

EL PETRÓLEO Y EL ORO ¿BUENOS ALIADOS DE LA RENTA VARIABLE?

Johan Alexander Ortega

Trabajo de investigación 007/016

Master en Banca y Finanzas Cuantitativas

Tutor: Dr. Alfonso Novales Cinca

Universidad Complutense de Madrid

Universidad del País Vasco

Universidad de Valencia

Universidad de Castilla-La Mancha

www.finanzasquantitativas.com

El petróleo y el oro, ¿buenos aliados de la renta variable?

Autor: Johan Alexander Ortega Molina

Tutor: Dr. Alfonso Novales Cinca

Resumen

La inversión en materias primas está teniendo una creciente aceptación entre los inversores por los beneficios de diversificación que ofrece a las inversiones en renta variable y por la rentabilidad que añade en el largo plazo. El oro y el petróleo son potenciales recursos estratégicos que pueden mejorar los resultados de una cartera combinada con la renta variable. En este trabajo se implementan las metodologías de Cópula variable en el tiempo y correlaciones dinámicas GARCH para caracterizar la evolución temporal de las correlaciones entre el oro, el petróleo y la renta variable, así como para evaluar si la combinación de estos activos mejora los resultados de la cartera en comparación a una inversión pura en renta variable. Se consideran los mercados más importantes de tres economías industrializadas y tres economías emergentes de Latinoamérica como representantes de la inversión en renta variable. Se realiza un análisis comparativo de los desempeños obtenidos y los riesgos potenciales de las distintas alternativas con los obtenidos en otras carteras compuestas por petróleo y renta variable, así como por una inversión en renta variable. Los hallazgos muestran, en la mayoría de los mercados analizados, cambios en las estructuras de dependencia con el paso del tiempo, baja dependencia entre la renta variable y el petróleo, moderada dependencia positiva entre el oro y el petróleo en determinados períodos y que el oro se comporta como activo refugio en períodos de alta volatilidad. Por otra parte, los hallazgos del estudio revelan que el oro y el petróleo tienen una presencia significativa en la caracterización de las carteras y que estos commodities combinados con la renta variable contribuyen a mejorar los resultados de la inversión en términos de mayor rentabilidad, mejor performance y menor riesgo.

Palabras claves: activo refugio, dependencia, diversificación, cópula, DCC GARCH.

ÍNDICE GENERAL

1.	INTRODUCCIÓN	4
2.	REVISIÓN DE LA LITERATURA	6
3.	ASPECTOS METODOLÓGICOS.....	8
3.1	ANÁLISIS DE DEPENDENCIA.....	8
3.2	CARACTERIZACIÓN DE LA CARTERA ÓPTIMA.....	15
3.3	MEDIDAS DE PERFORMANCE Y MEDIDAS DE RIESGOS.....	19
3.3.1	EL RATIO DE SHARPE	19
3.3.2	EL EQUIVALENTE DE CERTEZA	20
3.3.3	EL RATIO DE SHARPE GENERALIZADO	20
3.3.4	ÍNDICES KAPPA Y OMEGA.....	20
3.3.5	VALOR EN RIESGO	21
3.3.6	BENCHMARK VaR	21
4.	DATOS Y RESULTADOS	22
4.1	DATOS.....	22
4.2	RESULTADOS	22
4.2.1	ANÁLISIS DESCRIPTIVO	22
4.2.2	ANÁLISIS DE DEPENDENCIA.....	23
4.2.3	ANÁLISIS DE LAS CARTERAS.....	26
5.	CONCLUSIONES	30
6.	TABLAS Y GRÁFICOS	33
7.	BIBLIOGRAFÍAS	55

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Estadísticos descriptivos.....	33
Tabla 2. Prueba de autocorrelación de Box Pierce.	33
Tabla 3. Criterio de Información Bayesiano para los modelos univariantes.....	34
Tabla 4. Modelos univariantes.	35
Tabla 5. Distribuciones marginales de los residuos estandarizados. Commodities.....	35
Tabla 6. Distribuciones marginales de los residuos estandarizados. Renta variable.....	36
Tabla 7. Prueba de Kolmogorov-Smirnov (KS)	36
Tabla 8. Criterio de Información de Akaike (AIC) para las cópulas Gaussianas y t de Student...	37
Tabla 9. Medidas de desempeño y medidas de riesgos. Economías desarrolladas.....	38
Tabla 10. Medidas de desempeño y medidas de riesgos. Economías emergentes.	39

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Procedimiento para la estimación de las medidas de dependencia (Cópula).	9
Figura 2. Procedimiento para la estimación de las medidas de dependencia (DCC GARCH).	14
Figura 3. Pesos promedio de los activos en las carteras según el período de volatilidad	26
Figura 4. Pesos promedio de los activos en las carteras según mercado de renta variable.....	27
Figura 5. Indicadores de performance.	28
Figura 6. Medidas de Riesgos, VaR y BVaR.	29
Figura 7. Evolución de los índices de renta variable, oro y petróleo.	40
Figura 8. Residuos de los modelos univariantes: EURO STOXX, S&P 500, NIKKEI 225 e IPSA. ...	41
Figura 9. Residuos de los modelos univariantes: IGBC, IPC MÉXICO, ORO y PETRÓLEO.	42
Figura 10. Distribuciones marginales: EURO STOXX, S&P 500, NIKKEI 225 e IPSA.	43
Figura 11. Distribuciones marginales: IGBC, IPC MÉXICO, ORO y PETRÓLEO.	44
Figura 12. Evolución de las dependencias entre la renta variable, el oro y el petróleo.	45
Figura 13. Evolución de las dependencias entre los rendimientos de renta variable y los cambios relativos en volatilidad del petróleo y el oro.	46
Figura 14. Evolución de las ponderaciones óptimas (Oro, Petróleo y EURO STOXX 50).	47
Figura 15. Evolución de las ponderaciones óptimas (Oro, Petróleo y S&P 500).....	48
Figura 16. Evolución de las ponderaciones óptimas (Oro, Petróleo y NIKKEI 225).....	49
Figura 17. Evolución de las ponderaciones óptimas (Oro, Petróleo e IPSA).....	50
Figura 18. Evolución de las ponderaciones óptimas (Oro, Petróleo e IGBC).	51
Figura 19. Evolución de las ponderaciones óptimas (Oro, Petróleo e IPC MÉXICO).....	52
Figura 20. Evolución de la rentabilidad media y volatilidad de las carteras. Economías desarrolladas.....	53
Figura 21. Evolución de la rentabilidad media y volatilidad de las carteras. Economías emergentes.	54

1. INTRODUCCIÓN

Los mercados financieros en los últimos tiempos han experimentado inestabilidades como consecuencia del cuadro económico mundial por lo que la cantidad de riesgos inherentes a éste crece constantemente. En tal sentido, los inversores evalúan oportunidades que minimicen los riesgos y generen mayores rentabilidades.

Una alternativa que permite minimizar los riesgos y hacer frente a las variaciones en los precios de los activos es mediante la composición de carteras de inversión que incluyan activos refugios de valor o instrumentos de cobertura.

Tanto los activos refugios de valor como los activos de cobertura son instrumentos que permite reducir o eliminar los riesgos que asume un inversor. Baur y Lucey (2010) [3] definen un activo refugio como “activo incorrelacionado o negativamente correlacionado con otro activo o cartera en periodos de turbulencias o crisis financieras”, dicho de otro modo, son aquellos activos que tienen un mejor comportamiento con respecto a otras clases de activos arriesgados en períodos de mayor tensión en los mercados. Estos activos mantienen su valor por razones distintas a la confianza en las empresas, tienen un bajo nivel de riesgo y son rentables en el largo plazo. Por su parte, un activo de cobertura es aquel que tiene correlación negativa o está incorrelacionado, en promedio, con otro activo aunque no necesariamente tiene la propiedad de minimizar las pérdidas en condiciones extremas de los mercados. En esos períodos el activo podría exhibir correlación positiva con el activo a cubrir.

La diversificación es una estrategia que permite a los inversores reducir el riesgo de la cartera mediante la combinación de activos financieros de distintas naturaleza. La relación entre las rentabilidades de estos activos y sus riesgos específicos contribuyen a disminuir el riesgo total de la cartera. En la literatura financiera es frecuente encontrar que en tiempos de alta incertidumbre en los mercados bursátiles los inversores minimizan el riesgo mediante la incorporación de activos más seguros que la renta variable y/o activos de cobertura como podrían ser los commodities, divisas, entre otros. La razón es que existe una correlación inversa entre su variabilidad y el mercado, haciendo que se compensen las posibles pérdidas de la renta variable con la ganancia de estos activos.

La dependencia entre los activos de una cartera de inversión es la clave fundamental en la estrategia de diversificación y en la cuantificación de los riesgos asociados a los movimientos inesperados en los precios de los activos que la configuran. En este sentido, la inversión en materias primas (commodities) está teniendo una creciente aceptación entre los inversores por los beneficios de diversificación que ofrece a las carteras de renta variable y por la rentabilidad que añaden en el largo plazo debido al aumento de su demanda global, impulsada por el crecimiento económico de algunos países emergentes tales como China e India.

El oro y el petróleo son potenciales recursos estratégicos que pueden mejorar los resultados de una cartera combinada con inversión en renta variable. Estos commodities pueden tener una presencia significativa en una cartera óptima debido a que proporcionan cobertura ante acontecimientos negativos en el mercado.

Algunos trabajos académicos han considerado la dependencia de los rendimientos del oro y del petróleo con los mercados de renta variable por su importante negociación mundial y por los beneficios que pueden proporcionar su combinación. Sin embargo, en la literatura no se encuentran muchos estudios que analicen la estructura de dependencia entre los tres activos de forma conjunta a través del tiempo ni los beneficios que puedan proporcionar su combinación.

En este trabajo se implementan las metodologías de Cópula variable en el tiempo y correlaciones dinámicas GARCH (DCC GARCH) para caracterizar rigurosamente la evolución temporal de las correlaciones entre el oro, el petróleo y la renta variable, y examinar si la estructura de dependencia cambia en períodos de altas volatilidades en los mercados bursátiles. Además, se exploran otros mercados emergentes, se evalúa si la combinación de estos commodities con la renta variable mejora los resultados de la inversión en comparación a una cartera compuesta por renta variable y se utiliza un conjunto de datos más reciente que abarca el período comprendido entre julio de 2001 y marzo de 2016, que permite dar cuenta de episodios importantes de fluctuaciones en las cotizaciones de los commodities y de las acciones. Se consideran los mercados más importantes de renta variable de tres economías industrializadas: EURO STOXX 50, S&P 500 y NIKKEI 225, y tres economías emergentes de Latinoamérica: IPSA (Chile), IGBC (Colombia) e IPC (México), cuyos índices son tomados, alternativamente, como representantes de la inversión en renta variable y se considera el oro y el petróleo para la diversificación de dicha inversión. Para ello se implementan tres criterios de selección de carteras óptimas: Mínima Varianza, Mínimo Valor en Riesgo y Mínimo Valor en Riesgo Condicional. Se distingue entre los posibles resultados que puedan obtenerse al diversificar una cartera de renta variable de mercados emergentes con el ejercicio de diversificación de una cartera de renta variable de mercados desarrollados y se realiza un análisis comparativo de los desempeños obtenidos y de los riesgos potenciales de las distintas alternativas con los obtenidos en otras carteras compuestas por petróleo y renta variable, así como por una cartera de inversión pura en renta variable.

Los resultados muestran una baja dependencia entre la renta variable y el petróleo con estructura cambiante en el tiempo y una mayor dependencia entre las cotizaciones del oro con la renta variable en la mayoría de los mercados. Por otra parte, los hallazgos del estudio revelan que el oro y el petróleo tienen una presencia significativa en la caracterización de las carteras y que estos commodities combinados con la renta variable contribuyen a mejorar los resultados de la inversión en términos de mayor rentabilidad y menor nivel de riesgo.

La presente investigación se organiza de la siguiente manera. En el apartado dos se revisa la literatura que presenta un análisis de dependencias entre las cotizaciones del petróleo y el oro con el mercado de valores. En el apartado tres se describen las metodologías econométricas implementadas. En el apartado cuatro se detallan los datos utilizados, se analizan los estadísticos descriptivos de la muestra y se presentan los resultados obtenidos referentes a las medidas de dependencia, caracterización de las carteras, medidas de performance y medidas de riesgos. En el apartado cinco se presenta finalmente las conclusiones del trabajo.

2. REVISIÓN DE LA LITERATURA

En este apartado se presenta un breve resumen de varios estudios influyentes que investigan el comportamiento del oro como activo refugio y la dependencia dinámica entre las cotizaciones del petróleo con los mercados bursátiles.

McDermott (2009) [15] estudia el papel del oro como refugio seguro contra las pérdidas en los mercados financieros utilizando una muestra que abarca el período comprendido entre 1979 y 2009. Sus resultados muestran que el metal dorado es una cobertura y un refugio seguro para los principales mercados de valores de Europa y los Estados Unidos, pero no para Australia, Canadá, Japón y los grandes mercados emergentes. Además, sus evidencias permiten diferenciar entre una forma débil y fuerte del refugio seguro y argumenta que el oro puede actuar como una fuerza estabilizadora para el sistema financiero mediante la reducción de las pérdidas extremas frente a la crisis de los mercados. En cuanto a los períodos de crisis específicas, McDermott destaca que el oro era un refugio seguro fuerte para los mercados más desarrollados durante la reciente crisis financiera.

Hood y Malik (2013) [12] evalúan el papel de oro y otros metales preciosos en relación con el índice de volatilidad (VIX), como una cobertura y refugio seguro, utilizando datos diarios entre noviembre de 1995 y noviembre de 2010 del mercado de valores de Estados Unidos. Sus resultados muestran que el oro a diferencia de otros metales preciosos, sirve como una cobertura y un refugio seguro débil. Los autores destacan que el VIX sirve como una protección fuerte y un refugio seguro durante el período muestral seleccionado. También resaltan que en periodos de baja volatilidad, el oro no presenta correlación negativa con el mercado y concluyen que el VIX es una herramienta de cobertura superior y sirve como un refugio mejor que el oro durante el período analizado. El enfoque econométrico en este documento se basa en un modelo de regresión propuesto por Baur y McDermott [3,15] en donde los rendimientos de activos (oro, plata, platino o volatilidad) son regresados en función del rendimiento del mercado.

Por otra parte, muchas investigaciones muestran evidencias de una relación financiera entre los precios del crudo y los flujos de caja de las empresas aunque los resultados de los estudios varían sustancialmente debido a las distintas alternativas metodológicas que utilizan los investigadores. Por ejemplo, Sukcharoen, Zohrabyan, Leatham y Wu (2013) [22] adoptan el enfoque de cópula para estudiar la interdependencia dinámica de los precios del petróleo y los índices bursátiles que no incluyen las acciones de compañías de petróleo y gas, en países desarrollados y en vías de desarrollo, así como países consumidores de petróleo y países productores. Estos investigadores concluyen que las medidas de dependencia populares tales como el coeficiente de correlación lineal y el tau de Kendall, así como la dependencias de cola son bajas para todos los casos, la dependencia en las colas de las series es mayor en países con gran consumo de petróleo y países productores, y la asociación de los rendimientos se vuelve ligeramente más fuerte durante la caída del mercado y la disminución del precio del petróleo. Además destacan que existen diferencias significativas en los parámetros de asociación de los países desarrollados y los países en desarrollo y que la introducción del euro en 1999 altera sustancialmente la estructura de dependencia.

Aloui, Hammoudeh y Nguyen (2013) [2] examinan la dependencia en los distintos intervalos de tiempo entre los precios del crudo y los rendimientos de las acciones en seis países en transición de Europa Central y Oriental (CEE) (Bulgaria, República Checa, Hungría, Polonia, Rumania y Eslovenia), vale decir, durante las fases de mercado alcista y bajista en estos países que está marcado por la más reciente crisis financiera. Para ello, hacen uso de un enfoque de copula variable en el tiempo modelando series de rendimientos mediante procesos de tipo GARCH con adecuadas distribuciones marginales y funciones de copulas. Los autores destacan que la metodología ofrece la posibilidad de examinar el grado y la naturaleza de la dependencia de rendimientos a niveles extremos a través del tiempo, como la última crisis financiera global, también permite capturar las no linealidades potenciales en la relación entre el mercado y el petróleo. Sus resultados muestran evidencia de una dependencia positiva entre el petróleo y los mercados de valores de los seis países seleccionados. De este modo, sugieren que el petróleo y los índices bursátiles de la CEE no proporcionan beneficios de diversificación durante las condiciones financieras extremas como la reciente crisis financiera global. Además los autores concluyen que no se deben combinar estos activos con el fin de reducir el riesgo sistémico en estos países.

Dhaoui y Khraief (2014) [7] estudian el efecto de la crisis del petróleo y la producción de petróleo en los rendimientos del mercado de valores utilizando datos mensuales durante el período comprendido entre enero de 1991 y septiembre de 2013, para los países: Estados Unidos, Suiza, Francia, Canadá, Reino Unido, Australia, Japón y Singapur. Argumentan que es importante tener en cuenta el efecto de diferentes agregados macroeconómicos para examinar el efecto directo e indirecto de los shock sobre las cotizaciones del petróleo en los rendimientos de las acciones con el fin de comprender con más detalle cómo los inversores reaccionan a los cambios en los precios del petróleo en el tiempo. Implementan el modelo EGARCH-M para especificar el efecto de las variables macroeconómicas sobre los rendimientos y la volatilidad del mercado de valores y obtienen evidencias que apoyan la relación negativa entre los cambios de los precios del petróleo y los rendimientos del mercado de valores para todos los países. Además, indican que los cambios en el precio del petróleo ejercen efectos positivos significativos sobre la volatilidad de los rendimientos de las acciones de todos los países seleccionados con la excepción de Francia y el Reino Unido.

Díaz, Molero y Pérez (2016) [8] estudian el efecto de los cambios en la volatilidad de los precios del petróleo en los mercados bursátiles de las economías del G7 (Canadá, Francia, Alemania, Italia, Japón, el Reino Unido y los EE.UU.) utilizando datos mensuales entre enero de 1970 y diciembre de 2014. Estos autores incluyen la volatilidad del precio del petróleo como una variable exógena en un modelo VAR e incorporan los tipos de interés a corto plazo, el crecimiento de la producción industrial y los rendimientos de las acciones. Sus resultados revelan que la volatilidad de los precios del petróleo tiene un efecto negativo sobre los rendimientos del mercado de valores del G7 y que la volatilidad de los precios del petróleo es relevante para predecir variables macroeconómicas y financieras.

3. ASPECTOS METODOLÓGICOS

3.1 ANÁLISIS DE DEPENDENCIA

Identificar la estructura de dependencia entre activos financieros es de gran importancia para la administración de una cartera de inversión y la gestión de los riesgos asociados a las fluctuaciones en los precios de los activos que la componen. La diversificación, por ejemplo, es una estrategia que permite a los inversionistas reducir el riesgo de la cartera mediante la combinación de activos financieros de distintas naturaleza. En este sentido, se hace necesario cuantificar de forma apropiada la dependencia ya que es la clave fundamental en la estrategia de diversificación. Si no se seleccionan los activos basado en una estimación adecuada de la dependencia, no se alcanzarán los resultados que se desean.

Otro aspecto importante a tener en cuenta en las inversiones es la medición adecuada de la exposición de la cartera ante movimientos adversos en los precios de los activos que la conforman. En este caso, resulta necesario contar con estimaciones precisas de las relaciones que puedan existir entre sus rentabilidades.

Para gestionar con éxito las inversiones en instrumentos financieros (mejorar el desempeño de la cartera y al mismo tiempo reducir la exposición al riesgo), será de vital importancia implementar herramientas adecuadas para la medición de su dependencia. Atendiendo a estas consideraciones, muchas investigaciones están orientadas en el desarrollo de nuevas alternativas metodológicas que posibiliten la modelización de la estructura de dependencias de las variables financieras.

Este apartado se centra en describir las metodologías que se utilizan en este trabajo para determinar si existe dependencia dinámica entre los rendimientos del oro, petróleo y el mercado de valores. Como se puede inferir, el oro y el petróleo son inversiones alternativas que pueden aumentar las oportunidades de cobertura en una cartera de renta variable. Por lo tanto, de existir alguna estructura de dependencia entre éstos activos y, especialmente, si esta dependencia contribuye con la diversificación de la cartera, los inversores desearán tenerlos en cuenta a la hora de configurar su cartera.

