestra hasta 2008 y se va alargando día a día para realizar las estimaciones, realizando de esta manera el trading en el año 2009.

La estrategia consiste en estimar el efecto de cada modelo sobre la rentabilidad de cada cartera o ecuación 2

FIGURE 7

Rentabilidad acumulada sobre el Eurostoxx50, cartera réplica OLS, cartera réplica MV, cartera trading MV Switching Markov, cartera trading OLS Switching Markov y cartera trading MV Regresión por Umbrales, en el año 2009.



de cada modelo VECM en el siguiente periodo.

La regla de trading es simple, en todo momento se mantiene la posición en la cartera réplica del índice de mercado, hasta que se produzca la señal de vender, que en ese caso se toma posiciones en corto un periodo hacia delante.

Para ello se han creado 2 algoritmos de trading, dependiendo se si se modeliza el proceso mediante Regresión por umbrales o Switching Markov.

Algoritmo 1,

- i. Estimar \hat{Y}_{t+1} mediante regresión por umbrales.
- ii. Estimar \hat{d}_{t+1}
- iii. Si el efecto es negativo y el proceso se prevé que se encuentre en el mismo régimen $t + 1$, vender la cartera, si no mantener.
- iv. En $t + 1$ iterar el proceso de nuevo.

Algoritmo 2,

- i. Modelizar Vecm siguiendo un proceso Switching Markov.
- ii. $\xi_t > 0.5$,

$$\hat{y}_{t+1} = z_t' \beta_{s_1}$$

$$\xi_t < 0.5$$

$$\hat{y}_{t+1} = z_t' \beta_{s_2}$$

- iii. Si en t estas en el estado S_i , $\xi_{t+1}^{S_i} > 0.5 \cup \hat{y}_{t+1} < 0.5$, vender la cartera. En otro caso, mantener.
- iv. Iterar de nuevo en $t + 1$.

Primeramente en cada momento t , se identifica en que estado está el proceso, en el estado 1 o 2 en Switch Markov. En la regresión por umbrales es sencillo identificarlo, pues basta con comprobar si la dispersión en ese momento t está por encima o por debajo del umbral óptimo estimado. En cambio para Switch markov, no se sabe con total certeza en que estado se encuentra el proceso, pero se ha considerado previamente que el proceso se encuentra en un u otro estado sí la probabilidad asociada a ese estado es mayor a 0.5.

A continuación en la regresión por umbrales se hace una previsión de la dispersión para el siguiente periodo. Sí el proceso se prevé que se encuentre en el mismo régimen, se toma una posición en corto en la cartera réplica sí solo sí se da la señal de vender. De lo contrario se mantiene la posición larga en la cartera cointegrada.

En el modelo de Switching Markov es el mismo procedimiento pero en este caso se utiliza la previsión de la probabilidad de cada estado un periodo hacia delante. La señal de vender es muy

sencilla, una vez se sabe en que estado se encuentra el proceso, se identifican los coeficientes significativos de la ecuación de la rentabilidad del modelo VECM y se calcula su rentabilidad estimada. Únicamente si esta rentabilidad estimada es inferior a -0.5%, se toman posiciones en corto. Se escoge este umbral y no 0, a modo de asegurar en cierta medida, porque el efecto sobre la cartera en el periodo siguiente, es limitado y no explica totalmente el comportamiento su rentabilidad, ya que el ruido asociado, como noticias, shocks... o incluso otras variables o factores no incluidos en el modelo VECM pueden ser importantes.

La figura 7 representa la rentabilidad acumulada de las carteras réplica OLS y MV, las estrategias de trading sobre esas carteras y el Eurostoxx50 durante el año 2009.

La cartera OLS de trading con Switching Markov consigue una rentabilidad acumulada de 22.35%, ligeramente mejor que la cartera réplica OLS y que el índice que obtienen un 18.80% y un 20.73% respectivamente; la cartera MV de trading estimada por Regresión por umbrales, siguiendo el Algoritmo 1, obtiene un 18.02% de rendimiento acumulado, no superior al índice, pero si a la cartera réplica MV que de no haber seguido la estrategia de trading, obtendría un 15.80% en ese año 2009; la cartera réplica MV siguiendo el Algoritmo 2 o Switching Markov, logra el resultado más sorprendente, con una rentabilidad acumulada del 40.34%.

No obstante el trading sobre la la cartera réplica MV siguiendo regresión por umbrales no se ha representado ya que no se ha producido la señal de vender en ningún momento, es decir un efecto negativo sobre la rentabilidad de la cartera inferior al 0.5% y por tanto su rendimiento es igual al que hubiera tenido la cartera réplica OLS, sin llevar a cabo el trading.

En cuanto al numero de señales de venta producidos por ambos modelos

o intervenciones en corto en el mercado, el modelo de switching Markov es el que más capacidad explicativa tiene sobre la variable en el siguiente periodo ya que supera el umbral del -0.5% en numerosas ocasiones. En concreto, 48 y 68 señales de vender, indicando tomar posiciones en corto en la cartera fueron producidas sobre la carteras réplica OLS y MV. Sin embargo el modelo de Regresión por Umbrales con la cartera réplica OLS en ninguna ocasión y para la cartera réplica MV una única vez, si bien basto para aumentar ligeramente el rendimiento de la cartera.

Si son tenidos en cuenta costes de transacción, se eligen 20 puntos básicos, en línea con estudios previos (NYSE research report (2001), Chalmers, Edelen and Kadlec (1990)).

Notar que aún con costes de transacción, los modelos siguen tenido buena capacidad predictiva para la cartera réplica MV. En regresión por umbrales donde solo se lleva a cabo una intervención en el mercado, el rendimiento es de 17.82% y siguiendo el proceso Switching Markov, baja su rendimiento hasta un 27.18%, todavía superior a la cartera réplica MV y al Eurostoxx50 en el ultimo caso.

En cambio la cartera réplica OLS, teniendo en cuenta el número de operaciones que realiza, en total 48, no consigue obtener un rendimiento suficiente que compense los costes de transacción y su rendimiento disminuye hasta un 12.75%, muy inferior al obtenido anteriormente.

Se puede decir que el modelo (2) de Switching Markov, en este caso, a demostrado tener buena capacidad predictiva, mejorando la rentabilidad de ambas carteras en el siguiente periodo. Sin embargo, el modelo de regresión por umbrales, solo supera el umbral de -0.5%, una única vez, mostrando una reducida capacidad explicativa de la rentabilidad de las cartera réplica.

7. Conclusiones

Los principales resultados de este trabajo han mostrado como la cartera réplica clásica OLS, réplica muy bien el benchmark, incluso en periodos de grandes fluctuaciones en el mercado como el inicio de la crisis económica. Produce igualmente buenos resultados con una frecuencia de reponderación semestral e incluso anual, reflejando algunas de las buenas propiedades de la cointegración, como son la reversión a la media del tracking error, estabilidad en los pesos de la cartera y un mejor uso de información contenida en los precios de las acciones.

En este sentido el método de Johansen es superado claramente, sobretodo en periodos de mayor volatilidad, donde sus carteras se han desviado con mayor frecuencia del Eurostoxx50. No obstante en periodos con unas condiciones del mercado más normales, como el periodo de previo a la crisis analizado en este trabajo, ha logrado un buen ajuste al benchmark y además las carteras réplica que optimizan la varianza y el equivalente de certeza, mejoran estos estadísticos frente al método clásico OLS.

Las propiedades del mecanismo de cointegración, también han permitido el diseño de estrategias de gestión de activos como son las long short market neutral estrategias. Estas carteras han logrado muy buenos resultados en la muestra seleccionada obteniendo una correlación ligeramente negativa con el Eurostoxx50, baja volatilidad y buenos ratios de Sharpe, incluso mejores que los del Eurostoxx50.

Por último, se ha mostrado como modelizando las carteras a través de los regímenes de mercado, siguiendo un proceso Switching Markov, es posible aprovecharse de posibles ineficiencias del mercado, en determinados momentos y mejorar el rendimiento de las carteras

réplica. No obstante, esto no resulta tan evidente teniendo en cuenta costes de transacción.

8. Referencias bibliográficas

Johansen, S. (1988) 'Statistical Analysis of Cointegration Vectors', *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, 231-54.

Alexander C, Dimitriu A. 2005. Indexing and statistical arbitrage: tracking error or cointegration? *Journal of Portfolio Management*.

Christian L. Dunis, Richard Ho. (2005). Cointegration portfolios of European equities for index tracking and neutral markets.

Carol Alexander, Anca Dimitriu. (2004). A comparison of the tracking error models for mutual funds and hedge funds.

Carol Alexander, Anca Dimitriu. (2002). The cointegration alpha: Enhanced Index Tracking and Long-Short Equity Market Neutral Strategies.

Dan Jelcic, Joanna Munro. (2000). Market neutral investing.

Hwang S, Satchell S. 1999. Tracking Error: Ex-Ante versus Ex-Post Measures. *Journal of Asset Management* 2(3): 241-246.

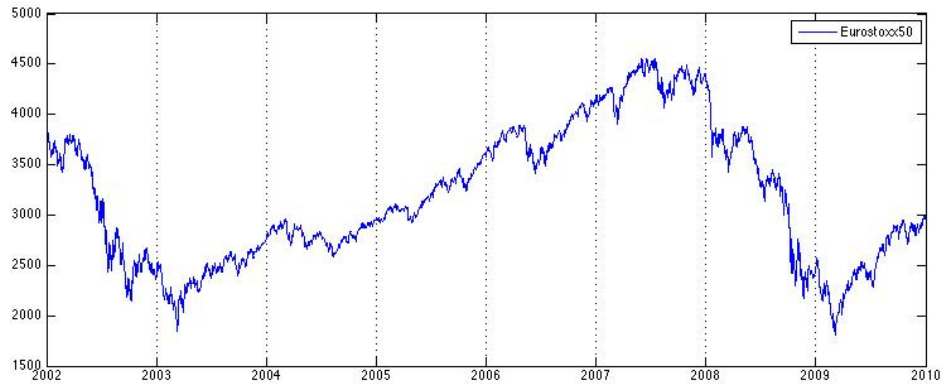
Carol Alexander, Anca Dimitriu. (2005). Indexing, cointegration and equity market regimes.

Brooks, C. and Persaud, G. (2001) The trading profitability of forecasts of the gilt-equity yield ratio. *International Journal of Forecasting*.

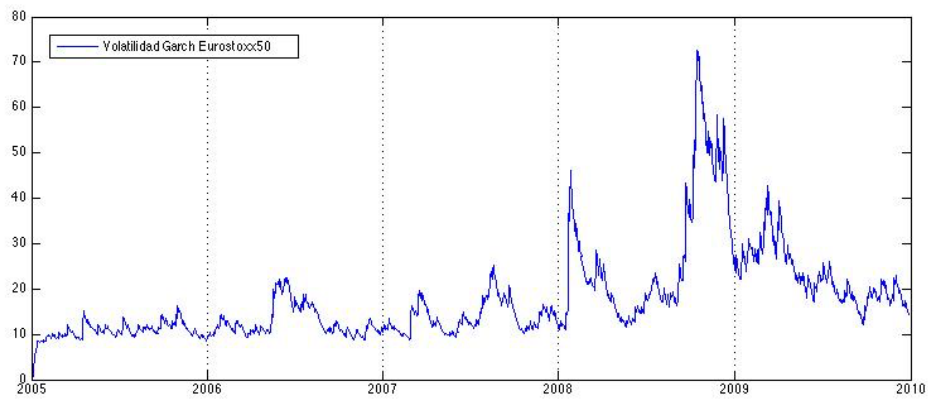
Hamilton, J.D. (1989). A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle, *Econometrica*, 57, 357-384.

Apéndice 1

Eurostoxx50 entre enero de 2002 y diciembre de 2009.



Volatilidad Garch con innovaciones student sobre el Eurostoxx50, entre enero de 2002 y diciembre de 2009.

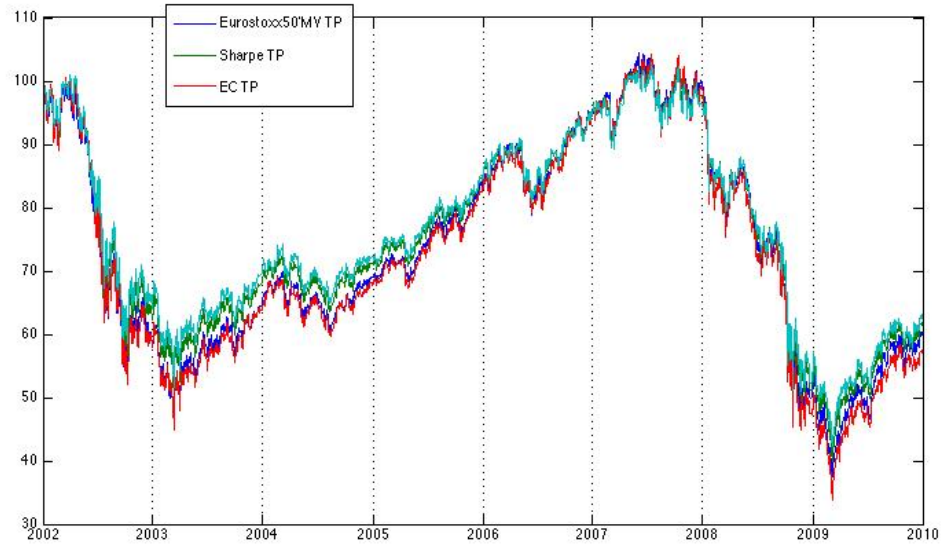


Media anual, volatilidad incondicional, ratio de Sharpe, equivalente de certeza, asimetría y curtosis del Eurostoxx50, entre 2005 y 2009, por año.

	2005	2006	2007	2008	2009	2005-2009
Media anual	18.76%	14.36%	3.56%	-55.28%	19.62%	0.14%
Volatilidad	10.88%	14.46%	15.62%	38.74%	27.73%	23.87%
Ratio de Sharpe	1.73	0.99	0.23	-1.43	0.71	0.01
Equivalente cierto	16.94%	10.99%	-0.27%	-85.14%	7.17%	-11.36
Asimetría	-0.17	-0.40	-0.22	0.25	-0.10	-0.02
Curtosis	0.93	1.06	0.60	3.77	0.91	7.98

Apéndice 2

Cointegration optimal Johansen portfolios with the most possible ADF cointegrational value, and OLS tracking potfolios.