3.1.1 ANÁLISIS DE DEPENDENCIA MEDIANTE EL ENFOQUE DE COPULAS

Para analizar la dependencia entre los rendimientos del oro, el petróleo y el índice de mercado bursátil, se utiliza el enfoque de cópulas con parámetros cambiantes en el tiempo utilizando ventanas móviles de 504 observaciones con el fin de considerar los cambios en la estructura de dependencia a lo largo del período muestral. Para ello, se reestiman los parámetros de la cópula cada 22 días y se obtiene una serie de dependencia de 151 observaciones.

La cópula es una potente herramienta estadística que permite caracterizar las relaciones de dependencias entre las variables mediante la función de probabilidad multivariante. Modelizar por cópula es una alternativa cuando las distribuciones marginales de los rendimientos de los activos no presentan dependencia lineal, son asimétricas y/o sus

distribuciones de probabilidades son diferentes. En estos casos, el coeficiente de correlación lineal no es una buena medida ya que solo está definido para distribuciones elípticas, Novales (2016) [20]. Además, este coeficiente no proporciona mayor información cuando la dependencia presenta asimetría con colas pesadas, Boyer et al. (1997) [5].

La copula es una función multivariante definida en el espacio $[0, 1]^n$ con distribuciones de probabilidades marginales uniformes estándar. En el trabajo de Sklar (1959) [21] se demuestra que cualquier función de densidad conjunta se puede descomponer en sus n distribuciones marginales y la función de densidad de la cópula que describe completamente la dependencia entre las variables.

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)) \cdot f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot \dots \cdot f_n(x_n)$$

En este estudio se modeliza la distribución conjunta de los rendimientos de las variables analizadas mediante una identificación general, siguiendo la estrategia de inferencia en el margen, es decir, se estiman los parámetros de las distribuciones marginales univariantes para luego estimar los parámetros de las cópulas que describe la dependencia de los activos. Como se mencionó al inicio de este apartado, la estimación de los parámetros de dependencia se hace de forma dinámica adoptando un procedimiento de ventana móvil, cuya longitud muestral es de 504 días que corresponden a dos años de negociación aproximadamente.

En la Figura 1 se resume el procedimiento aplicado en este estudio para la estimación de las medidas de dependencia mediante el enfoque de cópula.

Figura 1. Procedimiento para la estimación de las medidas de dependencia (Cópula).



3.1.1.1 Elección del modelo de series de tiempo para la estimación de las marginales

Para llevar a cabo el análisis de dependencia mediante el enfoque de cópula resulta necesario conocer las funciones de distribuciones marginales de los rendimientos del oro, petróleo y el índice de mercado. A tal efecto, se inicia el proceso con un ajuste de series de tiempo para los rendimientos de los tres activos y posteriormente se extraen los residuos estandarizados del modelo resultante.

En muchas investigaciones financieras es frecuente encontrar evidencias estadísticas que señalan que la mayoría de las series de rendimientos presentan los hechos estilizados, es

decir, las rentabilidades presentan agrupamientos de volatilidades, exceso de curtosis, asimetría negativa, ausencia de autocorrelación serial y sus distribuciones no son normales.

Aloui et al. y Xin y Guofu [2,23], implementan el modelo *ARMA* (m, n) con un modelo estándar *GARCH*(p, q) propuesto por Bollerslev et al. (1992) [4] para ajustar cada una de las series de rendimientos. Luego, utilizan el vector de innovaciones resultantes estandarizado para obtener las funciones de distribuciones marginales de las variables y a partir de ellas analizar los patrones de dependencia. Este modelo se representa por:

$$r_t = \mu + \sum_{i=1}^m a_i r_{t-i} + \sum_{j=1}^n b_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t,$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Si bien es cierto que esta combinación permite caracterizar adecuadamente algunos hechos estilizados presentes en los rendimientos de los activos y obtener distribuciones idénticas e independientes, algunos autores señalan que esta especificación no captura de forma adecuada los mayores efectos sobre la volatilidad de las rentabilidades ante shocks negativos que antes shocks positivos, dicho de otra manera, se cree que este modelo no recoge el hecho de que las noticias negativas afectan en mayor medida a la volatilidad de la serie de rendimientos que las noticias positivas (efecto asimétrico).

Una variante de este modelo que permite incorporar el efecto asimétrico de las series financieras es utilizar la especificación *EGARCH*¹, propuesta por Nelson (1991) [18], para modelar la varianza condicional:

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| + \sum_{i=1}^p \gamma_i \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} + \sum_{j=1}^q \beta_j \log(\sigma_{t-j}^2)$$

De esta forma, si es negativa la innovación estandarizada $\varepsilon_{t-i}/\sigma_{t-1}$, los shocks negativos tienen un impacto de $\alpha_i + \gamma_i$ sobre el logaritmo de la varianza condicional, a diferencia de los shocks positivos que tienen un efecto de α_i cuando $\varepsilon_{t-i}/\sigma_{t-1}$ es positivo.

Otra especificación que permite capturar el efecto asimétrico de las series, utiliza el modelo de volatilidad condicional propuesto por Glosten, et al. (1992)² [11] que incorpora el término de apalancamiento en su forma funcional. El modelo *GJR*(p, q) viene especificado por:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \gamma_i S_{t-i} \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

¹ Para más detalles sobre el modelo *EGARCH*, ver "Conditional Heterocedasticity in Asset Returns: A New Approach", Nelson (1991) [18].

² Para más detalles sobre el modelo *GJR*, ver "On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks", Glosten, et al. (1992) [11].

donde,

$$S_{t-i} = \begin{cases} 1, & \text{si } \varepsilon_{t-i} < 0 \\ 0, & \text{si } \varepsilon_{t-i} \geq 0 \end{cases}$$

De esta forma, los shocks negativos tienen un impacto de $\alpha_i + \gamma_i$ a diferencia de los shocks positivos que tienen un impacto de α_i sobre la varianza condicional. Esta especificación es la que se utiliza en el trabajo desarrollado por Sukcharoen et. al [22].

Sobre la base de las ideas expuestas, en este trabajo se estiman por máxima verosimilitud los modelos: ARMA(p,q) GARCH(1,1), ARMA(p,q) EGARCH(1,1) y ARMA(p,q) GJR(1,1), con innovaciones modeladas a través de la distribución t de Student para las series de rentabilidades del oro, petróleo y el mercado de renta variable. A continuación, se utiliza el Criterio de Información Bayesiano (BIC) para elegir la especificación que mejor se ajusta a los datos muestrales y se extraen los residuos estandarizados para estimar las funciones de distribuciones marginales. Vale destacar que estos modelos se utilizan en esta investigación en virtud de su gran aceptación y uso en la literatura financieras.

3.1.1.2 Estimación de las distribuciones marginales

Las distribuciones marginales son estimadas utilizando la distribución empírica de los residuos filtrados (ver 3.1.1.1.) mediante el suavizado de Kernel, Cherubini et al. (2004) [6].

$$\hat{F}_X(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1\{X_i < x\}$$

Sin embargo, los hallazgos en otros estudios muestran que el suavizado de Kernel no es óptimo para estimar las distribuciones de las colas de las innovaciones estandarizadas, Embrechts et al. (1997) [9], Mikosch (2003) [16]. Por lo tanto, la Teoría del Valor Extremo (EVT) surge como una alternativa para obtener dichas distribuciones lo cual se traduce en estimaciones más precisas de las marginales.

El enfoque de la Teoría de Valores Extremos permite estudiar los eventos asociados a los extremos de la distribución ya que mejora la modelación y cuantificación de los casos atípicos. La teoría se basa en el supuesto de distribuciones idénticas e independientes de los rendimientos. Este enfoque solo se puede aplicar a las colas de las innovaciones ya que es inexacta para el centro de la distribución.

Para aproximar una especificación funcional de las distribuciones marginales de las colas, Sukcharoen et. al. (2013) [22] utilizan el enfoque EVT sobre los residuos estandarizados filtrados del modelo ARMA-GJR que exceden determinados umbrales (superior e inferior) mediante la Distribución Generalizada de Pareto (GPD), que está definida por:

$$F_u(y) = P(z - u < x | z > u) \approx 1 - \left(1 + \frac{\xi x}{\beta}\right)^{-\frac{1}{\xi}}, \quad \xi \neq 0$$

$$F_u(y) \approx 1 - \exp\left(-\frac{x}{\beta}\right), \quad \xi = 0$$

donde β es el parámetro de escala y ξ determina la velocidad de desaparición de las colas (tail index). La función es válida para $x > u$. Si $\xi = 0$, indica que las colas se desvanecen a una velocidad exponencial mientras que si $\xi \neq 0$ indica la presencia de colas pesadas.

En este trabajo se implementa esta herramienta para modelar las distribuciones marginales debido a que en muchos estudios se identifican elementos que evidencian la ausencia de normalidad en las distribuciones de las rentabilidades financieras además de presentar colas gruesas. Como se puede deducir, el uso de esta metodología permite aproximar una distribución con un mejor ajuste de las colas pesadas de las innovaciones estandarizadas.

Partiendo de los supuestos anteriores, las distribuciones estimadas se transforman en distribuciones uniformes a través de las funciones de probabilidades obtenidas para proporcionar las estimaciones de los parámetros de las cópulas.

3.1.1.3 Modelos para la estructura de dependencia

La estructura de dependencia entre los rendimientos de los activos está determinada completamente por la estructura de dependencia de las variables uniformes generadas que describen la relación entre las rentabilidades de acuerdo a una determinada especificación. Las especificaciones de dependencias que se tratan en este trabajo son: *la cópula Gaussiana* que captura la dependencia en el centro de la distribución pero no la dependencia en las colas (es muy baja o nula) y *la cópula t de Student* que captura la dependencia en el centro y en las colas de la distribución. Ambas especificaciones son simétricas.

(1) Cópula Gaussiana

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n; \Gamma) = \Phi_n(\Phi^{-1}(u_1), \Phi^{-1}(u_2), \dots, \Phi^{-1}(u_n))$$

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n; \Gamma) = \int_0^{\Phi^{-1}(u_n)} \dots \int_0^{\Phi^{-1}(u_2)} \int_0^{\Phi^{-1}(u_1)} \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} |\Gamma|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2} \xi' \Gamma^{-1} \xi\right) d\xi$$

Con función de densidad:

$$c(u_1, u_2, \dots, u_n; \Gamma) = |\Gamma|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \xi' (\Gamma^{-1} - I_n) \xi\right)$$

donde, $\xi = (\Phi^{-1}(u_1), \Phi^{-1}(u_2), \dots, \Phi^{-1}(u_n))$

(2) Cópula t de Student

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n; \Gamma) = t_{v,n} \left(t_{v_1}^{-1}(u_1), t_{v_2}^{-1}(u_2), \dots, t_{v_n}^{-1}(u_n) \right)$$

Con función de densidad:

$$c(u_1, u_2, \dots, u_n; \Gamma) = K \frac{1}{|\Gamma|^{\frac{1}{2}}} (1 + v^{-1} \xi' \Gamma^{-1} \xi)^{-\frac{v+n}{2}} \prod_{i=1}^n (1 + v^{-1} \xi_i^2)^{\frac{v+1}{2}}$$

donde, $\xi = (T_{v_1}^{-1}(u_1), T_{v_2}^{-1}(u_2), \dots, T_{v_n}^{-1}(u_n))$

$$K = \Gamma \left(\frac{v}{2}\right)^{n-1} \Gamma \left(\frac{v+1}{2}\right)^{-n} \Gamma \left(\frac{v+n}{2}\right)$$

3.1.1.4 Estimación de los parámetros de la cópula

Los parámetros estimados para las cópulas son aquellos que maximizan la función de verosimilitud, esto es:

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \sum_{t=1}^T \ln c(\hat{F}_1(x_{1t}; \alpha_1), \hat{F}_2(x_{2t}; \alpha_2), \dots, \hat{F}_n(x_{nt}; \alpha_n); \theta)$$

donde α_i es el parámetro de la i -ésima distribución de probabilidad marginal, θ es el vector de parámetros de la distribución de la cópula y x_{it} es el vector de observaciones de la i -ésima variable en el período t .

3.1.1.5 Criterios de selección de la cópula

Se utilizan dos criterios de información para la selección de la cópula estimada que mejor se ajuste a los datos muestrales, tales como: el criterio de información de Akaike (AIC) y el criterio Bayesiano de información (BIC).

$$AIC = 2k - 2 \ln L$$

$$BIC = T^{-1}(k \ln T - 2 \ln L)$$

donde L es la función de verosimilitud, k es el número de parámetros estimados del modelo y T es el número de observaciones.

3.1.1.6 Medidas de dependencia

Una vez identificada la función de la cópula óptima, se utilizan dos medidas de correlación por rangos para el análisis de la dependencia: el coeficiente de correlación de Spearman (ρ_s) y el coeficiente de correlación de Kendall (ρ_τ). Estas medidas no requieren ningún supuesto sobre la distribución de las variables y analizan las concordancias³ y discordancias entre pares de datos. Además, son útiles cuando los datos contienen observaciones extremas, lo cual es frecuente en series financieras. Estas medidas tienen dos ventajas con respecto a las medidas de correlaciones lineales, son invariante ante

³ Un par es concordante si los valores grandes (pequeños) de una variable están relacionados con los valores grandes (pequeños) de otra variable y viceversa.

transformaciones monótonas crecientes y tienen mejor capacidad de identificación de dependencias no lineales. Nelsen (1998)⁴ [17] demostró que estas medidas pueden definirse en términos de cópulas mediante las siguientes expresiones:

$$\rho_s(u_1, u_2) = 12 \int_0^1 \int_0^1 u_1 u_2 dC(u_1, u_2) - 3$$

$$\rho_\tau(u_1, u_2) = 4 \int_0^1 \int_0^1 C(u_1, u_2) dC(u_1, u_2) - 1$$

3.1.2 ANALISIS DE DEPENDENCIA MEDIANTE EL ENFOQUE DCC-GARCH

Otro análisis que permite caracterizar la estructura de dependencia entre los rendimientos del oro, el petróleo y el mercado de renta variable consiste en estimar la serie de correlaciones condicionales mediante la metodología de correlaciones dinámicas GARCH (DCC GARCH) desarrollada por Engle y Sheppard (2001) [10].

Los modelos DCC GARCH son ampliamente utilizados para la caracterización de la dependencia entre variable, entre otras cosas, por la simplicidad en su implementación. En este sentido, las correlaciones condicionales entre los activos se estiman siguiendo el procedimiento de tres pasos: (1) ajustar cada una de las series de rendimientos según los modelos descritos en 3.1.1.1. (2) estandarización del vector de innovaciones resultantes y estimación de la matriz de correlaciones incondicionales, (3) estimación de los parámetros de persistencia de correlación.

Figura 2. Procedimiento para la estimación de las medidas de dependencia (DCC GARCH).



Estimación de las correlaciones dinámicas GARCH

Para estimar la evolución temporal de la correlación permitiendo que exista reversión a la media, se estandarizan las innovaciones filtradas de los modelos univariantes ajustados a las series de rentabilidades, esto es, el cociente de las innovaciones entre las volatilidades condicionales estimadas en cada período.

⁴ El desarrollo de la demostración se puede ver en “An Introduction to Copula”, Nelsen (1998) [17].

A partir de las innovaciones estandarizadas z_i se estiman los parámetros alfa y beta que se utilizan para calcular las covarianzas condicionales:

$$q_{ij,t+1} = \rho_{ij} + \alpha(z_{i,t}z_{j,t} - \rho_{ij}) + \beta(q_{ij,t} - \rho_{ij})$$

Posteriormente, se utiliza la normalización $\rho_{ij,t+1}$ para la estimación final de los coeficientes de correlaciones condicionales:

$$\rho_{ij,t+1} = \frac{q_{ij,t+1}}{\sqrt{q_{ii,t+1}}\sqrt{q_{jj,t+1}}}$$

Finalmente, los valores de alpha y beta serán aquellos que maximicen la función de verosimilitud:

$$\ln L = -\frac{1}{2} \sum_t (\ln |\Gamma_t| + z_t' \Gamma_t^{-1} z_t)$$

donde Γ_t es la matriz de correlaciones en el período t .

Es importante destacar que las estimaciones de los parámetros alfa y beta son constantes para cualquier par de activos a lo largo del período, es decir, se impone que todas las correlaciones condicionales siguen una misma dinámica, lo cual es sin duda una debilidad en la especificación del modelo cuando el período muestral de las series analizadas es muy extenso.

3.2 CARACTERIZACIÓN DE LA CARTERA ÓPTIMA

En la teoría de carteras de inversión, a partir del trabajo de Markowitz (1952) [14], se determina que existe una relación entre el riesgo y la rentabilidad. De igual forma se establece el concepto de eficiencia en la asignación de activos que componen una cartera.

Maximizar la rentabilidad esperada de una cartera no debe ser la orientación exclusiva de una estrategia de inversión sino que también se debe tener en cuenta su nivel de riesgo. El fundamento básico de la teoría financiera es la relación inversa entre la rentabilidad y el riesgo, de modo que las carteras más arriesgadas tienden a proporcionar una mayor rentabilidad, mientras que las carteras con menor exposición a los riesgos suelen generar una menor rentabilidad.

La teoría financiera considera también que las decisiones del inversor vinculadas a la selección de la cartera óptima se basan en maximizar su función de utilidad que depende de la media y la varianza de las rentabilidades. El nivel de utilidad del inversor dependerá positivamente de la rentabilidad y negativamente de su volatilidad. El inversor maximizará su función de utilidad bajo las restricciones de recursos disponibles, obteniendo así su cartera óptima, Novales (2015) [19].

Hay una gran cantidad de modelos que permiten evaluar la volatilidad de los activos dado que ésta no es observable. Cada uno de ellos conducen a soluciones diferentes de

carteras óptimas, es decir, diferentes composiciones de la cartera que maximiza la función de utilidad del inversor⁵.

En este trabajo se aplican tres criterios de selección óptima mediante los enfoques de cópula y DCC GARCH para la obtención de las ponderaciones de carteras compuestas por renta variable, oro y petróleo, y carteras compuestas por renta variable y petróleo. Luego se presenta un análisis comparativo entre dichas configuraciones y una inversión pura en renta variable con el fin de mostrar si se obtienen beneficios de diversificación al combinar estos activos. Se recomponen las carteras cada 22 días reestimando los parámetros de la cópula en cada período de rebalanceo a partir de las últimas 504 observaciones de rentabilidades, mientras que para las carteras obtenidas bajo el enfoque DCC GARCH se utiliza la matriz de varianzas y covarianzas condicional estimada en dichos períodos.

Con referencia a las carteras que se obtienen mediante el enfoque de cópula, resulta necesario estimar los momentos de primer y segundo orden de la distribución multivariante de los rendimientos. A continuación se describe el procedimiento empleado en la estimación de los momentos considerando, sin pérdida de generalidad, una cartera compuesta por tres activos.

Procedimiento:

1. Se realiza una partición de la recta real de las innovaciones estandarizadas de los activos incluidos en las carteras. De esta manera se cuenta con tres rejillas de valores acotadas en el rango $[-5, 5]$ cuya combinación genera 9261 observaciones.
2. Mediante las distribuciones marginales estimadas para cada activo (ver 3.1.1.2.), los valores del paso 1 se llevan al intervalo $[0, 1]$ y posteriormente se calculan las inversas de la distribución normal estandarizada, $\xi_1 = \Phi^{-1}(u_1)$, $\xi_2 = \Phi^{-1}(u_2)$ y $\xi_3 = \Phi^{-1}(u_3)$.
3. A partir de los valores conseguidos en el paso anterior se obtiene la densidad de la cópula Gaussiana. De esta forma, cada combinación de las rejillas de innovaciones cuenta con el valor numérico de la densidad de la cópula.
4. Se calculan los valores de las tres funciones marginales correspondientes a cada activo para cada punto de las rejillas.
5. La función de densidad multivariante de los activos que configuran la cartera $f(r_{oro}, r_{pet}, r_{rv})$ es obtenida multiplicando los valores de las tres funciones marginales del paso anterior por el valor de la densidad de la cópula del paso 3.
6. Se calculan las rentabilidades de los tres activos a partir de los valores de las rejillas de innovaciones desestandarizadas, esto es, multiplicar los valores de las innovaciones por sus respectivas desviaciones estándar, sumar sus correspondientes esperanzas matemáticas y utilizar los parámetros estimados de los modelos de series temporales

⁵ Ideas tomadas de "Midiendo el riesgo en mercados financieros", Novales (2015) [19].

seleccionados para obtener las rentabilidades de los activos. De esta forma se cuenta con 9261 combinaciones de rentabilidades.

7. Finalmente, se calculan las rentabilidades de la cartera que son utilizadas para obtener los momentos de primer y segundo orden mediante las siguientes expresiones:

$$R_{pi} = w_{oro} \cdot r_{oro,i} + w_{pet} \cdot r_{pet,i} + w_{rv} \cdot r_{rv,i}, \quad i = 1, 2, \dots, 9261$$

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{9261} f_i(r_{oro}, r_{pet}, r_{rv}) \cdot R_{pi}$$

$$E(R_p^2) = \sum_{i=1}^{9261} f_i(r_{oro}, r_{pet}, r_{rv}) \cdot R_{pi}^2$$

Como se puede inferir, estos momentos se utilizan para estimar la varianza de la cartera la cual resulta imprescindible para obtener las ponderaciones óptimas de los activos de acuerdo a los distintos criterios de selección de carteras utilizados en este trabajo.

$$\sigma_p^2 = E(R_p^2) - (E(R_p))^2$$

En relación a las carteras que se obtienen mediante el enfoque DCC GARCH, la rentabilidad esperada y la varianza de la cartera se obtienen mediante las siguientes expresiones:

$$E(R_p) = \frac{1}{504} \cdot \sum_{i=1}^{504} (w_{oro} \cdot r_{oro,i} + w_{pet} \cdot r_{pet,i} + w_{rv} \cdot r_{rv,i})$$

$$\sigma_p^2 = w'Vw$$

donde, $w = [w_{oro} \ w_{pet} \ w_{rv}]$ es el vector de ponderaciones y V es la matriz simétrica de varianzas y covarianzas condicionales de las rentabilidades de los activos incluidos en la cartera.

3.2.1 CARTERA ÓPTIMA DE MÍNIMA VARIANZA

La mínima varianza global es la menor varianza que se puede encontrar para una cartera de inversión, la cual genera una rentabilidad esperada y si el inversor desea aumentar dicho rendimiento tendrá que asumir una mayor volatilidad (entendida como desviación típica). La varianza mínima global en el problema de composición de carteras óptimas se obtiene al resolver el problema de optimización no lineal mediante el método de los multiplicadores de Lagrange el cual permite encontrar los pesos óptimos de los activos que la configuran:

$$\arg \min_w \sigma_p^2$$

$$\text{Sujeto a: } \sum_i^N w_i = 1$$

$$w_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

donde w es el vector de ponderaciones y σ_p^2 es la varianza de la cartera que se obtiene de acuerdo al procedimiento explicado al inicio de este apartado.

3.2.2 CARTERA ÓPTIMA DE MÍNIMO VALOR EN RIESGO

El Valor en Riesgo (VaR) se define como el valor límite tal que una pérdida en la cartera sobre un horizonte temporal y bajo una determinada probabilidad exceda dicho valor. El cálculo del VaR, en este caso, se basa en el método paramétrico bajo el supuesto teórico de que los rendimientos de la cartera siguen una distribución normal, siendo este supuesto una limitación en el criterio de selección.

Para obtener las ponderaciones de la cartera óptima de mínimo VaR se parte de las ponderaciones obtenidas en la cartera de mínima varianza en el primer período (condición inicial), con ellas se calculan los momentos de la distribución de rentabilidades y a partir de estos, se estima el valor numérico de la medida de riesgo mediante la siguiente expresión:

$$VaR_{1-\alpha}(R_p) = \sigma_p \sqrt{h} \Phi^{-1}(1 - \alpha).$$

Las ponderaciones que minimicen el VaR se utilizarán como condición inicial para el siguiente período de rebalanceo.

En resumen, los pasos seguidos para la estimación de las ponderaciones son:

1. Determinar la configuración de la cartera en el primer período, asignando la ponderación inicial w_0 obtenida mediante el método CMV.
2. Se aplican las ponderaciones iniciales w_0 para calcular las rentabilidades diarias de la cartera que son utilizadas en el cálculo de la rentabilidad esperada $E(R_p)$ y la volatilidad de la cartera σ_p .
3. La cartera de Mínimo VaR se obtiene al resolver el siguiente problema de optimización:

$$\arg \min_w VaR_{1-\alpha}(R_p)$$

$$\text{Sujeto a: } \sum_i^N w_i = 1$$

$$w_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

donde w es el vector de ponderaciones, h es el horizonte temporal, R_p la rentabilidad de la cartera y σ_p es la volatilidad de la cartera.

4. Las ponderaciones obtenidas se utilizan como condiciones iniciales del siguiente período de rebalanceo y se emplea el mismo procedimiento.

3.2.3 CARTERA ÓPTIMA DE MÍNIMO VALOR EN RIESGO CONDICIONAL

El Valor en riesgo condicional (CVaR), también conocido como “media de excesos de pérdida”, es una medida coherente que se utiliza frecuentemente para reducir la probabilidad de que una cartera incurra en grandes pérdidas. El CVaR se obtiene estimando la media ponderada entre el VaR y las pérdidas que excedan el valor en riesgo.

Para obtener las ponderaciones de la cartera óptima de mínimo CVaR, bajo el supuesto teórico de que los rendimientos de la cartera siguen una distribución normal, se parte de las ponderaciones obtenidas en la cartera de mínima varianza en el primer período (condición inicial), con ellas se calculan los momentos de la distribución de rentabilidades y a partir de estos, el valor numérico de la medida de riesgo por medio de la siguiente expresión:

$$CVaR_{1-\alpha}(R_p) = \frac{\int_{-\infty}^{-VaR_{1-\alpha}(R_p)} R_p \cdot f(R_p) dR_p}{P(R_p < -VaR_{1-\alpha}(R_p))}, \quad R_p \sim N(0, \sigma_p)$$

Por lo tanto, el problema de optimización para obtener las ponderaciones de la cartera de mínimo valor en riesgo condicional es:

$$\arg \min_w CVaR_{1-\alpha}(R_p)$$

$$\text{Sujeto a: } \sum_i^N w_i = 1$$

$$w_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

3.3 MEDIDAS DE PERFORMANCE Y MEDIDAS DE RIESGOS

La medición del desempeño de las carteras permite evaluar su gestión basándose en el riesgo-retorno. En este trabajo se presentan algunas alternativas entre las que se encuentran el índice de Sharpe, el equivalente de certeza, el índice de Sharpe Generalizado, el índice kappa y el índice omega que son medidas de performance que permiten realizar comparaciones entre distintas carteras de inversión. Para su estimación, se utilizan las series de rentabilidades obtenidas durante el período comprendido entre junio de 2003 y marzo de 2016.

3.3.1 EL RATIO DE SHARPE

El ratio de Sharpe es una medida estándar en el sector financiero que permite cuantificar la rentabilidad ajustada al riesgo. La rentabilidad esperada de la cartera $E(R_c)$ menos la rentabilidad del activo libre de riesgo R_f corresponde al numerador del ratio y el denominador es la volatilidad de la cartera σ_c . La relación resultante recoge el exceso de rentabilidad esperada por unidad de la variabilidad del rendimiento de la cartera.

$$RS = \frac{E(R_c) - R_f}{\sigma_c}$$

3.3.2 EL EQUIVALENTE DE CERTEZA

El equivalente de certeza (EC) es la cantidad de dinero que, otorgada con seguridad, dejaría indiferente al jugador de una lotería entre percibirla o tomar parte en ella. En el contexto de la inversión en activos arriesgados, el EC es la cantidad de dinero que habría que garantizar al inversor para que éste se deshiciera de la inversión. Ante un resultado incierto representado por una variable aleatoria P ; el EC es la cantidad x que satisface: $U(x) = E(U(P))$. Entonces al denotar $x = EC(P)$ implica que $U[EC(P)] = E(U(P))$. La siguiente expresión es una aproximación del equivalente cierto:

$$EC \approx \mu - \frac{1}{2}\gamma\sigma^2 + \frac{\tau}{6}\gamma^2\sigma^3 - \frac{\kappa - 3}{24}\gamma^3\sigma^4$$

En esta formulación, cuando un inversor adverso al riesgo tiene una función de utilidad exponencial aceptaría un determinado Equivalente Cierto por mantener su cartera invertida bajo incertidumbre.

3.3.3 EL RATIO DE SHARPE GENERALIZADO

El Ratio de Sharpe Generalizado es una medida de gran utilidad cuando las distribuciones de las rentabilidades no son normales. Este indicador se define en función del máximo nivel alcanzable de la utilidad esperada, siendo esta una función del equivalente cierto. En este caso se hace el supuesto de que la preferencia del inversor es logarítmica.

$$RSG = \sqrt{\sigma^2 + \frac{1}{3}\tau\sigma^3 - \frac{1}{12}\kappa\sigma^4}$$

3.3.4 ÍNDICES KAPPA Y OMEGA

Se determina a partir del cociente entre la rentabilidad esperada en exceso de un determinado umbral y el *Lower Partial Moment (LPM)* que es una función del rendimiento esperado de la cartera cuando éstos son inferiores a un determinado umbral.

$$K_\delta = \frac{E(R_c) - h}{LPM_{\delta,h}(R_c)^{1/\delta}}$$

$$\text{donde, } LPM_{\delta,h}(R_c)^{1/\delta} = E(|\min(0, R_c - h)|)^{1/\delta}$$

El índice Kappa de primer orden está relacionado con el estadístico Omega y se puede utilizar como alternativas al ratio de Sharpe para medir la rentabilidad ajustada al riesgo, Kaplan y Knowles (2004) [13]. Un valor elevado del índice Omega indica que el activo proporciona más ganancias que pérdidas en relación a un determinado umbral de rentabilidad (h). A diferencia del ratio de Sharpe, esta medida no requiere que la distribución de los rendimientos de la cartera sea normal. El índice omega se define como:

$$\Omega(h) = 1 + K_1(h)$$

En este análisis se utiliza como umbral el Valor en Riesgo que se cuantifica implementando el método de simulación histórica que utiliza la información pasada para su estimación y hace el mínimo de supuestos acerca de la distribución de probabilidad que siguen las rentabilidades de las carteras.

3.3.5 VALOR EN RIESGO (VaR)

El VaR es una medida de riesgo que frecuentemente es utilizada para la cuantificación de la pérdida máxima que puede experimentar el propietario de una cartera de activos financieros en un determinado horizonte de riesgo y bajo un determinado nivel de confianza. Básicamente, el VaR es el percentil de la distribución de probabilidad condicional prevista para las rentabilidades de la cartera o de un activo financiero en el período seleccionado. Para una distribución $F(R_p)$ y una probabilidad $\alpha \in [0,1]$.

El cálculo del VaR, en este caso, se basa en el método de simulación histórica que hace el mínimo de supuestos acerca de la distribución de probabilidad que siguen las rentabilidades de las carteras. Su estimación se realiza mediante la siguiente expresión:

$$VaR_{1-\alpha}(R_p) = -\inf\{R_p: F(R_p) \geq \alpha\}$$

Para ello se reordenan las series de rentabilidades de las carteras que se obtienen mediante los distintos criterios de selección (Mínima Varianza, Mínimo VaR y Mínimo CVaR) y se consigue la menor cantidad de R_p que verifica la desigualdad $F(R_p) \geq \alpha$.

3.3.6 BENCHMARK VaR (BVaR)

Una métrica que es adecuada para la medición del riesgo en relación con un punto de referencia es el Benchmark VaR. Para su estimación se considera el retorno activo (Active return), siendo este la diferencia entre el rendimiento de la cartera y la rendimiento del activo o cartera de referencia, Alexander (2008) [1]. El valor en riesgo de referencia, en términos de porcentaje, es el cuantil α de la distribución de la rentabilidad activa a h días con descuento al día de hoy. El valor numérico de la métrica se obtiene a partir de la siguiente expresión

$$BVaR = \left(\Phi^{-1}(1 - \alpha) \sigma_a \sqrt{\frac{h}{250}} - \mu_a \frac{h}{250} \right)$$

donde, σ_a es la volatilidad de las diferencia entre la rentabilidad de la cartera y la rentabilidad del benchmark (Tracking Error).

4. DATOS Y RESULTADOS⁶

4.1 DATOS

En esta investigación se consideran los mercados de valores como representantes de la inversión en renta variable de tres economías industrializadas: EURO STOXX 50, S&P 500 y NIKKEI 225, y tres economías emergentes de Latinoamérica: IPSA (Chile), IGBC (Colombia) e IPC (México). Para la diversificación se consideran el oro cuyos precios corresponden al indicador Goldnam y el petróleo cuya serie de precios corresponde al crudo Brent en dólares por barril, siendo este utilizado como el principal referente para los países de Asia, Medio Oriente y Europa. La periodicidad de las series es diaria y el análisis se realiza durante el período comprendido entre julio de 2001 y marzo de 2016 para un total de 3843 observaciones. Este período es de especial relevancia ya que incluye episodios importantes de fluctuaciones, a saber, la reciente crisis financiera y la crisis del sector petrolero. Bloomberg es la plataforma de datos utilizada para la obtención de los precios de las series.

4.2 RESULTADOS

4.2.1 ANÁLISIS DESCRIPTIVO

Las evoluciones de las cotizaciones diarias de las series analizadas durante el período de estudio se representan en la Figura 7. Se puede observar que los precios de los mercados bursátiles de países desarrollados son bastante estables durante el período anterior a la reciente crisis financiera global pero posterior a esa fecha su variabilidad es mayor. Los mercados emergentes presentan una mayor volatilidad durante todo el período analizado. Las cotizaciones del petróleo muestran una tendencia similar y creciente a las del oro durante el período comprendido entre 2001 y 2007. Los precios del oro descienden en 2008 y se recuperan rápidamente como consecuencia del estallido de la crisis de hipotecas basura “subprime” de Estados Unidos, ya que hubo un crecimiento de la demanda especulativa de inversores que buscaban proteger el valor de sus carteras frente al riesgo potencial de quiebra del sistema financiero de Estados Unidos aunado a las expectativas de recortes de tipos de interés. Los precios del metal dorado llegaron a un máximo histórico de 1880 usd/onza pero posterior a esa fecha los precios revierten a niveles de 1100 usd/onza debido al descenso en su demanda. En los gráficos se observa también el desplome en los precios del crudo entre los años 2014 y 2015 provocado por la disminución en la demanda de los países asiáticos y por el aumento de la oferta impulsado por los Estados Unidos y el regreso de Irak al mercado.

En la Tabla 1 se presentan los estadísticos descriptivos básicos de los rendimientos logarítmicos: media, volatilidad (medida como desviación típica), curtosis, asimetría, matriz de correlaciones, así como las pruebas de normalidad y autocorrelación. Los resultados obtenidos muestran que los rendimientos medios del oro y el petróleo se sitúan en 3,93 y 1,20 puntos básicos respectivamente y la media de los rendimientos diarios de los índices de mercado en economías emergentes son superiores a los observados en economías desarrolladas. La

⁶ Los datos y tablas utilizadas en esta investigación así como la programación se pueden consultar en el siguiente link: <https://drive.google.com/folderview?id=0B1rA6UYirjawVmtTT1ZXTV900TQ&usp=sharing>

volatilidad anual para todos los activos se sitúan en torno a 25% y se observa que el oro es el activo con menor volatilidad (18,5%) y el petróleo es el que mayor volatilidad registra (27,7%) durante el período considerado. También se observa que todas las series presentan exceso de curtosis, lo cual evidencia que los rendimientos de los activos incorporan el fenómeno de colas gruesas que frecuentemente se presenta en las series financieras. Además, los rendimientos considerados muestran coeficientes de asimetría negativos.

La evidencia también revela la ausencia de normalidad en las series, lo cual se confirma mediante el estadístico de Jarque Bera (JB) que resulta significativo en todas las series de rentabilidades, es decir, se rechaza la hipótesis de normalidad en las distribuciones de rendimientos.

En cuanto a la correlación incondicional entre los activos, se observa que el oro y el petróleo están incorrelacionado con las rentabilidades de los mercados, lo cual es un indicativo a priori de que estos commodities se comportan como activos refugio de valor. Los rendimientos entre el oro y el crudo se encuentran correlacionados positivamente ($\rho=0,09$) y los resultados de las pruebas de Ljung Box y Box Pierce muestran que las series presentan autocorrelación serial. Los resultados obtenidos a partir de las pruebas de autocorrelación no son fiables puesto que los estadísticos son sensibles a la cantidad de datos utilizados (el error tipo I de los contrastes es alto). Un ejercicio similar se realiza sobre una muestra de 1008 observaciones que equivalen a dos años de negociación para distintos períodos y no se rechaza la hipótesis de ausencia de autocorrelación en la mayoría de las series de rentabilidades.

Por otra parte, en los gráficos de los rendimientos presentados en las Figuras 8 y 9 se aprecian que las medias han permanecido constantes y en torno a cero, sin presentar tendencias claras hacia algún determinado valor. No obstante, las varianzas no parecen ser constantes y se observan agrupaciones de volatilidades en determinados periodos para todas las series analizadas. Dicho de otro modo, pequeñas variaciones en los rendimientos tienden a ir seguidos de pequeñas variaciones, mientras que grandes variaciones tienden a ir seguidas de grandes variaciones, la más evidente se presenta en el período de inestabilidad de los mercados en el año 2008.

De las evidencias anteriores, se concluye que las series de rendimientos presentan los hechos estilizados, es decir, las rentabilidades son estacionarias, presentan clúster de volatilidades, distribuciones no normales, ausencia de autocorrelación, exceso de curtosis y son asimétricas.

4.2.2 ANÁLISIS DE DEPENDENCIA

La estructura de dependencia condicional entre los precios del petróleo, el oro y los mercados de renta variable de las seis economías analizadas mediante el enfoque de cópula variable en el tiempo se estima siguiendo un procedimiento en tres pasos.

En primer lugar, se filtran los rendimientos utilizando los modelos univariantes definidos en el apartado 3.1.1.1 para obtener estimaciones independientes e idénticamente distribuidas de los residuos. Estos modelos se han estimado por el método de máxima verosimilitud para distintas combinaciones de retardos que varían en el rango $[0, 3]$. En la Tabla 3 se presentan

los resultados del Criterio de Información Bayesiano (BIC) utilizado para elegir las especificaciones que mejores se ajustan a los datos muestrales de las series de rendimientos. Los modelos ARMA EGARCH y ARMA GJR son los que presentan mejores resultados BIC para las distintas series de rentabilidades analizadas. Además se observa persistencia de volatilidad, coeficiente de apalancamiento significativos y bajos grados de libertad de la distribución t de Student en los modelos (ver Tabla 4). Todos estos elementos sugieren que las noticias en los mercados tienen un impacto asimétrico en la volatilidad durante el período seleccionado. Además, los valores estimados para los grados de libertad de la distribución t de Student justifican la falta de normalidad.

En segundo lugar, se estima las distribuciones marginales de las innovaciones filtradas estandarizadas utilizando sus funciones de distribuciones empíricas para el centro de la distribución (suavizado de Kernell) y la teoría del valor extremo para las colas de las distribuciones. Los valores extremos de las innovaciones filtradas se ajustan de forma adecuada a una Distribución Generalizada de Pareto (GPD), lo cual sugiere la presencia de colas pesadas en las innovaciones estandarizadas. Los ajustes de las GPD se presentan en las Figuras 10 y 11. Se evalúan visualmente mediante la función de distribución empírica de los residuos que superan determinados umbrales frente a la GPD teórica, utilizando el 10% de los residuos estandarizados en cada una de las colas. Las distribuciones estimadas se transforman en distribuciones uniformes y se valida su adecuación mediante la prueba de Kolmogorov-Smirnov (ver Tabla 7). También se muestran las estimaciones de los parámetros de las GDP en la Tabla 5 y 6.

Por último, se hace uso del método de Máxima Log-verosimilitud Canónica para estimar los parámetros de las cópulas utilizadas en el trabajo según lo descrito en el punto 3.1.1.3. El criterio de información AIC presentado en la Tabla 8 sugiere que la cópula Gaussiana es la que mejor se adecua a los datos en la mayoría de los períodos analizados. Sin embargo, en períodos de alta volatilidad en los mercados la cópula t de Student es la que logra un mejor ajuste en la mayoría de los mercados. Esto revela una débil dependencia en las colas de la distribución en períodos estables y una mayor dependencia en las colas en períodos de turbulencia.