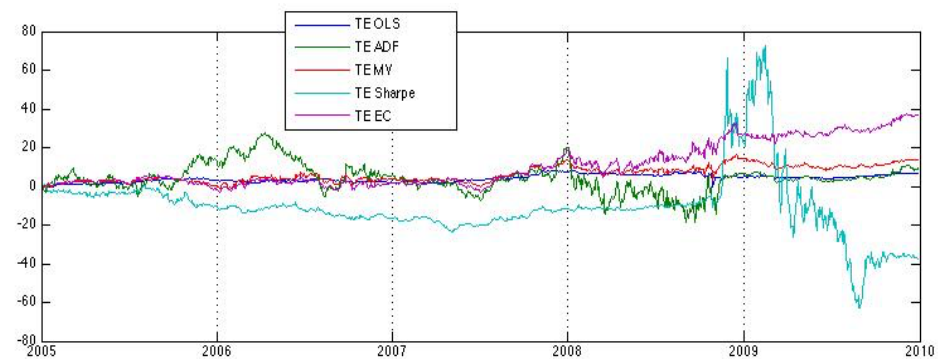
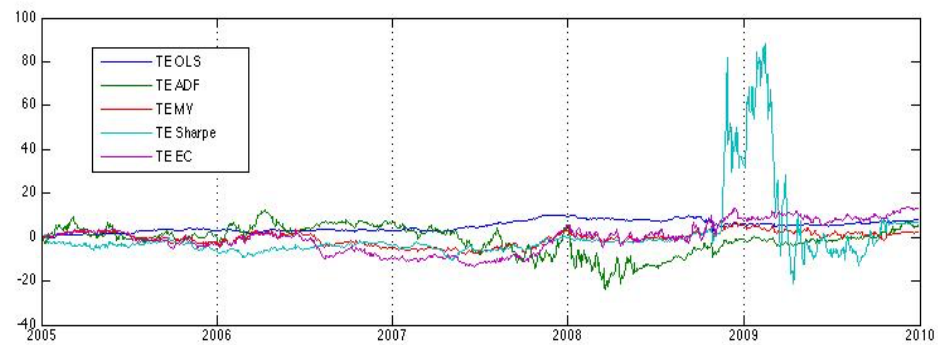
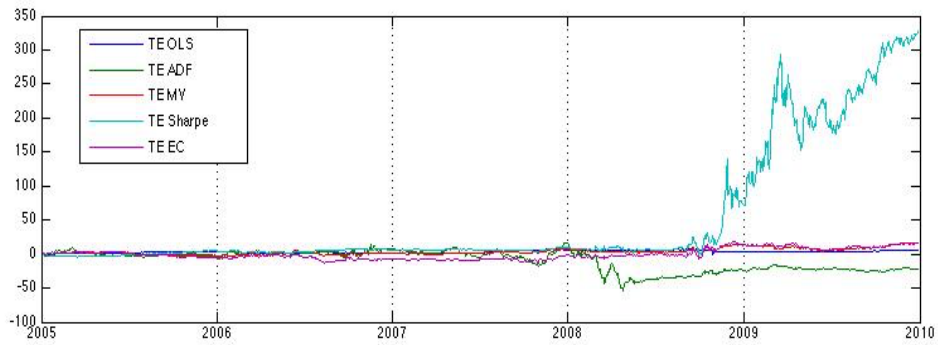
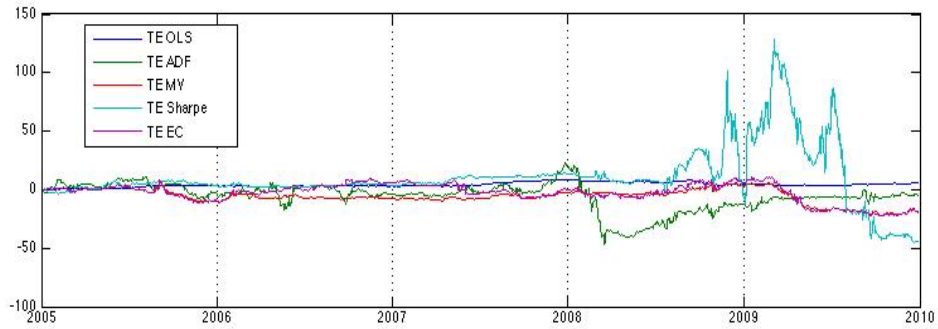


Resultados in sample de las carteras cointegradas óptimas Johansen seleccionadas con el mayor valor ADF posible y del método clásico OLS, sobre todo el periodo muestral (January 2002-december 2009).

	Tracking Portfolio					Eurostoxx50
	OLS	ADF	Min Varianza	Sharpe	EC	-
Media anual	-2.98%	-3.71%	-2.80%	-3.19%	-2.63%	-3.02%
Volatilidad	25.19%	32.18%	24.88%	26.82%	24.65%	25.21%
Ratio de Sharpe	-0.12	-0.12	-0.11	-0.12	-0.11	-0.12
Equivalente cierto	-15.11	-26.35%	-14.33	-17.22	-13.83	-14.87
ADF statistic	-9.73	-5.03	-4.60	-7.85	-3.82	-
Asimetría	0.14	0.17	0.17	-0.15	0.20	0.03
Curtosis	6.50	6.61	6.16	6.33	6.07	5.25
Correlación TP/Ibex35	0.99	0.88	0.96	0.96	0.93	-
Tracking Error anual	0.04%	-0.69%	0.22%	-0.17%	0.38%	-
Tracking Error vol.	3.91%	15.45%	7.42%	7.73%	9.03%	-

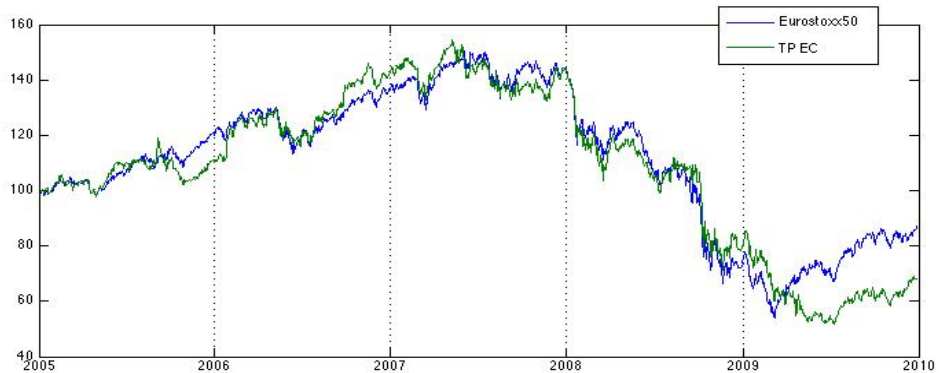
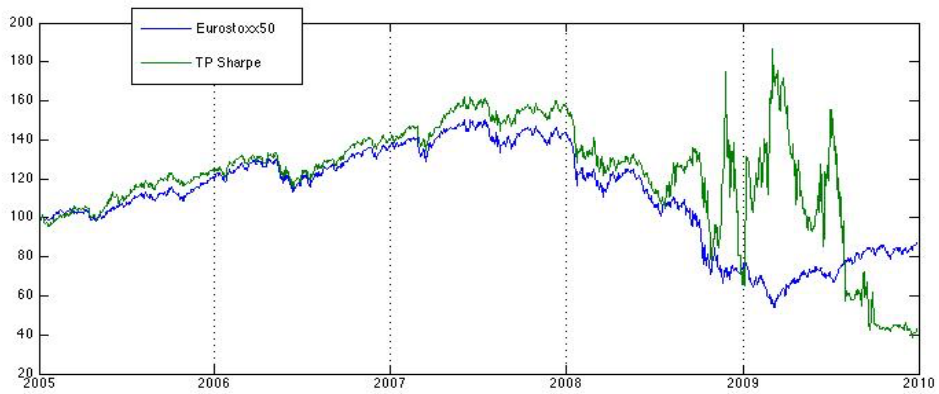
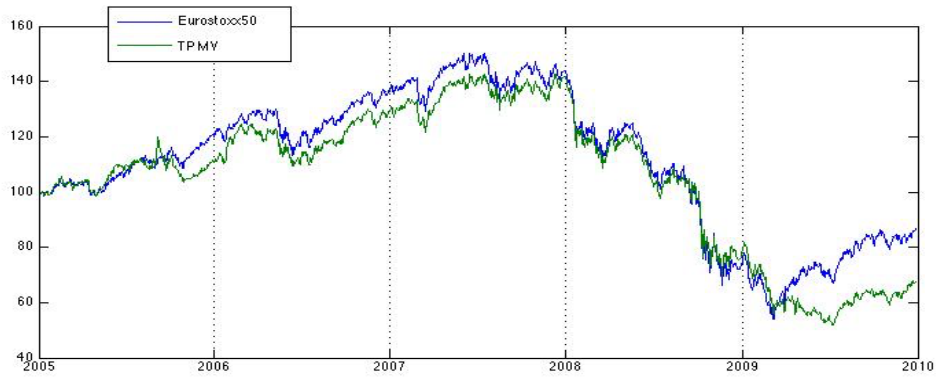
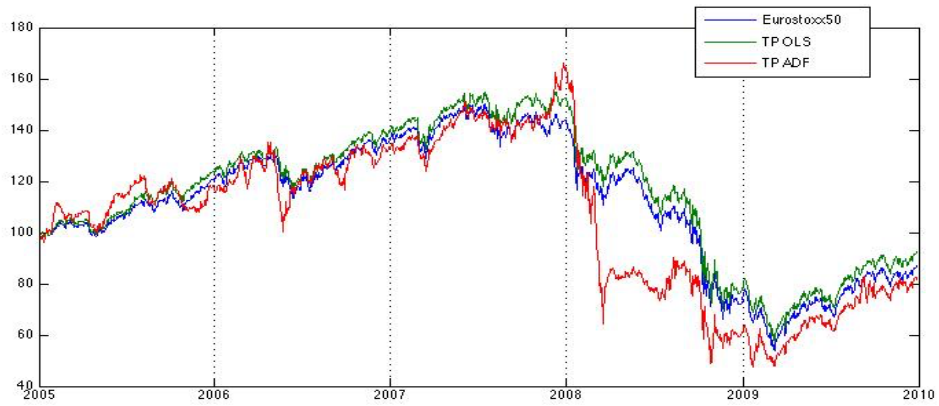
Apéndice 3