Las cotizaciones del petróleo y el oro históricamente han ido de la mano ya que los aumentos del crudo desencadenan temores inflacionarios, incrementando la demanda por el metal dorado debido a su atractivo como valor refugio. Sin embargo, esta relación se ha debilitado durante los últimos años. Lo anteriormente expuesto se muestra en la estructura de dependencia entre el oro y el petróleo estimada, en donde se destaca la correlación positiva y cambiante en el tiempo (ver Figura 12). Se observa además que en períodos previos al 2009 el tau de Kendall se sitúa en torno a 0,10 y a partir del 2010 es muy cercano a cero. Resultados similares se obtienen cuando se analiza las estimaciones de los coeficientes de correlaciones de Spearman.

Por otra parte, la correlación entre el oro y la renta variable es cercana a cero e incluso negativa durante los períodos inestables y la correlación entre la renta variable y el petróleo es baja y similar en la mayoría de los mercados, en este caso se observa un ligero cambio en su estructura durante el período analizado, es decir, dependencia negativa en períodos previos a

la crisis financiera del 2008 y correlaciones oscilante en el intervalo $[-0,05; 0,05]$ en períodos posteriores a la crisis. Llama la atención el caso del mercado de renta variable en Japón, en donde difiere la evolución de la estructura de dependencia de la renta variable con el oro y el petróleo en comparación al resto de los mercados. La estimación del coeficiente de correlación por rango de Kendall entre el petróleo y la renta variables es positiva en la mayoría de los períodos analizados y se ubica en torno a 0,15 aproximadamente. Situación similar se presenta al utilizar el coeficiente de correlación de Spearman.

De forma análoga, las correlaciones entre el oro y la renta variable para este mercado son positivas en la mayoría de los períodos e inclusive en períodos de alta volatilidad. Esta dependencia se hace negativa a principios del año 2014.

También es destacable la similitud en las estructuras de dependencia de los mercados emergentes con el oro y el petróleo con los resultados obtenidos utilizando el índice de mercado S&P 500.

Otros resultados muestran que los cambios en las dependencias entre las cotizaciones del petróleo, el oro y los mercados de renta variable de las economías desarrolladas son más sensibles con el paso del tiempo en comparación a las economías emergente. Tal es el caso de las estimaciones realizadas mediante el enfoque DCC GARCH definido en el apartado 3.1.2 (ver Figura 12). Al comparar las medidas de dependencia utilizando los enfoques DCC GARCH y Cópula variable en el tiempo, también se evidencian diferencias significativas entre las estimaciones de ambos métodos y, más aún, para las economías desarrolladas.

Como complemento se realiza un ejercicio utilizando ambos enfoques (DCC GARCH y Cópula), para caracterizar la estructura de dependencia entre los rendimientos de la renta variable y los cambios relativos en la volatilidad del petróleo siguiendo un procedimiento similar a lo anteriormente explicado. En la Figura 13 se muestran los resultados de las medidas de dependencia y se puede observar que la correlación entre renta variable y los cambios relativos en la volatilidad del petróleo es baja y oscila dentro del rango $[-0,1; 0,1]$ en la mayoría de los mercados. Las evidencias también muestran que en períodos de alta volatilidad del petróleo la correlación es negativa. Nuevamente se presentan grandes diferencias en el mercado japonés en comparación con el resto de las economías, siendo la más destacable la relación positiva durante la crisis financiera de 2008. De igual manera se analiza la dependencia entre los rendimientos de la renta variable y los cambios relativos en la volatilidad del oro. Los hallazgos no muestran una clara evidencia de que en períodos de alta volatilidad en los rendimientos del oro, se acentúe la dependencia entre estas dos variables.

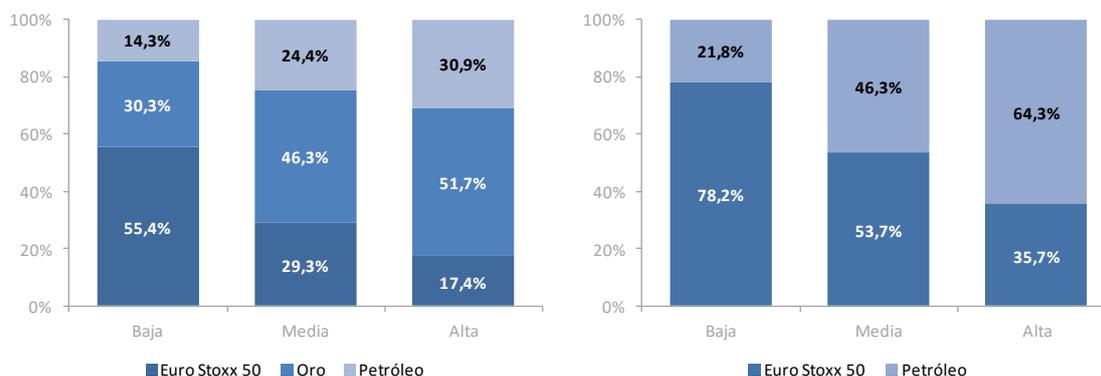
Al comparar los resultados de las medidas de dependencia estimadas en esta investigación con los resultados obtenidos en los artículos resumidos en el apartado dos y tomando en cuenta las definiciones presentadas en dichos trabajos, se considera que el metal dorado se comporta como activo refugio de valor.

4.2.3 ANÁLISIS DE LAS CARTERAS

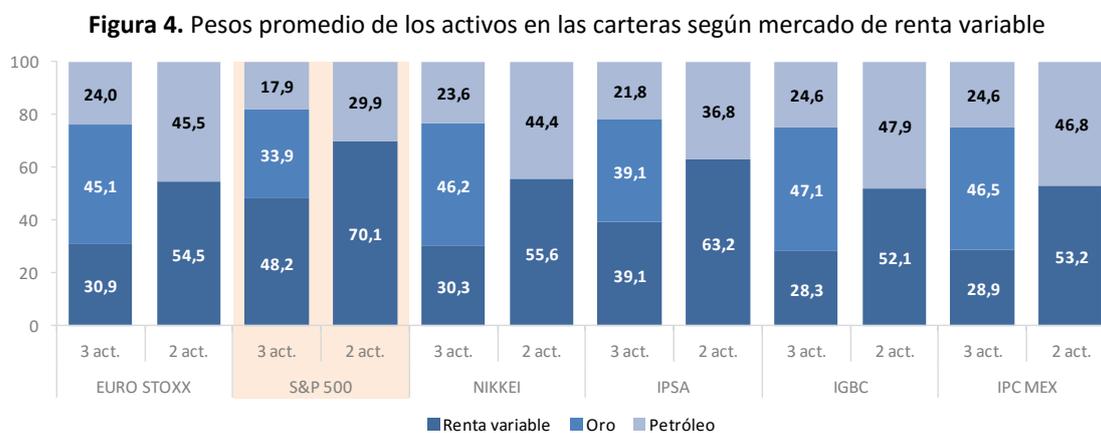
Con la finalidad de evaluar el impacto que tiene la incorporación del oro y el petróleo en una cartera de renta variable, en este apartado se implementan tres criterios de selección de carteras óptimas: Mínima Varianza, Mínimo Valor en Riesgo y Mínimo Valor en Riesgo Condicional para su caracterización. Las ponderaciones son reestimadas mensualmente con el objeto de analizar cómo evolucionan los pesos de los activos para distintos momentos del ciclo económico. Además, se distingue entre los resultados obtenidos al diversificar una cartera de renta variable de mercados emergentes con el ejercicio de diversificación de una cartera de renta variable de mercados desarrollados y se realiza un análisis comparativo de las medidas de desempeños y los riesgos potenciales de las distintas alternativas con los obtenidos en otras carteras compuestas por petróleo y renta variable, así como por una cartera de inversión pura en renta variable.

En la Figuras 14 se muestra la evolución de las ponderaciones en 12 carteras de inversión. Las seis primeras carteras han sido configuradas incorporando el oro, el petróleo y el índice de mercado EURO STOXX 50, mientras que el resto de las carteras se encuentran configuradas por el petróleo y el EURO STOXX 50. Al analizar la evolución de las ponderaciones sobre las carteras que incorporan el oro, los hallazgos muestran que el metal dorado tiene una presencia significativa durante la mayor parte del período y más aún en períodos de alta volatilidad en el mercado de renta variable (ver Figura 3). Tal es el caso de las ponderaciones observadas durante el período de crisis financiera del 2008 en donde la participación del oro es superior a los 60 puntos porcentuales en todas las carteras que incorporan el commodity. En períodos de baja volatilidad la renta variable es la que presenta una mayor ponderación en las distintas alternativas (55% en promedio). Este comportamiento es similar al utilizar los distintos enfoques y criterios de selección. Por otra parte, se destaca la presencia significativa del petróleo en las carteras cuando se excluye el oro, su proporción media se sitúa en torno a los 46 puntos porcentuales durante el período analizado y aumenta considerablemente en períodos de alta volatilidad en el mercado (64% en promedio). Este comportamiento es generalizable a los mercados desarrollados y emergentes (Figuras 15-19), es decir, tanto el oro como el petróleo aumentan su participación en las carteras en períodos de estrés en el sistema, disminuyen en períodos de baja volatilidad pero su presencia es significativa durante el período considerado.

Figura 3. Pesos promedio de los activos en las carteras según el período de volatilidad



Los resultados son similares cuando se utilizan los distintos criterios de selección óptima. También es destacable la diferencia presentada en las carteras cuando se utiliza como renta variable el índice S&P 500 cuya participación es superior en comparación al resto de los mercados (48% vs. 30% en promedio cuando se incluye el oro y 70% vs. 55% en promedio cuando no se incluye el oro).



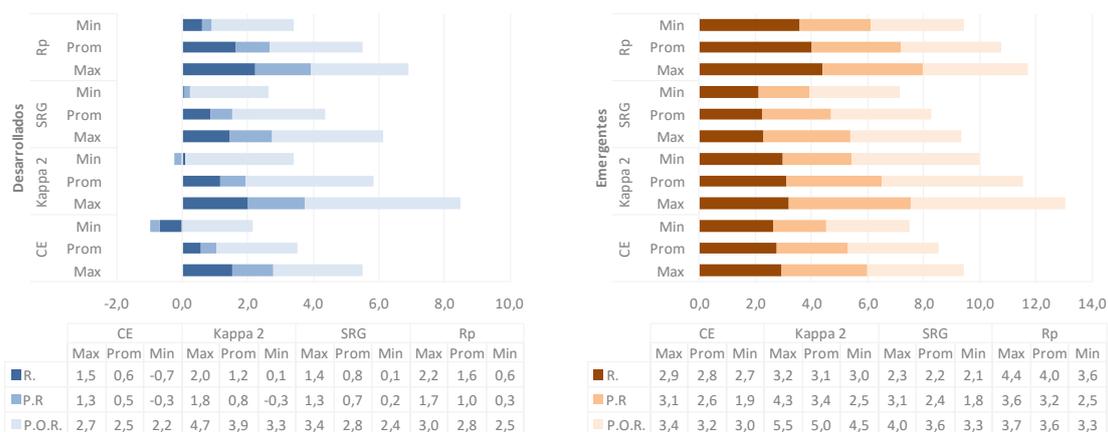
Por lo que se refiere a las medidas de desempeño de las carteras, en la tablas 9 y 10 se presentan los resultados obtenidos para economías desarrolladas y emergentes durante el período comprendido entre julio de 2003 y marzo de 2016 de los indicadores: Rentabilidad media (Rp), Volatilidad anualizada (DT), Ratio de Sharpe (SR), Ratio de Sharpe Generalizado (SRG), Equivalente cierto (EC), índice kappa de segundo orden (Kappa 2) e índice omega, así como indicadores de riesgos medidos a través del Valor en Riesgo y el Benchmark Var para un horizonte temporal de 1 días.

Para efectos de comparación entre las carteras, este análisis se basa en las medidas de performance y medidas de riesgos estimadas, teniendo en cuenta las diferencias en la composición de las carteras, mercados (desarrollado o emergente), criterios de selección (Mínima varianza, Mínimo VaR y Mínimo CVaR) y metodologías implementadas (Cópula o DCC GARCH).

Las evidencias muestran que al combinar el petróleo con la renta variable de los mercados desarrollados se logra una importante disminución en los niveles de riesgos de las carteras en comparación a una inversión pura en renta variable. Sin embargo, los rendimientos obtenidos y los distintos indicadores de performance estimados no son mejores a los obtenidos en la cartera de renta variable. Algo similar ocurre en los mercados emergentes, aunque las diferencias más significativas son los mejores resultados obtenidos en los indicadores de performance y, en el caso de Chile, mejor rentabilidad media en las inversiones que combinan el crudo con la renta variable para el período analizado. En cuanto a los criterios de selección y metodologías implementadas, los mejores resultados se presentan en las optimizaciones realizadas por los criterios de Mínimo VaR y Mínimo CVaR utilizando el enfoque de cópula variable en el tiempo. Los resultados muestran una importante mejora en términos de mayor rentabilidad, mejores indicadores de performance y menor nivel de riesgo en estas carteras.

Al combinar el petróleo y el oro con la renta variable de los mercados desarrollados se obtienen marcadas diferencias en comparación con el resto de las configuraciones. Las rentabilidades obtenidas en el período comprendido entre julio de 2003 y marzo de 2016 y los indicadores de performance son superiores. Por otra parte, los indicadores de riesgos son notablemente inferiores al resto de las carteras. En el caso de los mercados emergentes la situación es similar aunque las rentabilidades medias son inferiores en las carteras que incluyen los commodities en comparación a la inversión en petróleo y renta variable. Además, los criterios de selección de Mínimo VaR y Mínimo CVAR utilizando el enfoque de cópulas son los que mejores resultados exhiben en todos los casos.

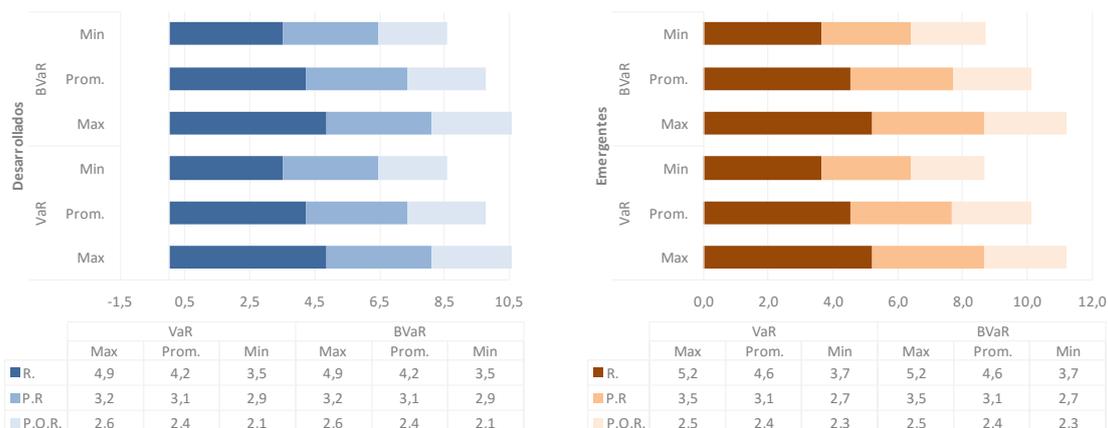
Figura 5. Indicadores de performance.



Nota: Se presentan los valores mínimos, promediós y máximos de los indicadores de performance estimados en el período comprendido entre julio de 2003 y marzo de 2016 para las carteras: R. Renta Variable, P.R. Petróleo y P.O.R. Petróleo, Oro y Renta Variable. Las carteras se han obtenidos a través de tres criterios de selección: Mínima Varianza, Mínimo Valor en Riesgo y Mínimo Valor en Riesgo Condicional mediante el enfoque Cópula. En la parte izquierda se presenta en azul los resultados correspondientes a las carteras de mercados deesarrollados y en la parte derecha las correspondientes a los mercados emergentes. La rentabilidad media (Rp) y el Equivalente Cierto (EC) se presentan en puntos básicos. El Ratio de Sharpe Generalizado (SRG) y el índice Kappa de orden 2 (Kappa 2) se muestran en puntos porcentuales. Se utiliza las letras del tesoro americano a tres meses como activo libre de riesgo. Para el índice Kappa de orden dos se utiliza como umbral el ALR.El coeficiente de aversión es igual a uno ($\gamma = 1$).

En cuanto a la medida de riesgo en relación a las letras del tesoro americano a tres meses (Benchmark VaR), se obtienen valores en el intervalo [2,1; 2,6] al considerar las distintas combinaciones entre los commodities y la renta variable en mercados desarrollados. Se obtienen estimaciones similares en mercados emergentes, [2,3; 2,5]. Por su parte, al considerar una inversión pura en renta variable, el BVaR es notablemente superior tanto para los desarrollados como para los emergentes, [3,5; 4,9] y [3,7; 5,2] respectivamente, para un horizonte de gestión de un día. Recordar que estas métricas indican que las rentabilidades de las carteras no serán inferiores a la rentabilidad del benchmark en más de las cantidades estimadas para las distintas carteras configuradas, con una probabilidad del 99%.

Figura 6. Medidas de Riesgos, VaR y BVaR.



Nota: Se resume los indicadores de riesgos VaR y BVaR para las carteras: R. Renta Variable, P.R. Petróleo y Renta Variable, P.O.R. Petróleo, Oro y Renta Variable, durante el período comprendido entre julio de 2003 y marzo de 2016. Las carteras se han obtenidos a través de tres criterios de selección: Mínima Varianza, Mínimo Valor en Riesgo y Mínimo Valor en Riesgo Condicional mediante el enfoque Cópula. En la parte izquierda se presenta en azul los resultados correspondientes a las carteras de mercados de desarrollados y en la parte derecha los correspondientes a mercados emergentes. Se utiliza las letras del tesoro americano a tres meses como activo libre de riesgo. El horizonte temporal es un día.

Como complemento, en las figuras 20 y 21 se presenta la evolución de la rentabilidad media de las carteras y sus volatilidades para el período comprendido entre junio de 2003 y marzo de 2016. En la parte superior se observan los gráficos de las series de rentabilidades y en la parte inferior las volatilidades anualizadas de las carteras. Se destaca la mayor rentabilidad y menor volatilidad en las carteras que combinan el oro y el petróleo con la renta variable en períodos de estrés en el sistema financiero. Sin embargo, los rendimientos de las carteras que incluyen el oro no necesariamente son mayores a los rendimientos obtenidos por las restantes carteras en periodos de estabilidad en los mercados. Por el contrario, al ser un activo con menor riesgo éste provoca que su incorporación genere una menor rentabilidad en períodos de bonanza. Además, la volatilidad de las carteras que no incluyen el oro son notablemente superiores durante todo el período considerado tanto en mercados desarrollados como en mercados emergentes. Se observa también que el petróleo contribuye a mejorar la cartera de renta variable en comparación a una inversión pura en renta variable pero los resultados no son mejores en comparación a las carteras que incorporan el metal dorado.

5. CONCLUSIONES

La situación actual de los mercados financieros hace necesaria la búsqueda de instrumentos que minimicen el riesgo de las inversiones, en particular, la búsqueda de activos que no se vean tan afectados por los movimientos adversos del mercado. Este tipo de activos debe compensar las posibles pérdidas de las carteras en condiciones extremas del mercado. A este respecto, la inversión en commodities surge como una alternativa de protección de las carteras por la rentabilidad que añaden en el largo plazo y por ser considerados, por muchos inversores, como herramientas seguras cuando el mercado no se encuentra en equilibrio. En este sentido, el oro y el petróleo se presentan como candidatos potenciales que pueden mejorar los resultados de una cartera combinada con la renta variable.

La relación entre los cambios de los precios del petróleo y el oro con los mercados de valores han recibido una especial atención en los últimos años. Muchos investigadores han indagado si existe una conexión entre la crisis del petróleo sobre el comportamiento de los mercados de valores y si el oro se ha comportado históricamente como activo refugio en períodos de alta volatilidad en los mercados. Sin embargo, en la literatura no se encuentran muchos trabajos que traten sobre la estructura de dependencia entre los tres activos de forma conjunta a través del tiempo ni los beneficios que se pueden derivar de la diversificación al incorporar estos commodities en una cartera de renta variable.

Atendiendo a estas consideraciones, este trabajo pretende proporcionar nuevos elementos que ayuden a comprender mejor la estructura de dependencia entre estos activos así como evaluar si su combinación mejora los resultados de la cartera en comparación a una inversión pura en renta variable. Para tal propósito, se utilizan dos enfoques metodológicos: las correlaciones dinámicas GARCH y las funciones Cópula variables en el tiempo. Este último enfoque permite explorar el grado y la naturaleza de las dependencias y capturar los hechos estilizados que frecuentemente presentan las series financieras. Se consideran los mercados más importantes de renta variable de tres economías industrializadas: EURO STOXX 50, S&P 500 y NIKKEI 225, y tres economías emergentes: IPSA (Chile), IGBC (Colombia) e IPC (México). Se implementan tres criterios de selección de carteras óptimas: Mínima Varianza, Mínimo Valor en Riesgo y Mínimo Valor en Riesgo Condicional, para su caracterización.

Los resultados muestran evidencia de una baja dependencia entre el petróleo y los mercados de valores de las economías con un ligero cambio en su estructura con el paso del tiempo, esto es, dependencia negativa hasta la crisis financiera del 2008 y correlaciones oscilantes en el intervalo $[-0,05; 0,05]$ en períodos posteriores a la crisis. Los resultados son consistentes con los obtenidos por Sukcharoen, Zohrabyan, Leatham y Wu (2010).

Por otra parte, los hallazgos muestran una moderada dependencia positiva y cambiante en el tiempo entre el oro y el petróleo. En períodos previos al 2009 el tau de Kendall y el coeficiente de correlación de Spearman se sitúan en torno a 0,10 y 0,15 respectivamente y a partir del 2010 esta relación se debilita. Esto llama la atención puesto que históricamente se ha observado que un aumento en el precio del barril genera temores inflacionarios lo cual impulsa la demanda del metal dorado por su atractivo como depósito de valor. Una posible explicación sobre este comportamiento es el mayor nerviosismo por parte de los inversores

ante los cambios geopolíticos mundiales. En cuanto a la correlación entre el oro y la renta variable los resultados revelan que el oro se comporta como activo refugio para la mayoría de los mercados analizados y se corresponden con los hallazgos de McDermott (2009), Hood y Malik (2013). En el caso de Japón el oro no se comporta como activo refugio ya que exhibe una correlación positiva con la renta variable en la mayor parte del período analizado incluyendo los momentos de alta volatilidad en el mercado.

Las medidas de dependencia obtenidas mediante el enfoque de cópula tienen un comportamiento similar entre los mercados ubicados en el continente americano. Estos difieren con respecto a los mercados de Europa y Japón. Sin embargo, al analizar las estructuras de dependencias obtenidas mediante el enfoque DCC GARCH se observan diferencias significativas entre los mercados desarrollados y los mercados emergentes. La más destacable es la mayor sensibilidad en los cambios de las dependencias en los mercados desarrollados con el paso del tiempo. De igual manera, se observa una importante diferencia en el comportamiento de la dependencia en el mercado japonés con respecto al resto de los mercados.

Los resultados también muestran que la cópula Gaussiana es la que mejor se adecua a los datos en la mayoría de los períodos pero la cópula t de Student es la que logra un mejor ajuste en la mayoría de los mercados en períodos de alta volatilidad. Esto revela una débil dependencia en las colas de la distribución en períodos estables y una mayor dependencia en las colas en períodos de turbulencia.

Con respecto a la evolución de las ponderaciones sobre las carteras, las evidencias sugieren que los commodities tienen una presencia significativa durante todo el período analizado y estos aumentan su participación en períodos de estrés en el sistema. Este comportamiento es generalizable a los mercados desarrollados y emergentes, y son similares al utilizar los distintos enfoques y criterios de selección. La mayor diferencia se presenta en el mercado americano (S&P 500) cuya participación de la renta variable es claramente superior en comparación al resto de los mercados.

Además, los resultados revelan que al combinar el petróleo con la renta variable se logra una importante disminución en los niveles de riesgos de las carteras en comparación a una inversión pura en renta variable. Sin embargo, se obtienen menores rendimientos y peores resultados en los indicadores de performance. Al realizar un ejercicio similar mediante la combinación del petróleo y el oro con la renta variable los resultados muestran importantes mejoras en comparación con el resto de las configuraciones en términos de mayores rentabilidades, mejores indicadores de performance y menores niveles de riesgos.

En cuanto a los criterios de selección y metodologías implementadas, los mejores resultados se presentan en las optimizaciones realizadas por los criterios de Mínimo VaR y Mínimo CVaR utilizando el enfoque de cópula variable en el tiempo. Sin embargo, en este trabajo quedan las siguientes interrogantes: ¿serían mejores los resultados si durante el período analizado se utilizan distintos criterios de selección de cartera óptima?, ¿si se utiliza una especificación DCC GARCH con asimetría? ¿y si se consideran otras especificaciones de cópulas, por ejemplo las Arquimedianas?

En virtud de los resultados obtenidos se concluye que el petróleo y el oro son buenos aliados de la renta variable ya que añaden valor a la inversión, mejoran los indicadores de desempeño de la cartera y disminuyen considerablemente el nivel de riesgo en todos los mercados analizados.

6. TABLAS Y GRÁFICOS

Tabla 1. Estadísticos descriptivos.

Activos	Media	Volatilidad	Curtosis	Asimetría	Correlación de Pearson		Normalidad		Autocorrelación	
					Oro	Petróleo	JB	p-valor	LB	p-valor
EURO STOXX 50	-0,20	26,6%	8,11	-0,05	0,02	-0,01	4,2E+03	0,00	46,90	0,00
S&P 500	1,30	19,5%	12,39	-0,22	-0,01	-0,03	1,4E+04	0,00	55,13	0,00
NIKKEI 225	0,97	24,7%	9,48	-0,33	0,04	0,11	6,8E+03	0,00	89,81	0,00
IPSA (Chile)	2,95	20,9%	12,44	-0,21	0,05	0,01	1,4E+04	0,00	90,47	0,00
IGBC (Colombia)	5,18	26,3%	11,78	-0,34	0,05	0,02	1,2E+04	0,00	85,18	0,00
IPC MEXICO	3,21	26,1%	12,15	-0,11	0,04	-0,01	1,3E+04	0,00	31,46	0,00
Oro	3,93	18,5%	9,06	-0,36	1,00	0,09	5,9E+03	0,00	22,12	0,01
Petróleo	1,20	27,7%	6,38	-0,27	0,09	1,00	1,9E+03	0,00	141,10	0,00

Nota: Los estadísticos presentados en esta tabla han sido calculados sobre las series de rendimientos logarítmicos diarios de los activos en el período muestral comprendido entre julio de 2001 y marzo de 2016 (3843 observaciones). La media de los rendimientos se presentan en puntos básicos y las volatilidades están anualizadas. Se contrasta la normalidad con el test de Jarque Bera (JB) y la autocorrelación con el test de Ljung-Box (LB) con 10 retardos.

Tabla 2. Prueba de autocorrelación de Box Pierce.

lags	EURO STOXX		S&P 500		NIKKEI 225		IPSA		IGBC		IPC MEXICO		Oro		Petróleo	
	BP	p-valor	BP	p-valor	BP	p-valor	BP	p-valor	BP	p-valor	BP	p-valor	BP	p-valor	BP	p-valor
1	2,90	0,09	29,64	0,00	70,64	0,00	70,19	0,00	64,14	0,00	12,74	0,00	2,97	0,08	131,08	0,00
2	7,22	0,03	35,10	0,00	80,81	0,00	70,76	0,00	13,76	0,00	3,49	0,00	3,49	0,17	131,75	0,00
3	19,53	0,00	35,99	0,00	80,83	0,00	73,16	0,00	15,08	0,00	6,23	0,00	6,23	0,10	131,76	0,00
4	24,72	0,00	36,40	0,00	81,52	0,00	77,54	0,00	15,49	0,00	8,56	0,00	8,56	0,07	134,73	0,00
5	34,22	0,00	42,32	0,00	82,87	0,00	79,15	0,00	22,44	0,00	12,28	0,00	12,28	0,03	135,92	0,00
6	34,25	0,00	42,42	0,00	83,42	0,00	82,67	0,00	22,45	0,00	17,39	0,00	17,39	0,01	137,24	0,00
7	35,39	0,00	44,70	0,00	83,42	0,00	86,44	0,00	23,34	0,00	19,18	0,00	19,18	0,01	137,94	0,00
8	39,20	0,00	52,30	0,00	83,77	0,00	89,72	0,00	27,43	0,00	21,93	0,00	21,93	0,01	139,36	0,00
9	46,23	0,00	54,03	0,00	88,96	0,00	89,82	0,00	31,30	0,00	22,16	0,00	22,16	0,01	139,64	0,00
10	46,86	0,00	55,07	0,00	89,76	0,00	90,44	0,00	31,45	0,00	22,16	0,00	22,16	0,01	141,04	0,00

Nota: Los estadísticos de Box Pierce (BP) han sido calculados sobre las series de rendimientos logarítmicos diarios de los activos, en el período muestral comprendido entre julio de 2001 y marzo de 2016 (3843 observaciones).

Tabla 3. Criterio de Información Bayesiano para los modelos univariantes.

Activo	p \ q	GARCH				EGARCH				GJR				
		0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	
ECONOMÍAS DESARROLLADAS	EURO STOXX	0	-21.947	-21.947	-21.939	-21.932	-22.047	-22.044	-22.036	-22.030	-22.044	-22.043	-22.035	-22.029
		1	-21.947	-21.940	-21.932	-21.927	-22.044	-22.036	-22.030	-22.023	-22.043	-22.036	-22.028	-22.022
		2	-21.939	-21.932	-21.923	-21.923	-22.036	-22.030	-22.025	-22.018	-22.035	-22.030	-22.024	-22.016
		3	-21.935	-21.927	-21.923	-21.917	-22.030	-22.023	-22.018	-22.012	-22.029	-22.022	-22.016	-22.010
	S&P 500	0	-24.880	-24.887	-24.883	-24.871	-25.033	-25.035	-25.029	-25.021	-25.012	-25.017	-25.012	-25.004
		1	-24.886	-24.890	-24.875	-24.877	-25.035	-25.029	-25.021	-25.013	-25.016	-25.015	-25.008	-24.996
		2	-24.883	-24.873	-24.866	-24.861	-25.029	-25.024	-25.013	-25.014	-25.012	-25.008	-25.002	-24.995
		3	-24.874	-24.875	-24.862	-24.860	-25.021	-25.013	-25.013	-24.998	-25.004	-24.996	-24.992	-24.983
	NIKKEI 225	0	-22.060	-22.119	-22.112	-22.104	-22.096	-22.157	-22.149	-22.141	-22.089	-22.146	-22.139	-22.130
		1	-22.115	-22.112	-22.105	-22.096	-22.154	-22.149	-22.143	-22.134	-22.144	-22.139	-22.133	-22.123
		2	-22.112	-22.109	-22.096	-22.094	-22.150	-22.142	-22.135	-22.127	-22.139	-22.131	-22.125	-22.117
		3	-22.104	-22.096	-22.095	-22.086	-22.142	-22.134	-22.128	-22.120	-22.131	-22.123	-22.123	-22.110
ECONOMÍAS EMERGENTES	IPSA	0	-23.501	-23.573	-23.564	-23.556	-23.526	-23.603	-23.596	-23.588	-23.537	-23.615	-23.608	-23.600
		1	-23.572	-23.565	-23.558	-23.549	-23.604	-23.596	-23.588	-23.580	-23.616	-23.607	-23.600	-23.592
		2	-23.565	-23.555	-23.551	-23.545	-23.596	-23.588	-23.581	-23.582	-23.608	-23.599	-23.592	-23.590
		3	-23.557	-23.547	-23.542	-23.544	-23.588	-23.580	-23.576	-23.576	-23.599	-23.591	-23.593	-23.579
	IGBC	0	-22.149	-22.208	-22.207	-22.198	-22.166	-22.233	-22.231	-22.223	-22.158	-22.221	-22.222	-22.214
		1	-22.212	-22.206	-22.198	-22.191	-22.238	-22.231	-22.223	-22.216	-22.227	-22.221	-22.214	-22.205
		2	-22.206	-22.198	-22.191	-22.185	-22.231	-22.223	-22.215	-22.208	-22.222	-22.214	-22.205	-22.198
		3	-22.199	-22.190	-22.185	-22.197	-22.223	-22.216	-22.209	-22.201	-22.214	-22.206	-22.200	-22.190
	IPC MEXICO	0	-22.012	-22.011	-22.002	-21.995	-22.063	-22.062	-22.054	-22.045	-22.089	-22.085	-22.078	-22.070
		1	-22.009	-22.002	-21.998	-21.988	-22.062	-22.054	-22.053	-22.045	-22.086	-22.078	-22.074	-22.062
		2	-22.003	-21.997	-21.990	-21.986	-22.054	-22.053	-22.039	-22.042	-22.078	-22.070	-22.062	-22.066
		3	-21.995	-21.990	-21.980	-21.972	-22.045	-22.045	-22.038	-22.030	-22.070	-22.065	-22.061	-22.057
COMMODITIES	Oro	0	-24.345	-24.341	-24.333	-24.326	-24.340	-24.336	-24.329	-24.321	-24.359	-24.354	-24.347	-24.339
		1	-24.339	-24.333	-24.325	-24.318	-24.336	-24.328	-24.322	-24.313	-24.355	-24.344	-24.329	-24.331
		2	-24.333	-24.326	-24.330	-24.307	-24.329	-24.322	-24.313	-24.306	-24.347	-24.339	-24.326	-24.323
		3	-24.325	-24.318	-24.310	-24.297	-24.321	-24.313	-24.306	-24.299	-24.339	-24.331	-24.323	-24.315
	Petróleo	0	-21.176	-21.309	-21.300	-21.292	-21.176	-21.311	-21.302	-21.294	-21.184	-21.316	-21.308	-21.300
		1	-21.304	-21.300	-21.293	-21.284	-21.306	-21.302	-21.295	-21.288	-21.312	-21.308	-21.300	-21.291
		2	-21.300	-21.292	-21.284	-21.277	-21.302	-21.294	-21.287	-21.285	-21.308	-21.300	-21.291	-21.283
		3	-21.292	-21.285	-21.277	-21.268	-21.294	-21.288	-21.279	-21.273	-21.300	-21.294	-21.285	-21.276

Nota: Se muestran las estimaciones BIC correspondientes a los modelos ARMA(p,q) GARCH(1,1), ARMA(p,q) EGARCH(1,1) y ARMA(p,q) GJR(1,1) calculados sobre las series de rendimientos diarios de los activos durante el período muestral comprendido entre julio de 2001 y marzo de 2016 (3843 observaciones). Los valores resaltados en naranja corresponden a las combinaciones de retardos p y q de los modelos que mejores se ajustan a los rendimientos de los activos analizados.

Tabla 4. Modelos univariantes.

ARMA EGARCH	EURO STOXX			S&P 500			NIKKEI 225			IGBC		
	Coef.	SE	t	Coef.	SE	t	Coef.	SE	t	Coef.	SE	t
ARMA(p,q)	(0,0)			(0,1)			(0,1)			(1,0)		
Constant	0,00	0,00	1,11	0,00	0,00	3,63	0,00	0,00	1,60	0,00	0,00	3,36
AR	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	0,15	0,02	9,07
MA	n.a.	n.a.	n.a.	-0,05	0,02	-3,12	-0,14	0,02	-8,48	n.a.	n.a.	n.a.
EGARCH(m,n)	(1,1)			(1,1)			(1,1)			(1,1)		
Constant	-0,14	0,02	-6,23	-0,14	0,02	-6,97	-0,21	0,04	-5,43	-0,44	0,07	-6,25
GARCH	0,98	0,00	377,03	0,99	0,00	445,17	0,98	0,00	218,11	0,95	0,01	114,67
ARCH	0,13	0,01	8,40	0,10	0,01	7,65	0,15	0,02	9,35	0,32	0,03	12,06
Leverage	-0,11	0,01	-10,89	-0,15	0,01	-13,53	-0,08	0,01	-8,21	-0,07	0,01	-5,08
DoF	10,31	1,49	6,91	6,85	0,80	8,51	9,82	1,40	6,99	4,73	0,40	11,95
BIC	-22.047			-25.035			-22.157			-22.238		
ARMA GJR	IPSA			IPC MÉXICO			ORO			PETRÓLEO		
	Coef.	SE	t	Coef.	SE	t	Coef.	SE	t	Coef.	SE	t
ARMA(p,q)	(1,0)			(0,0)			(0,0)			(0,1)		
Constant	0,00*	0,00	2,34	0,00*	0,00	3,40	0,00*	0,00	3,65	0,00	0,00	1,34
AR	0,16*	0,02	9,39	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.
MA	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	0,20*	0,02	12,71
GJR(m,n)	(1,1)			(1,1)			(1,1)			(1,1)		
Constant	0,00*	0,00	4,93	0,00*	0,00	4,77	0,00*	0,00	2,13	0,00	0,00	1,29
GARCH	0,86*	0,01	60,25	0,91*	0,01	95,08	0,94*	0,01	123,36	0,95*	0,01	164,05
ARCH	0,04*	0,01	3,30	0,00	0,01	0,06	0,08*	0,01	7,28	0,03*	0,01	3,37
Leverage	0,13*	0,02	6,88	0,13*	0,01	9,22	-0,05*	0,01	-4,37	0,04*	0,01	4,12
DoF	9,77*	1,36	7,21	7,25*	0,87	8,33	5,76*	0,49	11,74	9,61*	1,43	6,72
BIC	-23.616			-22.089			-24.359			-21.316		

Nota: Los parámetros de los modelos univariantes con errores distribuidos mediante una t de student han sido estimadas por el método de máxima verosimilitud. Para las series EURO STOXX, S&P 500, NIKKEI 225 e IGBC se ajusta una especificación ARMA-EGARCH y para las series IPSA, IPC MÉXICO, ORO y PETRÓLEO se ajusta una especificación ARMA-GJR. Los retardos p y q se seleccionaron mediante el criterio de información BIC (ver tabla 3). Los modelos han sido ajustados sobre series de rendimientos diarios en el período muestral comprendido entre julio de 2001 y marzo de 2016. (*) indica significación al nivel de 5%.

Tabla 5. Distribuciones marginales de los residuos estandarizados. Commodities.

Activos	Distribución por tramos	ξ	β	N(u)	Lower	< x <	Up
Oro	Lower tail	0,1563	0,5216	365	$-\infty$		-1,2118
	Upper tail	0,0099	0,5646	378	1,2040		∞
Petróleo	Lower tail	-0,0513	0,6290	364	$-\infty$		-1,3009
	Upper tail	0,0203	0,4559	376	1,2324		∞

Nota: Se muestran las estimaciones de los parámetros de las GPD para las colas de las distribuciones marginales de los residuos estandarizados obtenidos a partir de los modelos univariantes (ver tabla 5) para los commodities Oro y Petróleo durante el período muestral comprendido entre julio de 2001 y marzo de 2016 (3843 observaciones). β es el parámetro de escala y ξ es el parámetro de forma (determina la velocidad de desaparición de las colas). N(u) es la cantidad de de observaciones que exceden los umbrales.

Tabla 6. Distribuciones marginales de los residuos estandarizados. Renta variable.

Activos	Distribución por tramos	ξ	β	N(u)	Lower	x	Up
DESARROLLADOS	EURO STOXX	Lower tail	0,0141	0,5776	365	$-\infty$	-1,3042
		Upper tail	-0,0351	0,4892	366	1,2318	∞
	S&P 500	Lower tail	-0,0041	0,6636	369	$-\infty$	-1,3234
		Upper tail	-0,1298	0,5036	375	1,1817	∞
	NIKKEI 225	Lower tail	0,0185	0,5770	373	$-\infty$	-1,3207
		Upper tail	-0,0542	0,4731	379	1,2313	∞
EMERGENTES	IPSA (Ch)	Lower tail	0,0141	0,5776	365	$-\infty$	-1,3042
		Upper tail	-0,0351	0,4892	366	1,2318	∞
	IGBC (Col)	Lower tail	-0,0041	0,6636	369	$-\infty$	-1,3234
		Upper tail	-0,1298	0,5036	375	1,1817	∞
	IPC (Mex)	Lower tail	0,0185	0,5770	373	$-\infty$	-1,3207
		Upper tail	-0,0542	0,4731	379	1,2313	∞

Nota: Se muestran las estimaciones de los parámetros de las GPD para las colas de las distribuciones marginales de los residuos estandarizados obtenidos a partir de los modelos univariantes (ver tabla 5) para mercados de renta variable de economías desarrolladas y emergentes durante el periodo muestral comprendido entre julio de 2001 y marzo de 2016 (3843 observaciones). β es el parámetro de escala y ξ es el parámetro de forma (determina la velocidad de desaparición de las colas). N(u) es la cantidad de de observaciones que exceden los umbrales.