Tracking errors de las carteras réplica, entre enero de 2005 y diciembre de 2009. El primer gráfico corresponde a una reponderación mensual, el segundo trimestral, el tercero semestral y el de más abajo a una reponderación anual.

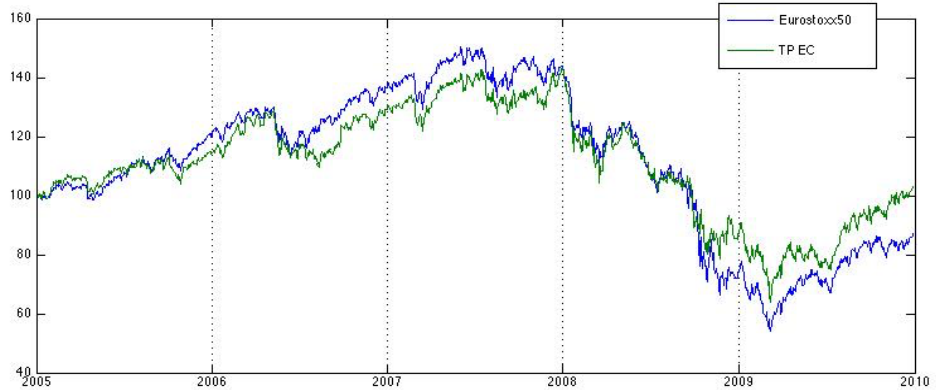
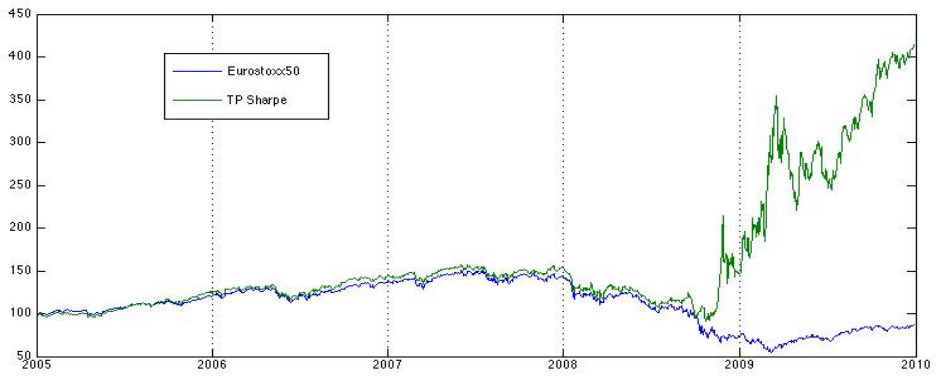
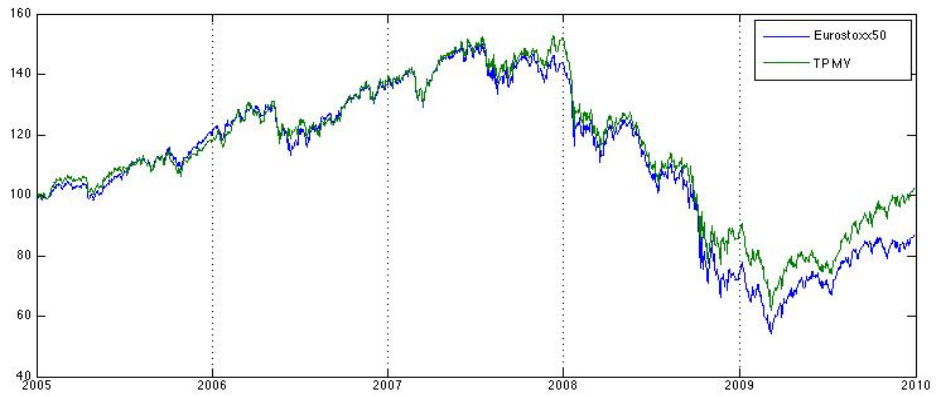
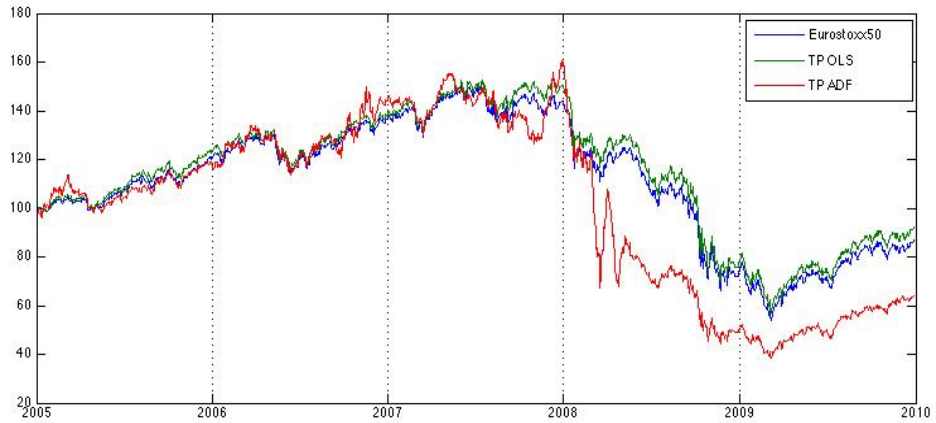