Tabla 7. Prueba de Kolmogorov-Smirnov (KS)

	Activos	KS	p-valor
Economías desarrolladas	EURO STOXX	0,0102	0,8165
	S&P 500	0,0188	0,1298
	NIKKEI 225	0,0095	0,8760
Economías emergentes	IPSA	0,0102	0,8163
	IGBC	0,0144	0,3968
	IPC MEXICO	0,0096	0,8714
Commodities	Oro	0,0147	0,3723
	Petróleo	0,0091	0,9043

Nota: El estadístico K-S ha sido calculado sobre las series de variables uniformes generadas a partir de las GDP para el período muestral comprendido entre julio de 2001 y marzo de 2016 (3843 observaciones). Se contrasta la hipótesis de que las variables tienen distribución uniforme. $KS = \sup_{x \in R} |F(x) - G(x)|$, $F(x)$ es la función de distribución de los datos y $G(x)$ es la función de distribución uniforme.

El petróleo y el oro, ¿buenos aliados de la renta variable?

Máster en Banca y Finanzas Cuantitativas

Tabla 8. Criterio de Información de Akaike (AIC) para las cópulas Gaussianas y t de Student.

Fecha	EURO		S&P 500		NIKKEI		IPSA		IGBC		IPC	
	G	T	G	T	G	T	G	T	G	T	G	T
30/07/2003	-6.5	-10.8	7.2	1.6	5.3	6.8	8.1	9.3	8.1	5.4	2.2	2.3
29/08/2003	-6.0	-11.2	6.9	1.2	7.0	8.3	9.3	10.4	8.2	6.5	1.6	0.8
30/09/2003	-3.5	-8.8	10.0	5.9	8.7	10.7	10.4	11.5	9.0	6.6	1.5	-0.7
30/10/2003	-4.2	-8.8	10.3	6.6	8.5	10.4	10.7	12.3	7.0	4.5	4.2	3.1
01/12/2003	-5.0	-8.1	9.7	6.2	6.5	8.5	11.2	12.8	7.7	9.3	4.0	3.9
31/12/2003	-6.8	-8.2	7.8	5.9	6.4	8.4	10.6	12.6	4.8	6.8	-0.1	0.7
30/01/2004	-1.4	-2.5	8.3	6.5	6.4	8.4	10.1	12.0	7.6	8.3	3.4	4.5
02/03/2004	-1.4	-1.0	5.9	4.6	5.7	7.7	8.2	10.1	4.7	4.6	-1.1	0.8
01/04/2004	-1.0	0.3	8.5	7.8	6.4	8.4	8.9	10.6	6.4	6.3	3.9	5.8
03/05/2004	1.9	3.2	8.4	6.3	8.2	10.2	8.6	9.9	6.4	5.9	6.1	7.9
02/06/2004	4.8	6.2	6.2	5.2	8.3	10.3	5.7	7.1	5.4	5.5	5.1	7.1
02/07/2004	5.8	7.5	4.5	4.1	8.0	10.0	4.4	6.2	3.7	4.3	3.3	5.3
03/08/2004	4.9	6.5	-0.2	-0.9	5.8	7.7	2.5	4.1	1.0	0.3	0.3	2.2
02/09/2004	5.2	6.8	-4.2	-3.9	5.5	7.5	2.6	4.3	1.1	0.5	-2.8	-0.9
04/10/2004	4.7	6.5	-6.3	-5.9	4.4	6.3	0.3	1.9	-0.8	-0.6	-4.3	-2.3
03/11/2004	3.5	5.2	-10.0	-9.9	3.9	5.9	-1.8	-0.3	2.1	2.5	-5.6	-3.6
03/12/2004	5.8	7.6	-9.7	-9.1	5.6	7.6	1.9	3.3	3.7	4.0	-3.3	-1.3
04/01/2005	7.3	8.5	-6.9	-5.4	5.9	7.8	4.3	5.6	7.2	5.9	-0.5	1.5
03/02/2005	4.2	5.3	-10.4	-9.1	3.1	4.6	0.8	1.8	5.0	3.7	-3.6	-1.6
07/03/2005	1.6	2.6	-10.5	-9.4	2.4	3.5	-0.7	-0.4	2.9	0.8	-4.3	-2.3
06/04/2005	0.8	1.6	-5.3	-3.5	2.0	2.9	-2.5	-2.1	3.2	2.3	-2.8	-0.9
06/05/2005	4.0	5.1	-2.7	-0.8	5.1	6.5	-0.3	-0.5	5.7	5.4	-0.7	1.2
07/06/2005	1.1	2.9	-5.4	-3.5	2.4	4.0	-3.6	-2.8	4.6	4.7	-4.0	-2.1
07/07/2005	-0.9	1.0	-3.8	-1.8	0.0	0.9	-4.7	-4.1	3.2	3.2	-4.5	-2.6
08/08/2005	-0.1	1.7	-2.9	-1.0	-0.9	-0.4	-3.7	-3.1	2.1	2.7	-4.0	-2.1
07/09/2005	-1.8	-0.3	-3.5	-1.5	-1.9	-1.7	-4.8	-4.7	0.2	0.4	-5.2	-3.3
07/10/2005	-3.7	-1.9	-4.4	-2.4	-4.7	-3.6	-8.1	-7.4	-0.9	0.2	-5.9	-4.3
08/11/2005	-4.5	-3.3	-6.1	-4.1	-8.2	-7.8	-8.6	-8.8	-1.8	-0.7	-6.9	-5.2
08/12/2005	-5.7	-4.8	-6.1	-4.2	-11.1	-11.8	-10.4	-11.6	-2.7	-1.5	-8.4	-6.7
09/01/2006	-4.4	-3.3	-3.0	-1.0	-1.3	-1.6	-7.1	-7.7	-0.9	1.1	-6.4	-4.5
08/02/2006	-4.5	-6.3	-4.4	-2.6	-1.4	-3.4	-7.9	-11.1	-0.4	1.5	-8.4	-6.8
10/03/2006	-6.7	-9.2	-4.5	-2.8	-1.7	-2.0	-10.8	-13.1	-4.1	-2.1	-8.6	-7.0
11/04/2006	-9.0	-12.2	-5.6	-3.6	-1.6	-1.9	-13.3	-15.7	-5.2	-3.3	-10.5	-8.6
11/05/2006	-10.9	-15.6	-8.2	-6.5	-1.9	-2.1	-13.5	-17.3	-7.9	-6.0	-11.0	-9.2
12/06/2006	-11.9	-22.3	-10.2	-8.8	-20.8	-25.1	-14.0	-24.1	-10.4	-8.5	-12.4	-11.7
12/07/2006	-11.6	-22.2	-10.9	-9.4	-23.4	-26.8	-15.3	-25.3	-10.7	-8.7	-13.5	-12.7
11/08/2006	-9.1	-18.8	-9.4	-8.3	-22.4	-26.9	-10.9	-21.2	-8.5	-6.5	-9.9	-9.4
12/09/2006	-10.0	-21.0	-10.0	-9.5	-24.4	-29.4	-11.8	-22.1	-9.5	-7.5	-10.8	-11.0
12/10/2006	-9.0	-17.1	-10.8	-9.7	-24.6	-28.2	-9.8	-19.1	-9.2	-7.2	-9.3	-9.6
13/11/2006	-12.2	-17.5	-16.1	-15.2	-30.6	-34.8	-12.8	-20.4	-12.5	-10.5	-12.2	-12.8
13/12/2006	-11.8	-18.4	-16.7	-16.4	-31.6	-37.7	-12.3	-20.7	-12.0	-1.1	-11.8	-13.1
12/01/2007	-8.8	-13.7	-13.3	-13.0	-30.1	-33.3	-8.9	-15.7	-9.1	-7.2	-8.9	-8.8
13/02/2007	-6.6	-9.7	-10.1	-8.9	-26.2	-28.9	-6.7	-10.0	-7.1	-5.1	-6.7	-5.9
15/03/2007	-11.4	-13.7	-13.5	-12.2	-34.1	-35.9	-12.4	-15.5	-11.3	-9.3	-11.2	-10.3
16/04/2007	-13.4	-14.8	-13.7	-11.9	-37.8	-39.9	-12.7	-14.9	-12.2	-10.2	-12.0	-10.5
16/05/2007	-10.4	-11.3	-10.1	-8.3	-34.0	-35.9	-9.2	-10.8	-8.3	-6.4	-8.5	-7.0
15/06/2007	-2.9	-3.7	-3.5	-1.7	-31.0	-32.3	-2.2	-2.7	-1.6	0.4	-1.6	-0.1
17/07/2007	-5.5	-5.5	-4.9	-3.0	-35.6	-37.2	-3.0	-3.8	-3.1	-1.1	-3.0	-1.1
16/08/2007	-5.3	-5.6	-2.9	-1.0	-39.6	-43.8	-1.8	-3.1	-2.1	-0.1	-1.8	0.2
17/09/2007	-6.3	-7.1	-3.9	-1.9	-45.7	-51.9	-3.4	-5.4	-2.2	-0.2	-2.0	-0.1
17/10/2007	-8.0	-8.8	-5.0	-3.2	-45.9	-51.2	-3.5	-6.0	-2.8	-0.8	-2.7	-1.1
16/11/2007	-12.9	-12.9	-8.9	-7.0	-48.3	-51.2	-6.2	-7.0	-5.6	-3.7	-5.8	-4.2
18/12/2007	-14.4	-15.0	-12.1	-11.1	-55.6	-58.6	-9.9	-11.8	-8.1	-6.1	-8.1	-8.1
17/01/2008	-14.2	-13.7	-14.3	-12.5	-52.3	-54.5	-10.8	-10.3	-8.5	-6.5	-8.8	-8.5
18/02/2008	-8.8	-7.5	-8.4	-6.6	-55.3	-56.8	-7.4	-5.9	-4.9	-2.9	-5.8	-5.3
19/03/2008	-5.9	-4.4	-6.3	-4.5	-51.6	-52.4	-5.1	-3.2	-2.4	-0.4	-4.0	-3.1
18/04/2008	-5.7	-4.1	-11.4	-9.4	-46.3	-46.7	-4.4	-2.4	-4.0	-2.0	-4.6	-2.9
20/05/2008	-4.5	-2.5	-9.8	-7.8	-40.1	-40.1	-2.5	-0.5	-4.9	-2.9	-3.8	-1.8
19/06/2008	-5.5	-3.5	-12.5	-10.5	-36.2	-36.0	-5.2	-3.2	-8.5	-6.5	-6.8	-4.8
21/07/2008	-8.4	-6.4	-13.9	-11.9	-35.7	-36.6	-7.7	-5.7	-9.9	-7.9	-8.5	-6.5
20/08/2008	-6.7	-4.7	-13.7	-11.7	-32.8	-32.9	-8.3	-6.3	-10.6	-8.6	-8.8	-6.8
19/09/2008	-7.7	-5.7	-12.5	-10.5	-30.4	-29.8	-7.6	-5.6	-9.9	-7.9	-7.6	-5.6
21/10/2008	-6.1	-4.1	-12.0	-10.0	-28.6	-30.4	-5.9	-3.9	-10.0	-8.0	-6.5	-4.6
20/11/2008	-8.5	-6.6	-13.3	-11.4	-31.7	-33.3	-8.5	-6.6	-10.9	-9.0	-7.9	-6.0
22/12/2008	-10.9	-9.0	-15.1	-13.2	-33.9	-35.9	-10.9	-9.0	-11.6	-9.7	-9.7	-7.8
21/01/2009	-8.6	-6.7	-13.0	-11.1	-34.1	-35.8	-8.4	-6.5	-8.9	-7.0	-7.8	-5.9
20/02/2009	-6.0	-4.1	-10.7	-8.8	-27.0	-28.6	-6.3	-4.4	-6.5	-4.6	-5.2	-3.2
24/03/2009	-6.2	-4.3	-13.3	-11.4	-22.1	-23.5	-7.9	-6.0	-9.3	-7.4	-7.2	-5.3
23/04/2009	-4.7	-2.8	-13.6	-11.7	-17.3	-18.7	-6.3	-4.5	-7.0	-5.1	-5.5	-3.6
25/05/2009	-7.9	-6.1	-15.9	-14.1	-18.2	-20.0	-9.0	-7.1	-9.4	-7.6	-8.0	-6.1
24/06/2009	-9.2	-7.3	-16.0	-14.1	-19.1	-19.9	-9.6	-7.7	-10.0	-8.1	-9.9	-8.0
24/07/2009	-11.6	-9.7	-17.1	-15.3	-21.8	-20.9	-11.7	-9.8	-11.6	-9.8	-11.4	-9.5
25/08/2009	-10.9	-9.0	-13.7	-11.8	-21.8	-20.1	-10.9	-9.0	-10.8	-8.9	-10.6	-8.7
24/09/2009	-8.6	-6.7	-10.0	-8.1	-19.6	-18.1	-9.6	-7.8	-8.2	-6.3	-8.4	-6.5
26/10/2009	-5.4	-3.5	-5.7	-3.8	-18.7	-17.2	-6.6	-4.6	-4.8	-2.8	-5.0	-3.0

Nota: Se muestran las valores AIC correspondientes a las cópulas Gaussianas (G) y t de Student (T) estimadas para la renta variable, oro y petróleo en 151 períodos. Los valores resaltados en naranja indican que la cópula gaussiana se ajusta mejor a los datos con respecto a la cópula t de student y los valores resaltados en verde indican que la cópula t de student es mejor que la gaussiana en los períodos correspondientes. Los cálculos se realizan cada 22 días utilizando las últimas 504 observaciones al momento de la estimación.

Tabla 9. Medidas de desempeño y medidas de riesgos. Economías desarrolladas.

Mercado	Método	Carteras	Rp	DT	SR	SRG	CE	Kappa 2	Omega	Valor en riesgo		Benchmark VaR		Active Return	Tracking Error	
										95%	99%	95%	99%			
EURO STOXX		100% RV	0,60	25,51	0,07	0,07	-0,69	0,09	2,12	2,52	4,87	2,52	4,87	0,11	25,51	
	Cópula (RV y Petróleo)	Mín. Varianza	0,30	17,42	-0,18	0,18	-0,31	-0,25	1,47	1,81	3,21	1,81	3,21	-0,20	17,42	
		Mín. VaR	0,30	17,42	-0,18	0,18	-0,31	-0,25	1,47	1,81	3,21	1,81	3,21	-0,20	17,42	
		Mín. CVaR	0,30	17,42	-0,18	0,18	-0,31	-0,25	1,47	1,81	3,21	1,81	3,21	-0,20	17,42	
	DCC GARCH (RV y Petróleo)	Mín. Varianza	0,27	17,42	-0,20	0,20	-0,33	-0,28	1,44	1,83	3,14	1,84	3,14	-0,22	17,42	
		Mín. VaR	0,27	17,43	-0,21	0,21	-0,34	-0,29	1,44	1,83	3,14	1,83	3,14	-0,23	17,42	
		Mín. CVaR	0,27	17,43	-0,21	0,21	-0,34	-0,29	1,44	1,83	3,14	1,83	3,14	-0,23	17,42	
	Cópula (RV, Oro y Petróleo)	Mín. Varianza	2,52	13,40	2,40	2,39	2,17	3,30	1,90	1,29	2,51	1,30	2,52	2,02	13,39	
		Mín. VaR	2,52	13,40	2,40	2,39	2,17	3,30	1,90	1,29	2,51	1,30	2,52	2,02	13,39	
		Mín. CVaR	2,52	13,40	2,40	2,39	2,17	3,30	1,90	1,29	2,51	1,30	2,52	2,02	13,39	
	DCC GARCH (RV, Oro y Petróleo)	Mín. Varianza	2,34	13,23	2,21	2,20	1,99	3,05	1,74	1,31	2,47	1,31	2,47	1,84	13,23	
		Mín. VaR	2,34	13,24	2,22	2,21	2,00	3,06	1,74	1,30	2,47	1,31	2,47	1,85	13,23	
		Mín. CVaR	2,34	13,24	2,22	2,21	2,00	3,06	1,74	1,30	2,47	1,31	2,47	1,85	13,23	
	S&P 500		100% RV	2,22	18,89	1,45	1,45	1,51	1,99	2,72	1,73	3,52	1,73	3,52	1,72	18,89
		Cópula (RV y Petróleo)	Mín. Varianza	1,68	14,54	1,29	1,29	1,26	1,75	1,86	1,44	2,93	1,45	2,93	1,19	14,54
Mín. VaR			1,68	14,54	1,29	1,29	1,26	1,75	1,86	1,44	2,93	1,45	2,93	1,19	14,54	
Mín. CVaR			1,68	14,54	1,29	1,29	1,26	1,75	1,86	1,44	2,93	1,45	2,93	1,19	14,54	
DCC GARCH (RV y Petróleo)		Mín. Varianza	1,46	14,60	1,05	1,05	1,04	1,42	1,80	1,46	3,03	1,46	3,03	0,97	14,60	
		Mín. VaR	1,47	14,60	1,06	1,05	1,04	1,42	1,80	1,46	3,03	1,46	3,03	0,97	14,60	
		Mín. CVaR	1,47	14,60	1,06	1,05	1,04	1,42	1,80	1,46	3,03	1,46	3,03	0,97	14,60	
Cópula (RV, Oro y Petróleo)		Mín. Varianza	3,00	11,69	3,40	3,39	2,73	4,74	2,16	1,11	2,13	1,12	2,13	2,51	11,69	
		Mín. VaR	3,00	11,69	3,40	3,39	2,73	4,74	2,16	1,11	2,13	1,12	2,13	2,51	11,69	
		Mín. CVaR	3,00	11,69	3,40	3,39	2,73	4,74	2,16	1,11	2,13	1,12	2,13	2,51	11,69	
DCC GARCH (RV, Oro y Petróleo)		Mín. Varianza	2,79	11,61	3,13	3,12	2,52	4,34	2,14	1,10	2,17	1,11	2,17	2,29	11,61	
		Mín. VaR	2,80	11,61	3,15	3,15	2,54	4,38	2,14	1,10	2,17	1,11	2,17	2,31	11,61	
		Mín. CVaR	2,80	11,61	3,15	3,15	2,54	4,38	2,14	1,10	2,17	1,11	2,17	2,31	11,61	
NIKKEI 225			100% RV	2,08	24,25	1,04	1,03	0,91	1,42	1,78	2,39	4,32	2,40	4,32	1,58	24,25
		Cópula (RV y Petróleo)	Mín. Varianza	1,17	18,61	0,57	0,57	0,48	0,78	1,29	1,96	3,23	1,96	3,23	0,67	18,60
	Mín. VaR		1,17	18,61	0,57	0,57	0,48	0,78	1,29	1,96	3,23	1,96	3,23	0,67	18,60	
	Mín. CVaR		1,17	18,61	0,57	0,57	0,48	0,78	1,29	1,96	3,23	1,96	3,23	0,67	18,60	
	DCC GARCH (RV y Petróleo)	Mín. Varianza	1,17	18,57	0,57	0,57	0,48	0,78	1,41	1,91	3,22	1,92	3,22	0,67	18,57	
		Mín. VaR	1,16	18,57	0,57	0,57	0,48	0,77	1,41	1,91	3,22	1,92	3,22	0,67	18,57	
		Mín. CVaR	1,16	18,57	0,57	0,57	0,48	0,77	1,41	1,91	3,22	1,92	3,22	0,67	18,57	
	Cópula (RV, Oro y Petróleo)	Mín. Varianza	2,88	14,05	2,70	2,68	2,49	3,64	1,76	1,34	2,55	1,35	2,56	2,39	14,05	
		Mín. VaR	2,88	14,05	2,70	2,68	2,49	3,64	1,76	1,34	2,55	1,35	2,56	2,39	14,05	
		Mín. CVaR	2,88	14,05	2,70	2,68	2,49	3,64	1,76	1,34	2,55	1,35	2,56	2,39	14,05	
	DCC GARCH (RV, Oro y Petróleo)	Mín. Varianza	2,63	13,83	2,45	2,44	2,25	3,31	1,65	1,35	2,42	1,36	2,44	2,13	13,83	
		Mín. VaR	2,64	13,83	2,46	2,45	2,26	3,34	1,66	1,35	2,44	1,36	2,46	2,15	13,83	
		Mín. CVaR	2,64	13,83	2,46	2,45	2,26	3,34	1,66	1,35	2,44	1,36	2,46	2,15	13,83	

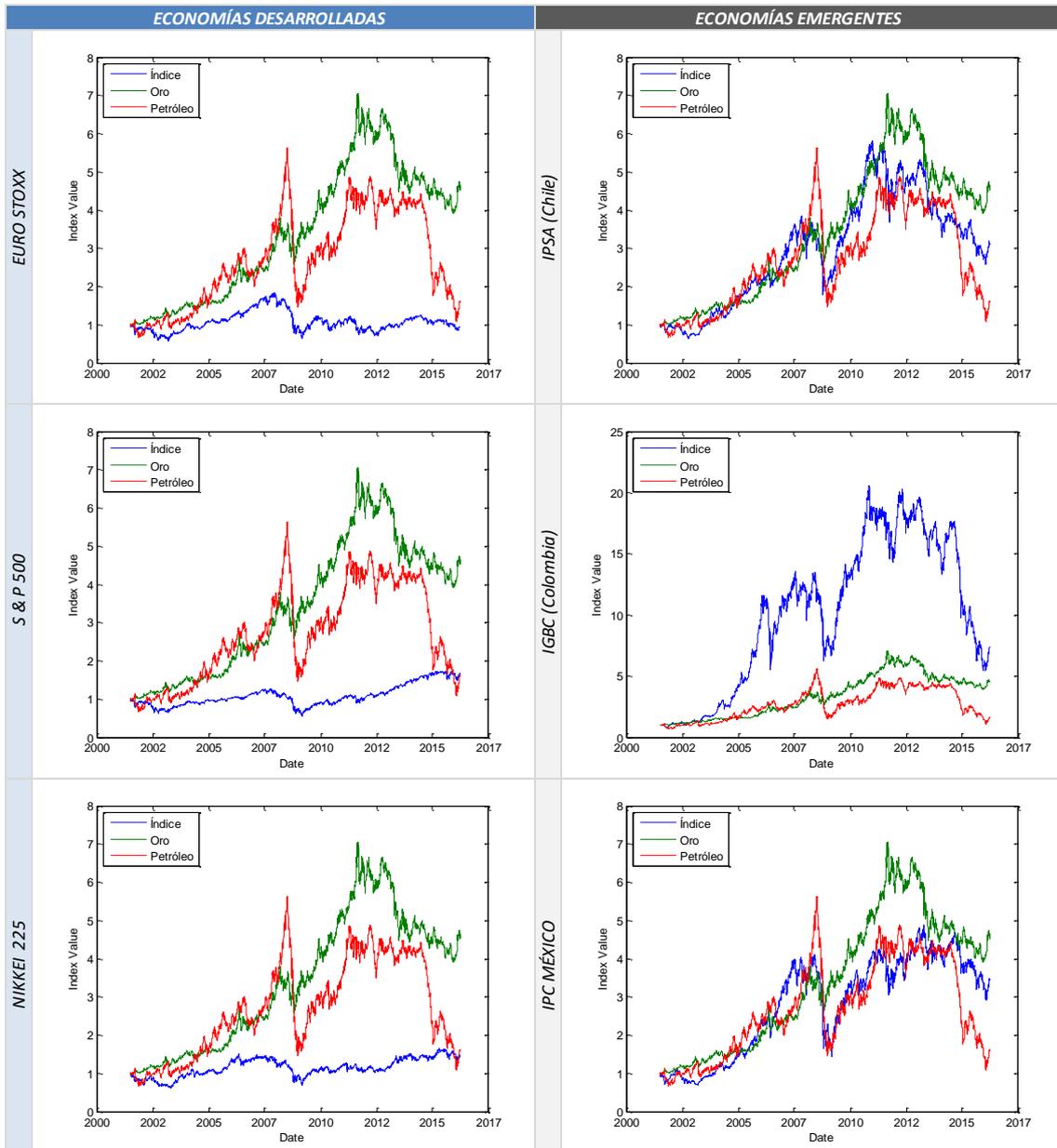
Nota: Se presetan indicadores de performance y medidas de riesgos para carteras compuestas por la combinación de commodities (Oro y Petróleo) y activos de renta variable (RV) de tres economías desarrolladas (EURO STOXX, S&P 500 y NIKKEI 225) durante el período comprendido entre julio de 2003 y marzo de 2016 (3322 observaciones de rentabilidades para cada cartera). Las carteras se han obtenidos a través de tres criterios de selección: Mínima Varianza, Mínimo Valor en Riesgo y Mínimo Valor en Riesgo Condicional bajo dos enfoques metodológicos, Cópula Gaussiana y DCC GARCH. Se realizan rebalancesos de las carteras cada 22 días. La rentabilidad media (Rp), el Equivalente Cierto (EC) y el Active Return se presentan en puntos básicos. El Ratio de Sharpe (SR), el Ratio de Sharpe Generalizado (SRG), el índice Kappa de orden 2 (Kappa 2) y el índice omega se muestran en puntos porcentuales. La volatilidad medida como desviaciones típicas y el Tracking Error se presentan anualizados (252 días). Para el cálculo del SR, Active Return, Tracking Error y el Benchmark VaR, se utiliza las letras del tesoro americano a tres meses como activo libre de riesgo. Para el índice Kappa de orden dos se utiliza como umbral el ALR mientras que para el cálculo del índice omega se utiliza como umbral el valor en riesgo que ha sido estimado sobre un horizonte temporal de un día mediante la simulación histórica. El coeficiente de aversión utilizado en la estimación del equivalente cierto es igual a uno ($\gamma = 1$).

Tabla 10. Medidas de desempeño y medidas de riesgos. Economías emergentes.

Mercado	Método	Carteras	Rp	DT	SR	SRG	CE	Kappa 2	Omega	Valor en riesgo		Benchmark VaR		Active Return	Tracking Error	
										95%	99%	95%	99%			
IPSA (CHILE)		100% RV	3,56	21,07	2,30	2,30	2,67	3,21	2,22	2,01	3,65	2,01	3,66	3,06	21,07	
	Cópula (RV y Petróleo)	Mín. Varianza	3,57	15,82	3,09	3,08	3,08	4,32	1,83	1,58	2,74	1,58	2,75	3,08	15,82	
		Mín. VaR	3,57	15,82	3,09	3,08	3,08	4,32	1,83	1,58	2,74	1,58	2,75	3,08	15,82	
		Mín. CVaR	3,57	15,82	3,09	3,08	3,08	4,32	1,83	1,58	2,74	1,58	2,75	3,08	15,82	
	DCC GARCH (RV y Petróleo)	Mín. Varianza	3,28	15,86	2,79	2,78	2,78	3,91	1,89	1,58	2,74	1,58	2,74	2,79	15,85	
		Mín. VaR	3,30	15,86	2,81	2,80	2,80	3,93	1,90	1,57	2,74	1,58	2,74	2,81	15,86	
		Mín. CVaR	3,30	15,86	2,81	2,80	2,80	3,93	1,90	1,57	2,74	1,58	2,74	2,81	15,86	
	Cópula (RV, Oro y Petróleo)	Mín. Varianza	3,74	12,99	3,97	3,95	3,41	5,53	2,02	1,25	2,29	1,26	2,30	3,25	12,99	
		Mín. VaR	3,74	12,99	3,97	3,95	3,41	5,53	2,02	1,25	2,29	1,26	2,30	3,25	12,99	
		Mín. CVaR	3,74	12,99	3,97	3,95	3,41	5,53	2,02	1,25	2,29	1,26	2,30	3,25	12,99	
	DCC GARCH (RV, Oro y Petróleo)	Mín. Varianza	3,58	12,94	3,78	3,76	3,24	5,27	1,84	1,28	2,33	1,29	2,35	3,08	12,93	
		Mín. VaR	3,58	12,95	3,79	3,77	3,25	5,28	1,84	1,28	2,33	1,29	2,34	3,09	12,94	
		Mín. CVaR	3,58	12,95	3,79	3,77	3,25	5,28	1,84	1,28	2,33	1,29	2,34	3,09	12,94	
	IGBC (COLOMBIA)		100% RV	4,40	27,21	2,28	2,27	2,93	3,13	2,09	2,65	5,21	2,66	5,23	3,90	27,21
		Cópula (RV y Petróleo)	Mín. Varianza	3,46	18,93	2,48	2,48	2,74	3,47	1,61	1,95	3,46	1,96	3,46	2,96	18,92
Mín. VaR			3,46	18,93	2,48	2,48	2,74	3,47	1,61	1,95	3,46	1,96	3,46	2,96	18,92	
Mín. CVaR			3,46	18,93	2,48	2,48	2,74	3,47	1,61	1,95	3,46	1,96	3,46	2,96	18,92	
DCC GARCH (RV y Petróleo)		Mín. Varianza	3,35	18,84	2,41	2,40	2,65	3,37	1,70	1,92	3,41	1,92	3,41	2,86	18,84	
		Mín. VaR	3,36	18,85	2,41	2,41	2,65	3,37	1,69	1,92	3,41	1,92	3,41	2,86	18,85	
		Mín. CVaR	3,36	18,85	2,41	2,41	2,65	3,37	1,69	1,92	3,41	1,92	3,41	2,86	18,85	
Cópula (RV, Oro y Petróleo)		Mín. Varianza	3,65	14,06	3,56	3,54	3,25	4,94	1,77	1,41	2,53	1,41	2,53	3,15	14,06	
		Mín. VaR	3,65	14,06	3,56	3,54	3,25	4,94	1,77	1,41	2,53	1,41	2,53	3,15	14,06	
		Mín. CVaR	3,65	14,06	3,56	3,54	3,25	4,94	1,77	1,41	2,53	1,41	2,53	3,15	14,06	
DCC GARCH (RV, Oro y Petróleo)		Mín. Varianza	3,53	13,87	3,48	3,47	3,15	4,84	1,84	1,37	2,49	1,38	2,50	3,04	13,86	
		Mín. VaR	3,54	13,87	3,48	3,47	3,15	4,85	1,85	1,37	2,50	1,38	2,51	3,04	13,87	
		Mín. CVaR	3,54	13,87	3,48	3,47	3,15	4,85	1,85	1,37	2,50	1,38	2,51	3,04	13,87	
IPC (MEXICO)			100% RV	4,06	26,60	2,12	2,12	2,65	2,96	2,28	2,56	4,79	2,57	4,80	3,56	26,60
		Cópula (RV y Petróleo)	Mín. Varianza	2,54	18,23	1,78	1,78	1,88	2,46	1,71	1,84	3,19	1,84	3,19	2,04	18,23
	Mín. VaR		2,54	18,23	1,78	1,78	1,88	2,46	1,71	1,84	3,19	1,84	3,19	2,04	18,23	
	Mín. CVaR		2,54	18,23	1,78	1,78	1,88	2,46	1,71	1,84	3,19	1,84	3,19	2,04	18,23	
	DCC GARCH (RV y Petróleo)	Mín. Varianza	2,27	18,24	1,54	1,54	1,61	2,12	1,68	1,85	3,21	1,86	3,21	1,77	18,24	
		Mín. VaR	2,27	18,24	1,54	1,54	1,61	2,12	1,68	1,85	3,21	1,86	3,21	1,77	18,24	
		Mín. CVaR	2,27	18,24	1,54	1,54	1,61	2,12	1,68	1,85	3,21	1,86	3,21	1,77	18,24	
	Cópula (RV, Oro y Petróleo)	Mín. Varianza	3,33	13,73	3,28	3,27	2,96	4,55	2,10	1,30	2,48	1,30	2,48	2,83	13,72	
		Mín. VaR	3,33	13,73	3,28	3,27	2,96	4,55	2,10	1,30	2,48	1,30	2,48	2,83	13,72	
		Mín. CVaR	3,33	13,73	3,28	3,27	2,96	4,55	2,10	1,30	2,48	1,30	2,48	2,83	13,72	
	DCC GARCH (RV, Oro y Petróleo)	Mín. Varianza	3,10	13,62	3,03	3,02	2,73	4,20	2,08	1,29	2,51	1,29	2,51	2,60	13,61	
		Mín. VaR	3,10	13,62	3,04	3,03	2,73	4,21	2,08	1,29	2,51	1,29	2,51	2,60	13,62	
		Mín. CVaR	3,10	13,62	3,04	3,03	2,73	4,21	2,08	1,29	2,51	1,29	2,51	2,60	13,62	

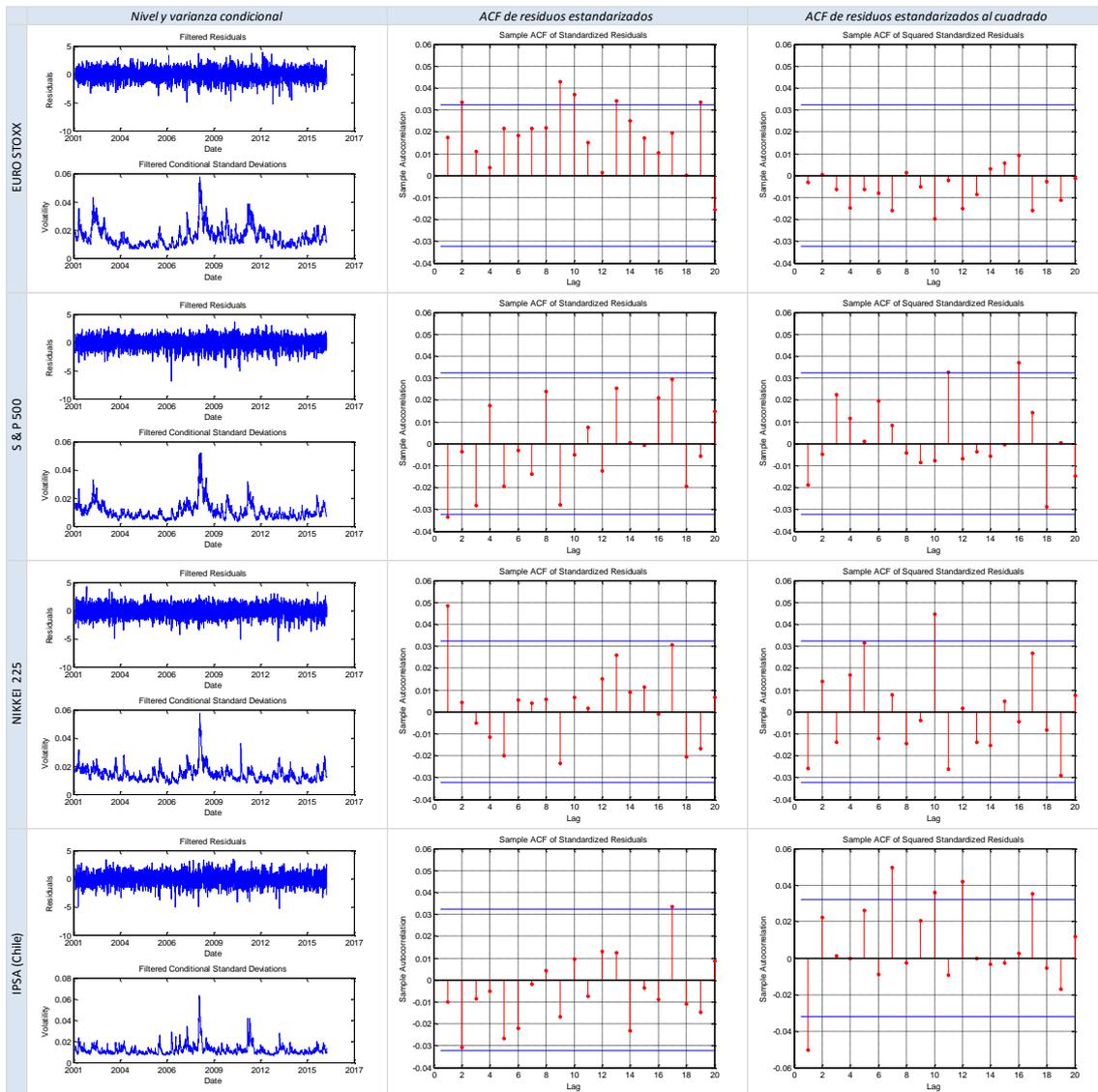
Nota: Se presentan indicadores de performance y medidas de riesgos para carteras compuestas por la combinación de commodities (Oro y Petróleo) y activos de renta variable (RV) de tres economías emergentes (IPSA, IGBC e IPC MÉXICO) durante el período comprendido entre julio de 2003 y marzo de 2016 (3322 observaciones de rentabilidades para cada cartera). Las carteras se han obtenidos a través de tres criterios de selección: Mínima Varianza, Mínimo Valor en Riesgo y Mínimo Valor en Riesgo Condicional bajo dos enfoques metodológicos, Cópula Gaussiana y DCC GARCH. Se realizan rebalances de las carteras cada 22 días. La rentabilidad media (Rp), el Equivalente Certo (EC) y el Active Return se presentan en puntos básicos. El Ratio de Sharpe (SR), el Ratio de Sharpe Generalizado (SRG), el índice Kappa de orden 2 (Kappa 2) y el índice omega se muestran en puntos porcentuales. La volatilidad medida como desviaciones típicas y el Tracking Error se presentan anualizados (252 días). Para el cálculo del SR, Active Return, Tracking Error y el Benchmark VaR, se utiliza las letras del tesoro americano a tres meses como activo libre de riesgo. Para el índice Kappa de orden dos se utiliza como umbral el ALR mientras que para el cálculo del índice omega se utiliza como umbral el valor en riesgo que ha sido estimado sobre un horizonte temporal de un día mediante la simulación histórica. El coeficiente de aversión utilizado en la estimación del equivalente cierto es igual a uno ($\gamma = 1$).

Figura 7. Evolución de los índices de renta variable, oro y petróleo.