Apéndice 4

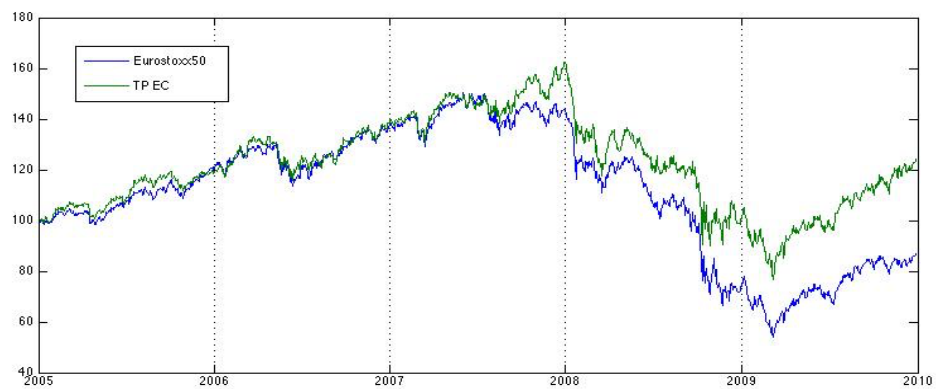
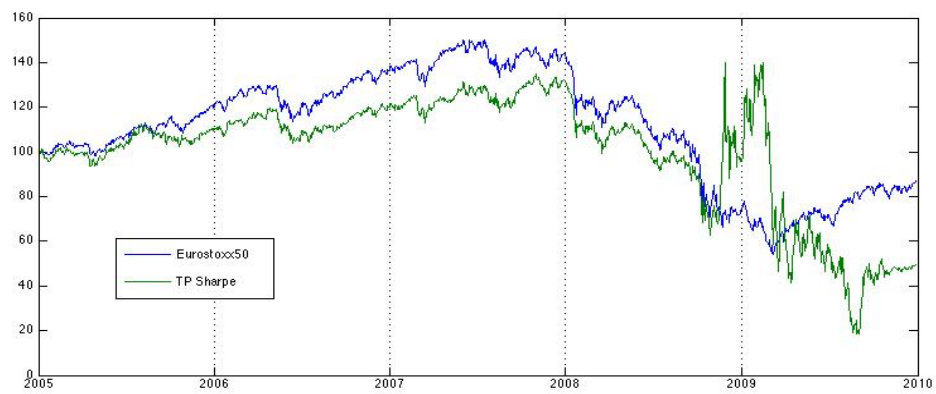
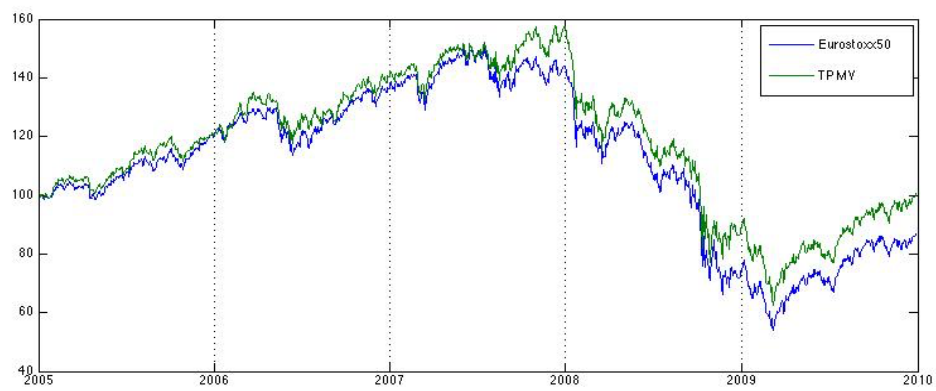
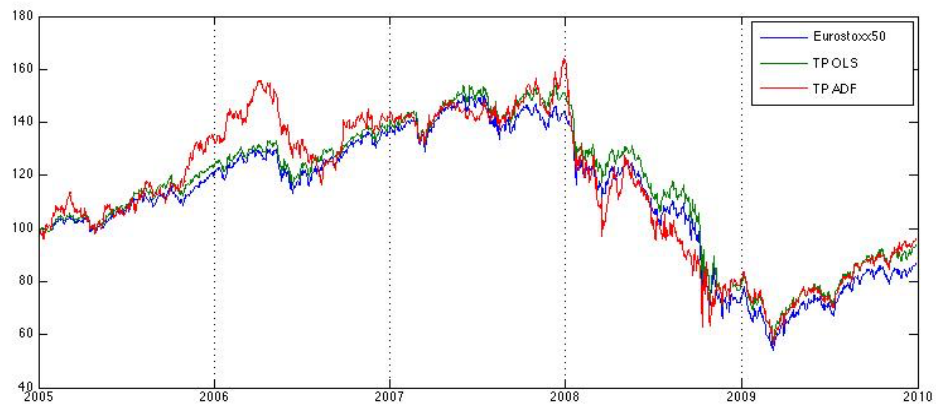
Eurostoxx50, optimal cointegration and OLS monthly rebalancing tracking portfolios, indexed to 100 in the first period



Eurostoxx50, optimal cointegration and OLS quarterly rebalancing tracking portfolios, indexed to 100 in the first period



Eurostoxx50, optimal cointegration and OLS annual rebalancing tracking portfolios, indexed to 100 in the first period



Apéndice 5

Resultados out of sample por año, con reponderación mensual de las carteras óptimas cointegradas y del método clásico o benchmark de referencia OLS (January 2005-december 2009).

Reponderación Mensual		Tracking Portfolios				Eurostoxx50	
Year		OLS	Adf	Min Varianza	Sharpe	EC	-
2005	Media anual	21.26%	16.71%	10.81%	22.40%	10.54%	18.76%
	Volatilidad	11.11%	16.52%	14.06%	13.20%	14.39%	10.88%
	Ratio de Sharpe	1.91	1.01	0.77	1.70	0.73	1.73
	Equivalente cierto	19.36%	12.75%	7.67%	19.72%	7.26%	16.94%
	ADF statistic	-1.59	-1.54	-0.82	-1.57	-0.89	-
	Skew	-0.16	0.33	0.26	-0.13	0.27	-0.17
	Kurtosis	0.82	1.09	6.48	0.61	6.24	0.93
	Correlación TP/Ibex35	0.99	0.64	0.69	0.82	0.67	-
	Tracking Error anual	2.50%	-2.06%	-7.95%	3.64%	-8.22%	-
	Tracking Error vol	1.66%	12.70%	10.18%	7.63%	10.83%	-
2006	Media anual	13.94%	16.43%	17.18%	13.54%	27.51%	14.36%
	Volatilidad	14.40%	23.52%	14.62%	14.81%	16.15%	14.46%
	Ratio de Sharpe	0.97	0.70	1.18	0.91	1.70	0.99
	Equivalente cierto	10.62%	6.18%	13.77%	10.04%	23.63%	10.99%
	ADF statistic	-2.99	-2.62	-3.43	-2.44	-2.77	-
	Skew	-0.37	-0.45	-0.34	-0.30	0.31	-0.40
	Kurtosis	0.98	3.15	0.93	1.12	2.06	1.06
	Correlación TP/Ibex35	0.99	0.48	0.94	0.96	0.86	-
	Tracking Error anual	-0.42%	-2.08%	2.83%	-0.81%	13.15%	-
	Tracking Error vol	1.54%	20.95%	5.04%	3.94%	8.32%	-
2007	Media anual	6.97%	18.75%	7.42%	9.84%	-0.42%	3.56%
	Volatilidad	15.17%	18.07%	15.41%	15.52%	16.93%	15.62%
	Ratio de Sharpe	0.46	1.04	0.48	0.63	-0.03	0.23
	Equivalente cierto	3.36%	13.67%	3.73%	6.04%	-4.75%	-0.27%
	ADF statistic	-0.10	0.80	-0.75	-1.46	-1.72	-
	Skew	-0.24	0.04	-0.17	-0.28	-0.01	-0.22
	Kurtosis	0.56	1.71	0.44	0.56	0.23	0.60
	Correlación TP/Ibex35	0.99	0.83	0.98	0.98	0.86	-
	Tracking Error anual	3.41%	15.18%	3.86%	6.28%	-3.98%	-
	Tracking Error vol	1.58%	10.21%	3.24%	3.35%	8.60%	-
2008	Media anual	-54.98%	-76.42%	-50.37%	-54.62%	-48.39%	-55.28%
	Volatilidad	39.73%	58.26%	36.24%	72.99%	37.62%	38.74%
	Ratio de Sharpe	-1.38	-1.31	-1.39	-0.75	-1.29	-1.43
	Equivalente cierto	-87.17%	-179.26%	-76.03%	-452.59%	-76.64%	-85.14%
	ADF statistic	-2.63	-2.63	-1.41	-2.12	-1.42	-
	Skew	0.48	0.09	0.32	-0.99	0.05	0.25
	Kurtosis	4.64	4.21	4.26	8.15	3.28	3.77
	Correlación TP/Ibex35	0.97	0.72	0.96	0.46	0.90	-
	Tracking Error anual	0.31%	-21.14%	4.91%	0.67%	6.90%	-
	Tracking Error vol	9.01%	40.57%	10.69%	65.08%	17.21%	-
2009	Media anual	19.88%	35.47%	-9.54%	31.78%	-10.00%	19.62%
	Volatilidad	27.09%	37.77%	27.55%	120.97%	33.09%	27.73%
	Ratio de Sharpe	0.73	0.94	-0.35	0.26	-0.30	0.71
	Equivalente cierto	7.90%	8.73%	-23.12%	-2198.7%	-32.74%	7.17%
	ADF statistic	-0.53	-3.22	-1.58	-0.85	-1.56	-
	Skew	0.10	0.27	-0.36	0.54	-0.53	-0.10
	Kurtosis	1.10	3.30	1.67	8.94	2.55	0.91
	Correlación TP/Ibex35	0.99	0.71	0.78	0.15	0.66	-
	Tracking Error anual	0.26%	15.85%	-29.16%	12.16%	-29.61%	-
	Tracking Error vol	2.39%	26.72%	18.37%	119.91%	25.47%	-

Resultados out of sample por año, con reponderación trimestral de las carteras óptimas cointegradas y del método clásico o benchmark de referencia OLS (January 2005-december 2009).

Reponderación trimestral		Tracking Portfolios					Eurostoxx50
Year		OLS	Adf	Min Varianza	Sharpe	EC	-
2005	Media anual	21.12%	16.88%	16.46%	22.89%	13.64%	18.76%
	Volatilidad	11.14%	14.82%	11.36%	12.79%	11.79%	10.88%
	Ratio de Sharpe	1.90	1.14	1.45	1.79	1.16	1.73
	Equivalente cierto	19.21%	13.51%	14.48%	20.43%	11.51%	16.94
	ADF statistic	-1.64	-1.53	-0.31	-0.20	0.42	-
	Skew	-0.16	-0.02	-0.09	0.04	-0.05	-0.17
	Kurtosis	0.83	1.24	1.30	0.65	1.55	0.93
	Correlación TP/Ibex35	0.99	0.79	0.95	0.90	0.92	-
	Tracking Error anual	2.36%	-1.88%	-2.30%	4.13%	-5.12%	-
Tracking Error vol	1.63%	9.15%	3.72%	5.70%	4.77%	-	
2006	Media anual	13.23%	23.62%	17.63%	14.54%	14.31%	14.36%
	Volatilidad	14.41%	22.87%	14.93%	14.87%	15.42%	14.46%
	Ratio de Sharpe	0.92	1.03	1.18	0.98	0.93	0.99
	Equivalente cierto	9.41%	14.88%	14.02%	11.05%	10.67%	10.99
	ADF statistic	-2.47	-3.28	-2.88	-1.57	-1.79	-
	Skew	-0.36	-0.34	-0.43	-0.24	0.01	-0.40
	Kurtosis	0.99	0.95	1.02	1.03	1.28	1.06
	Correlación TP/Ibex35	0.99	0.67	0.90	0.96	0.84	-
	Tracking Error anual	-1.13%	9.27%	3.28%	0.18%	-0.05%	-
Tracking Error vol	1.63%	16.92%	6.45%	4.32%	8.41%	-	
2007	Media anual	6.56%	9.42%	8.16%	5.98%	8.95%	3.56%
	Volatilidad	15.20%	19.75%	15.02%	15.03%	15.76%	15.62%
	Ratio de Sharpe	0.43	0.48	0.54	0.40	0.57	0.23
	Equivalente cierto	2.93%	3.21%	4.65%	2.42%	5.10%	-0.27
	ADF statistic	0.09	-0.86	0.23	-0.76	-0.73	-
	Skew	-0.25	-0.07	-0.18	-0.28	-0.18	-0.22
	Kurtosis	0.58	1.59	0.49	0.68	0.30	0.60
	Correlación TP/Ibex35	0.99	0.69	0.97	0.98	0.91	-
	Tracking Error anual	3.00%	5.86%	4.60%	2.42%	5.39%	-
Tracking Error vol	1.58%	14.33%	3.91%	3.41%	6.59%	-	
2008	Media anual	-54.44%	-94.97%	-46.31%	14.63%	-41.27%	-55.28%
	Volatilidad	39.46%	55.64%	34.37%	59.46%	39.10%	38.74%
	Ratio de Sharpe	-1.38	-1.71	-1.35	0.25	-1.21	-1.43
	Equivalente cierto	-85.85%	-174.79%	-66.43%	-250.54%	-60.07%	-85.14
	ADF statistic	-3.09	-2.60	-0.45	-0.87	-1.20	-
	Skew	0.47	0.35	0.53	-0.56	0.60	0.25
	Kurtosis	4.54	3.94	3.59	13.83	3.23	3.77
	Correlación TP/Ibex35	0.98	0.70	0.96	0.34	0.81	-
	Tracking Error anual	0.84%	-39.68%	8.97%	69.92%	14.01%	-
Tracking Error vol	8.76%	39.55%	11.36%	59.09%	22.80%	-	
2009	Media anual	20.28%	27.25%	18.89%	124.22%	20.77%	19.62%
	Volatilidad	27.00%	26.22%	26.69%	67.96%	29.45%	27.73%
	Ratio de Sharpe	0.75	1.04	0.71	1.83	0.71	0.71
	Equivalente cierto	8.36%	16.68%	6.47%	8.84%	5.12%	7.17%
	ADF statistic	-0.54	-2.45	-0.90	-1.71	-1.53	-
	Skew	-0.11	-0.05	-0.33	0.67	-0.31	-0.10
	Kurtosis	1.13	0.26	1.40	3.24	1.73	0.91
	Correlación TP/Ibex35	0.99	0.92	0.93	0.49	0.88	-
	Tracking Error anual	0.66%	7.63%	-0.73%	104.60%	1.15%	-
Tracking Error vol	2.48%	10.72%	10.23%	59.37%	14.09%	-	

Resultados out of sample por año, con reponderación semestral de las carteras optimas cointegradas y del método clásico o benchmark de referencia OLS (January 2005-december 2009).

Reponderación semestral		Tracking Portfolios					Eurostoxx50
Year		OLS	Adf	Min Varianza	Sharpe	EC	-
2005	Media anual	21.37%	19.54%	16.68%	14.49%	15.97%	18.76%
	Volatilidad	11.18%	17.26%	10.57%	13.04%	11.04%	10.88%
	Ratio de Sharpe	1.91	1.13	1.58	1.11	1.45	1.73
	Equivalente cierto	19.45%	15.17%	14.97%	11.89%	14.06%	16.94
	ADF statistic	-1.65	-2.67	-0.96	-3.42	-0.89	-
	Skew	-0.15	0.34	-0.18	-0.11	-0.28	-0.17
	Kurtosis	0.90	1.63	0.78	0.40	1.10	0.93
	Correlación TP/Ibex35	0.99	0.70	0.90	0.84	0.85	-
	Tracking Error anual	2,61%	0.78%	-2.08%	-4.28%	-2.80%	-
Tracking Error vol	1.62%	12.45%	4.85%	7.00%	6.02%	-	
2006	Media anual	13.90%	19.41%	12.97%	16.24%	10.14%	14.36%
	Volatilidad	14.24%	17.15%	14.45%	14.97%	14.69%	14.46%
	Ratio de Sharpe	0.98	1.13	0.90	1.08	0.69	0.99
	Equivalente cierto	10.67%	14.97%	9.59%	12.71%	6.64%	10.99
	ADF statistic	-2.52	-3.08	-1.36	-1.76	-0.54	-
	Skew	-0.33	0.00	-0.45	-0.24	-0.46	-0.40
	Kurtosis	0.87	0.27	0.93	0.68	0.77	1.06
	Correlación TP/Ibex35	0.99	0.82	0.92	0.95	0.89	-
	Tracking Error anual	-0.46%	5.05%	-1.39%	1.88%	-4.22%	-
Tracking Error vol	1.81%	9.74%	5.69%	4.69%	6.82%	-	
2007	Media anual	7.58%	3.10%	9.19%	6.28%	14.79%	3.56%
	Volatilidad	15.20%	20.69%	15.13%	15.29%	15.14%	15.62%
	Ratio de Sharpe	0.50	0.15	0.61	0.41	0.98	0.23
	Equivalente cierto	3.95%	-3.67%	5.60%	2.54%	11.25%	-0.27
	ADF statistic	0.06	-2.08	0.69	-0.58	2.61	-
	Skew	-0.26	-0.04	-0.25	-0.39	-0.18	-0.22
	Kurtosis	0.60	1.42	0.36	0.57	0.30	0.60
	Correlación TP/Ibex35	0.99	0.80	0.97	0.96	0.94	-
	Tracking Error anual	4.02%	-0.46%	5.63%	2.72%	11.23%	-
Tracking Error vol	1.55%	12.49%	4.12%	4.15%	5.31%	-	
2008	Media anual	-53.89%	-56.97%	-50.67%	-8.91%	-49.99%	-55.28%
	Volatilidad	39.47%	44.54%	38.46%	60.61%	36.25%	38.74%
	Ratio de Sharpe	-1.37	-1.28	-1.32	-0.15	-1.38	-1.43
	Equivalente cierto	-85.30%	-99.02%	-79.13%	-274.66%	-72.26%	-85.14
	ADF statistic	-2.87	-1.85	-1.29	-1.30	-1.80	-
	Skew	0.47	-0.01	0.53	-0.44	0.65	0.25
	Kurtosis	4.52	2.74	4.39	12.92	3.72	3.77
	Correlación TP/Ibex35	0.98	0.83	0.96	0.57	0.89	-
	Tracking Error anual	1.40%	-1.69%	4.62%	46.37%	5.30%	-
Tracking Error vol	8.42%	24.98%	10.54%	50.13%	17.65%	-	
2009	Media anual	20.32%	26.15%	14.17%	24.43%	22.24%	19.62%
	Volatilidad	27.04%	27.69%	25.57%	86.53%	26.97%	27.73%
	Ratio de Sharpe	0.75	0.95	0.55	0.28	0.83	0.71
	Equivalente cierto	8.23%	13.40%	2.95%	-361.37%	10.06%	7.17%
	ADF statistic	-0.41	-0.66	-2.77	-1.86	-1.88	-
	Skew	-0.13	-0.25	-0.30	0.43	-0.13	-0.10
	Kurtosis	1.23	0.68	1.40	5.00	1.51	0.91
	Correlación TP/Ibex35	0.99	0.95	0.95	0.34	0.92	-
	Tracking Error anual	0.70%	6.54%	-5.45%	4.81%	2.62%	-
Tracking Error vol	2.55%	9.10%	9.05%	81.27%	10.69%	-	

Resultados out of sample por año, con reponderación anual de las carteras óptimas cointegradas y del método clásico o benchmark de referencia OLS (January 2005-december 2009).

Reponderación anual		Tracking Portfolios					Eurostoxx50
Year		OLS	Adf	Min Varianza	Sharpe	EC	-
2005	Media anual	21.20%	30.15%	18.61%	10.68%	17.28%	18.76%
	Volatilidad	11.13%	20.30%	10.51%	14.77%	10.85%	10.88%
	Ratio de Sharpe	1.90	1.49	1.77	0.72	1.59	1.73
	Equivalente cierto	19.29%	24.23%	16.94%	7.34%	15.48%	16.94
	ADF statistic	-1.70	-1.35	-1.74	-1.58	-1.05	-
	Skew	-0.16	0.27	-0.01	-0.05	-0.10	-0.17
	Kurtosis	0.92	0.45	1.02	0.77	1.31	0.93
	Correlación TP/Ibex35	0.99	0.61	0.94	0.75	0.90	-
	Tracking Error anual	2.43%	11.39%	-0.15%	-8.09%	-1.48%	-
Tracking Error vol	1.75%	16.22%	3.75%	9.76%	4.99%	-	
2006	Media anual	13.35%	9.20%	17.24%	10.45%	17.14%	14.36%
	Volatilidad	14.07%	19.63%	15.18%	14.57%	15.07%	14.46%
	Ratio de Sharpe	0.95	0.47	1.14	0.72	1.14	0.99
	Equivalente cierto	10.19%	3.67%	13.59%	7.11%	13.56%	10.99
	ADF statistic	-1.94	-1.21	-3.73	-0.87	-4.42	-
	Skew	-0.35	0.32	-0.29	-0.26	-0.28	-0.40
	Kurtosis	0.96	0.69	0.59	0.76	0.60	1.06
	Correlación TP/Ibex35	0.99	0.66	0.89	0.94	0.90	-
	Tracking Error anual	-1.01%	-5.15%	2.88%	-3.90%	2.79%	-
Tracking Error vol	1.86%	14.74%	6.93%	5.07%	6.81%	-	
2007	Media anual	6.93%	12.61%	9.56%	7.76%	14.49%	3.56%
	Volatilidad	15.34%	17.25%	15.15%	15.61%	15.46%	15.62%
	Ratio de Sharpe	0.45	0.73	0.63	0.50	0.94	0.23
	Equivalente cierto	3.23%	8.21%	6.00%	3.89%	10.83%	-0.27
	ADF statistic	-0.12	0.13	0.75	-0.25	1.57	-
	Skew	-0.24	0.31	-0.16	-0.30	-0.07	-0.22
	Kurtosis	0.66	1.82	0.60	0.68	0.65	0.60
	Correlación TP/Ibex35	0.99	0.82	0.97	0.97	0.95	-
	Tracking Error anual	3.37%	9.05%	6.00%	4.20%	10.93%	-
Tracking Error vol	1.64%	9.89%	3.58%	3.84%	5.13%	-	
2008	Media anual	-53.54%	-51.08%	-46.40%	-10.58%	-37.96%	-55.28%
	Volatilidad	39.80%	56.14%	39.28%	61.00%	38.40%	38.74%
	Ratio de Sharpe	-1.35	-0.91	-1.18	-0.17	-0.99	-1.43
	Equivalente cierto	-85.88%	-141.23%	-78.02%	-277.56%	-65.92%	-85.14
	ADF statistic	-3.64	-3.21	-2.00	-1.16	-1.26	-
	Skew	0.46	0.41	0.64	-0.41	0.89	0.25
	Kurtosis	4.59	4.81	5.34	12.66	5.48	3.77
	Correlación TP/Ibex35	0.98	0.64	0.95	0.57	0.87	-
	Tracking Error anual	1.75%	4.20%	8.89%	44.70%	17.32%	-
Tracking Error vol	8.79%	43.25%	12.86%	50.23%	19.61%	-	
2009	Media anual	20.48%	20.10%	15.63%	11.75%	23.87%	19.62%
	Volatilidad	26.91%	26.19%	25.84%	122.85%	26.49%	27.73%
	Ratio de Sharpe	0.76	0.77	0.61	0.10	0.90	0.71
	Equivalente cierto	8.46%	8.40%	4.34%	-656.03%	12.08%	7.17%
	ADF statistic	-0.21	-0.76	-2.15	-1.49	-0.53	-
	Skew	-0.14	-0.29	-0.25	0.01	-0.11	-0.10
	Kurtosis	1.28	1.17	1.27	1.74	1.72	0.91
	Correlación TP/Ibex35	0.99	0.96	0.96	0.29	0.94	-
	Tracking Error anual	0.86%	0.48%	-4.00%	-7.87%	4.25%	-
Tracking Error vol	2.65%	8.26%	7.65%	117.85%	9.75%	-	

Apéndice 6

Resultados out of sample de las carteras riesgo neutrales, con reponderación mensual (January 2005- december 2008).

Eurostoxx50	+2.5%/ -2.5%	+2.5%/ -5%	+2.5%/ -10%	+5%/ -2.5%	+5%/ -5%	+5%/ -10%	+10%/ -2.5%	+10%/ -5%	+10%/ -10%
Annual return	2.04%	3.39%	7.11%	2.82%	4.17%	7.89%	4.02%	5.36%	9.09%
Volatility	3.50%	5.61%	11.37%	4.93%	7.11%	12.78%	7.34%	9.50%	15.15%
Sharpe ratio	0.58	0.60	0.63	0.57	0.59	0.62	0.55	0.56	0.60
Certain equivalent	1.86%	2.90%	5.10%	2.45%	3.40%	5.32%	3.20%	3.99%	5.43%
Skew	0.14	0.14	0.16	0.14	0.14	0.15	0.14	0.14	0.15
Xs kurtosis	4.53	4.75	5.57	4.40	4.60	5.34	4.22	4.39	5.01
Corr TE/Eurostoxx	-0.32	-0.32	-0.33	-0.32	-0.32	-0.33	-0.32	-0.32	-0.33

Resultados out of sample de las carteras riesgo neutrales, con reponderación trimestral (January 2005- december 2008).

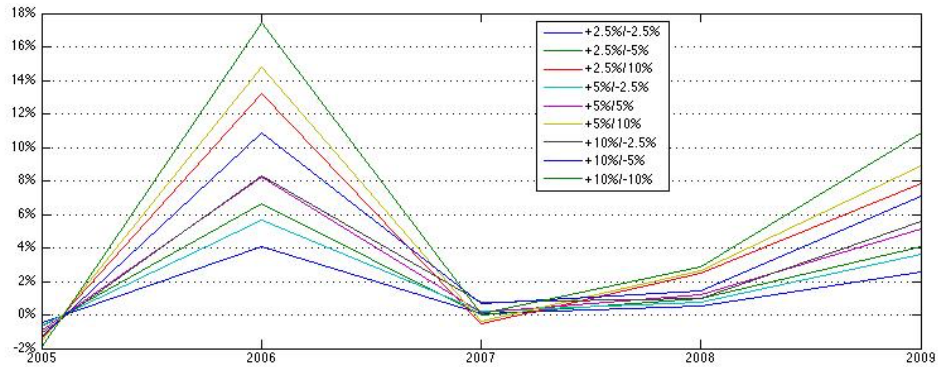
Eurostoxx50	+2.5%/ -2.5%	+2.5%/ -5%	+2.5%/ -10%	+5%/ -2.5%	+5%/ -5%	+5%/ -10%	+10%/ -2.5%	+10%/ -5%	+10%/ -10%
Annual return	1.94%	3.12%	6.05%	2.75%	3.93%	6.86%	4.12%	5.30%	8.23%
Volatility	3.52%	5.74%	11.63%	4.95%	7.16%	13.03%	7.33%	9.53%	15.37%
Sharpe ratio	0.55	0.54	0.52	0.56	0.55	0.53	0.56	0.56	0.54
Certain equivalent	1.76%	2.63%	3.94%	2.38%	3.16%	4.19%	3.31%	3.92%	4.95%
Skew	0.15	0.15	0.13	0.15	0.15	0.14	0.15	0.15	0.14
Xs kurtosis	4.28	4.55	5.55	4.13	4.37	5.28	3.91	4.12	4.89
Corr TE/Eurostoxx	-0.31	-0.31	-0.31	-0.31	-0.31	-0.31	-0.30	-0.31	-0.31

Resultados out of sample de las carteras riesgo neutrales, con reponderación anual (January 2005- december 2008).

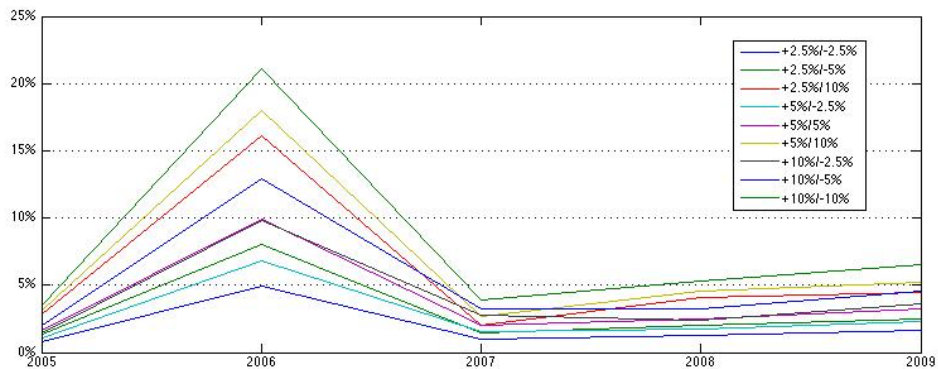
Eurostoxx50	+2.5%/ -2.5%	+2.5%/ -5%	+2.5%/ -10%	+5%/ -2.5%	+5%/ -5%	+5%/ -10%	+10%/ -2.5%	+10%/ -5%	+10%/ -10%
Annual return	1.18%	1.93%	3.91%	1.65%	2.40%	4.38%	2.43%	3.18%	5.16%
Volatility	3.69%	6.05%	12.44%	5.16%	7.52%	13.90%	7.58%	9.93%	16.28%
Sharpe ratio	0.32	0.32	0.32	0.32	0.32	0.32	0.32	0.32	0.32
Certain equivalent	0.98%	1.38%	1.50%	1.25%	1.54%	1.35%	1.56%	1.67%	0.93%
Skew	0.04	0.04	0.02	0.05	0.04	0.03	0.06	0.05	0.04
Xs kurtosis	3.20	3.33	3.75	3.12	3.24	3.64	2.99	3.11	3.47
Corr TE/Eurostoxx	-0.29	-0.30	-0.30	-0.29	-0.29	-0.30	-0.28	-0.29	-0.30

Apéndice 7

Annual return tracking error of Eurostoxx50 long/short market neutral strategies. Biannual rebalancing.



Annual return tracking error of Eurostoxx50 long/short market neutral strategies. Quarterly rebalancing.



Annual return tracking error of Eurostoxx50 long/short market neutral strategies. Monthly rebalancing.