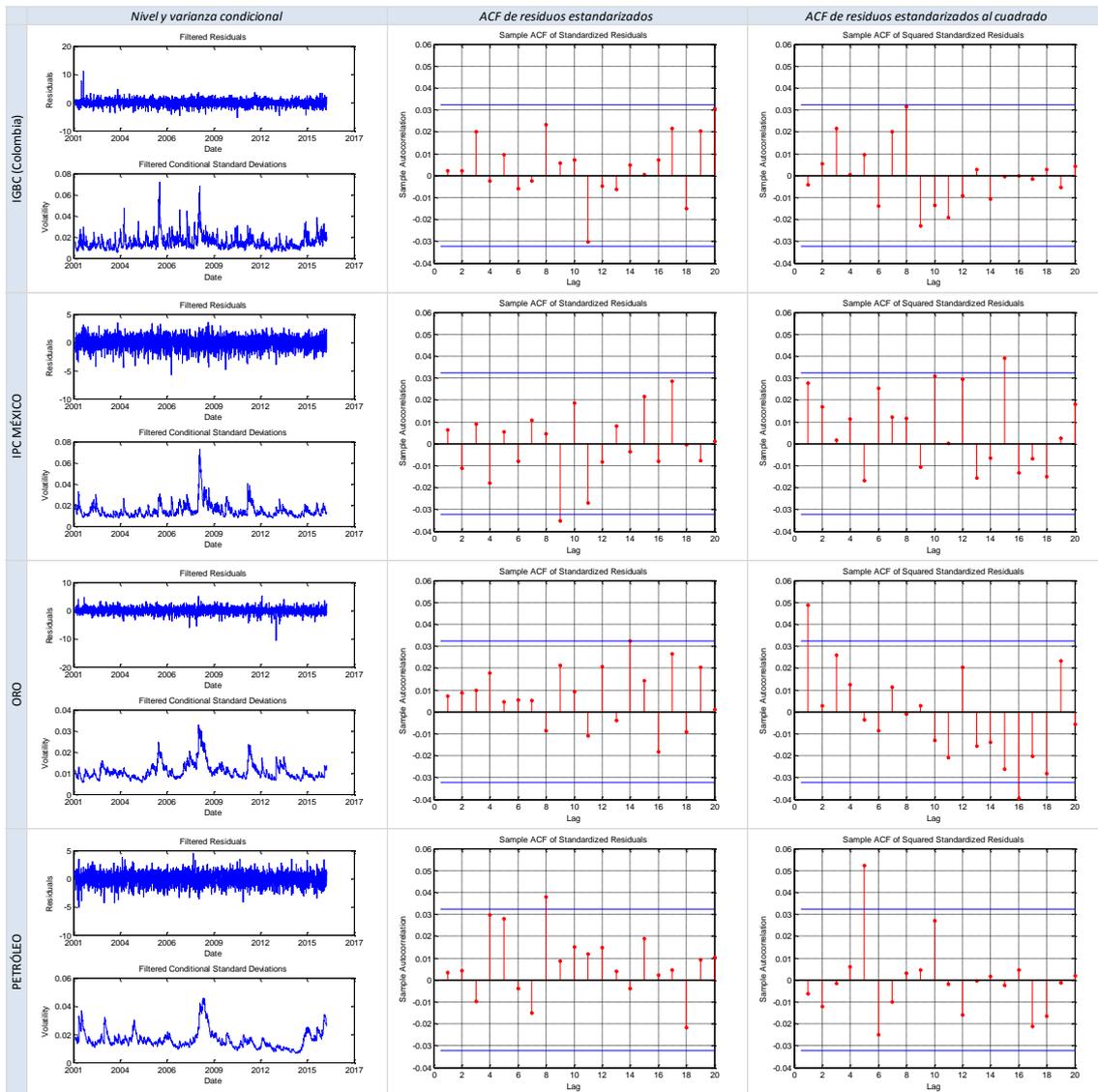
Nota: se muestra la evolución diaria de los índices de renta variable de tres economías desarrolladas y tres economías emergentes (línea azul), precios del oro (línea verde) y precios del petróleo (línea roja) durante el período muestral comprendido entre julio de 2001 y marzo de 2016 (3843 observaciones). Los gráficos presentan las series como índices, con base 1 en el primer dato.

Figura 8. Residuos de los modelos univariantes: EURO STOXX, S&P 500, NIKKEI 225 e IPSA.



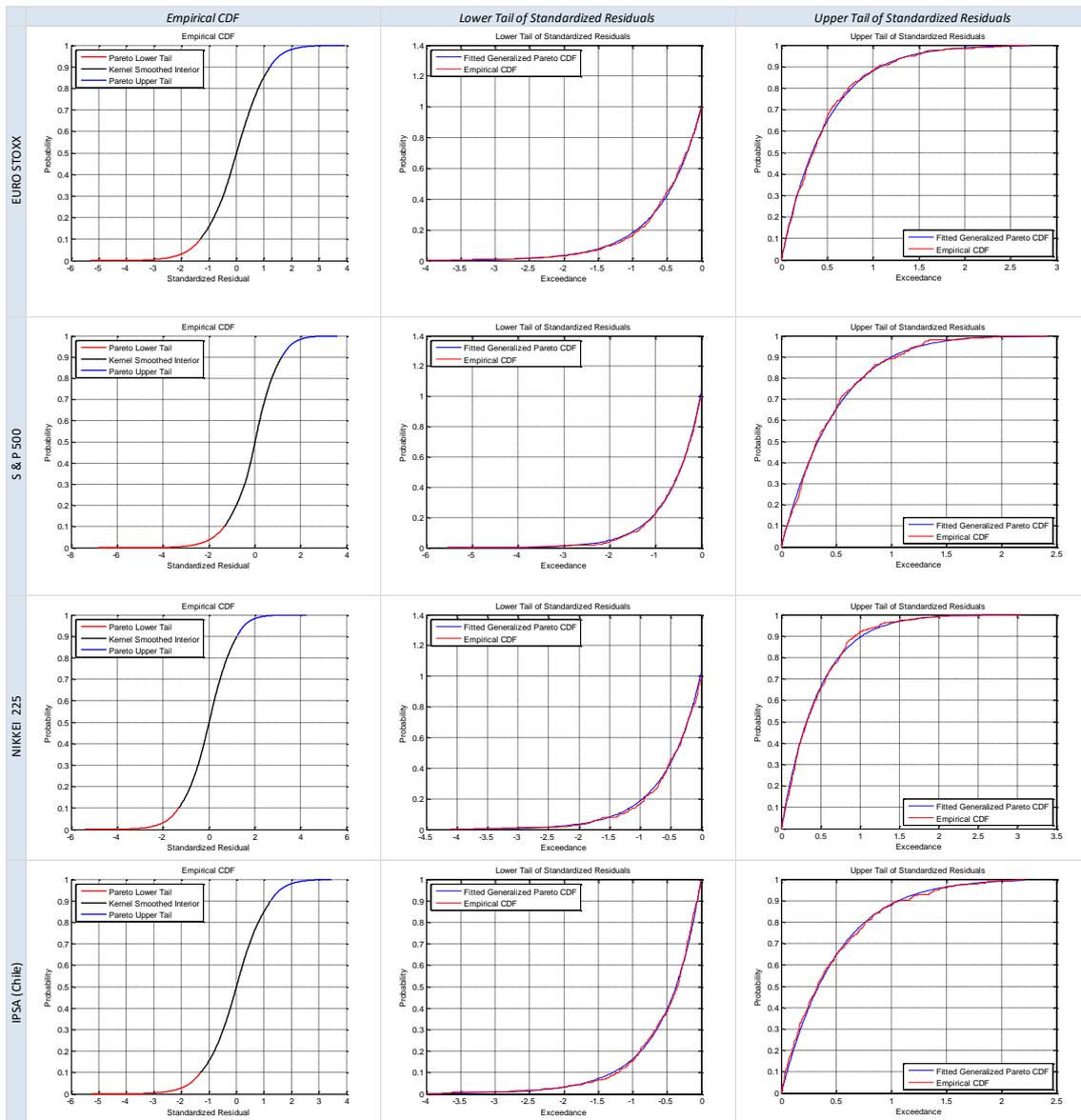
Nota: se muestra la evolución diaria de los residuos filtrados y sus volatilidades así como la función de autocorrelación muestral sobre los residuos estandarizados y los residuos estandarizados al cuadrado para el período muestral comprendido entre julio de 2001 y marzo de 2016 (3843 observaciones).

Figura 9. Residuos de los modelos univariantes: IGBC, IPC MÉXICO, ORO y PETRÓLEO.



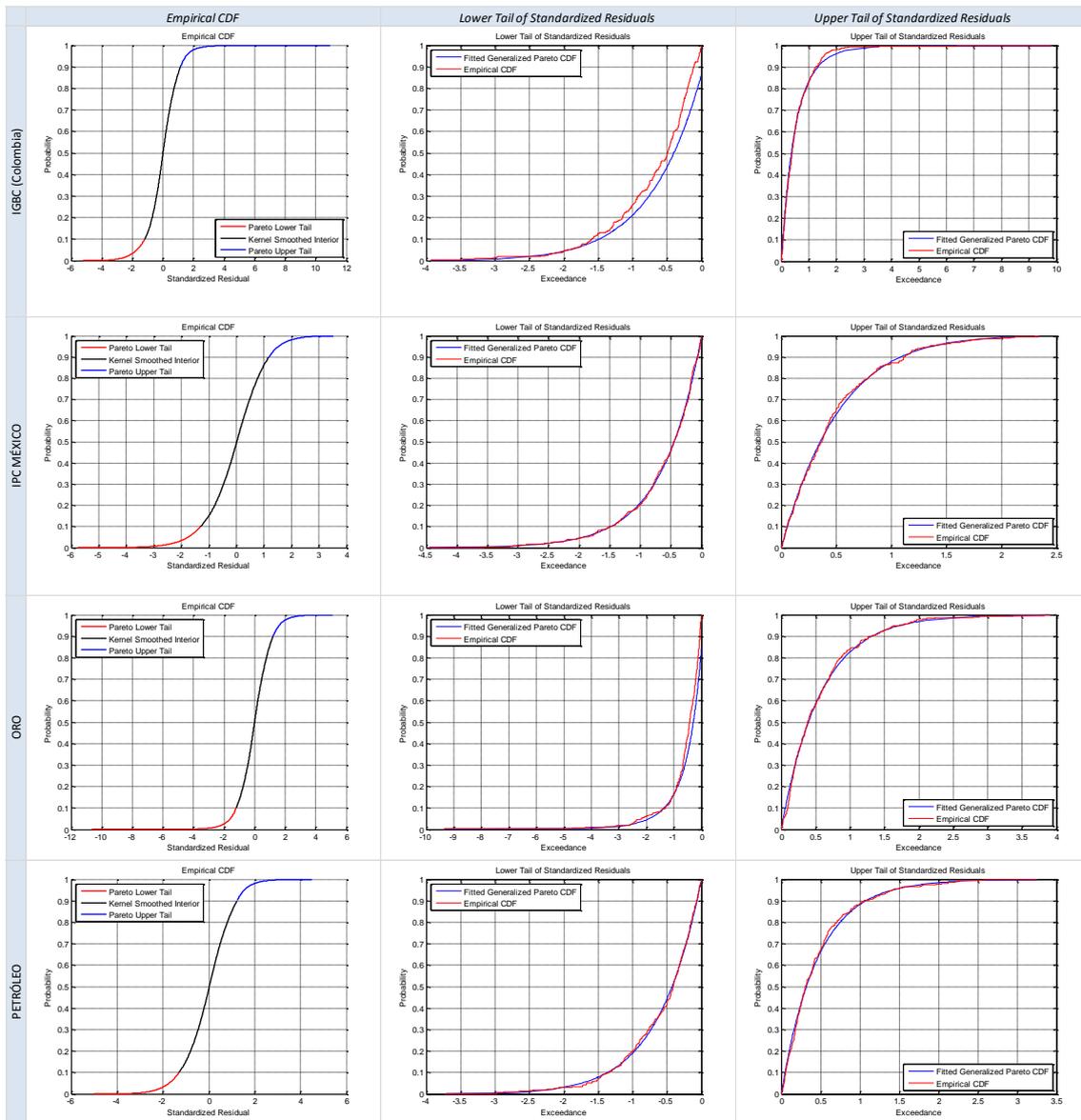
Nota: se muestra la evolución diaria de los residuos filtrados y sus volatilidades así como la función de autocorrelación muestral sobre los residuos estandarizados y los residuos estandarizados al cuadrado para el período muestral comprendido entre julio de 2001 y marzo de 2016 (3843 observaciones).

Figura 10. Distribuciones marginales: EURO STOXX, S&P 500, NIKKEI 225 e IPSA.



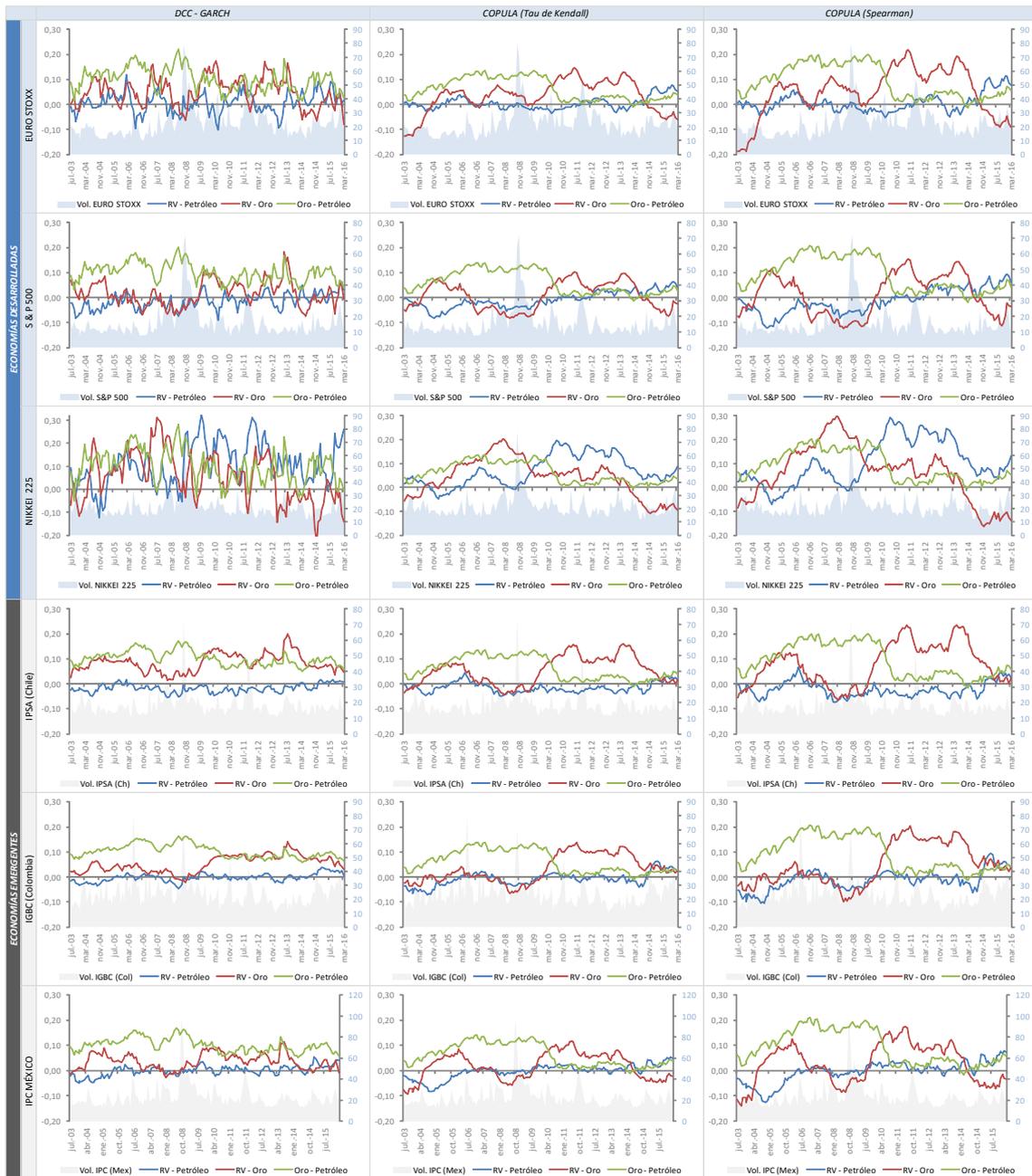
Nota: Se presentan los resultados de las tres regiones de la función de distribución empírica compuesta de los residuos estandarizados obtenidos a partir de los modelos univariantes (ver tabla 5) para cuatro índices de renta variable. El centro de la distribución (negro) ha sido estimado mediante el suavizado de Kernel mientras que las colas de la distribución (rojo y azul) ha sido estimada mediante la EVT utilizando la Función Generalizada de Pareto. También se muestran los valores empírico y teórico de las colas de la distribución. El período muestral utilizado en las estimaciones se encuentra comprendido entre julio de 2001 y marzo de 2016.

Figura 11. Distribuciones marginales: IGBC, IPC MÉXICO, ORO y PETRÓLEO.



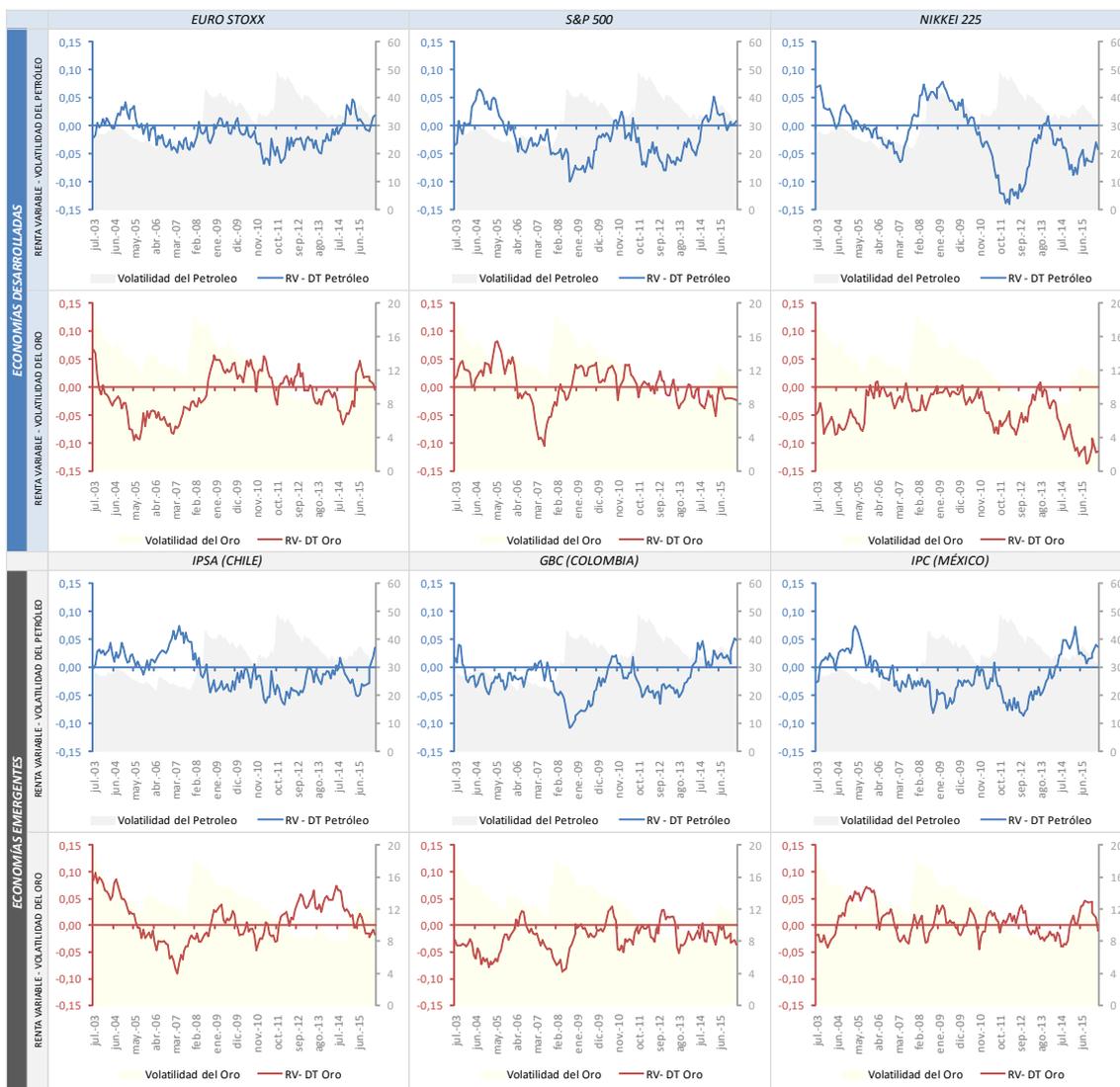
Nota: Se presentan los resultados de las tres regiones de la función de distribución empírica compuesta de los residuos estandarizados obtenidos a partir de los modelos univariantes (ver tabla 5) para cuatro índices de renta variable. El centro de la distribución (negro) ha sido estimado mediante el suavizado de Kernel mientras que las colas de la distribución (rojo y azul) ha sido estimada mediante la EVT utilizando la Función Generalizada de Pareto. También se muestran los valores empírico y teórico de las colas de la distribución. El período muestral utilizado en las estimaciones se encuentra comprendido entre julio de 2001 y marzo de 2016.

Figura 12. Evolución de las dependencias entre la renta variable, el oro y el petróleo.



Nota: Se muestran las evoluciones temporales de los índices de volatilidades de economías desarrolladas y emergentes, junto con las correlaciones dinámicas condicionales, los coeficientes de correlaciones por rango de Kendall y los coeficientes de correlaciones por rango de Spearman entre la renta variable y el Petróleo (línea azul), la renta variable y el oro (línea roja), el oro y el petróleo (línea verde), durante el período comprendido entre julio de 2003 y marzo de 2016 para economías desarrolladas y emergentes. Los coeficientes de correlaciones por rango se calculan cada 22 días a partir de las estimaciones de los parámetros de las cópulas utilizando las últimas 504 observaciones al momento de la estimación.

Figura 13. Evolución de las dependencias entre los rendimientos de renta variable y los cambios relativos en volatilidad del petróleo y el oro.

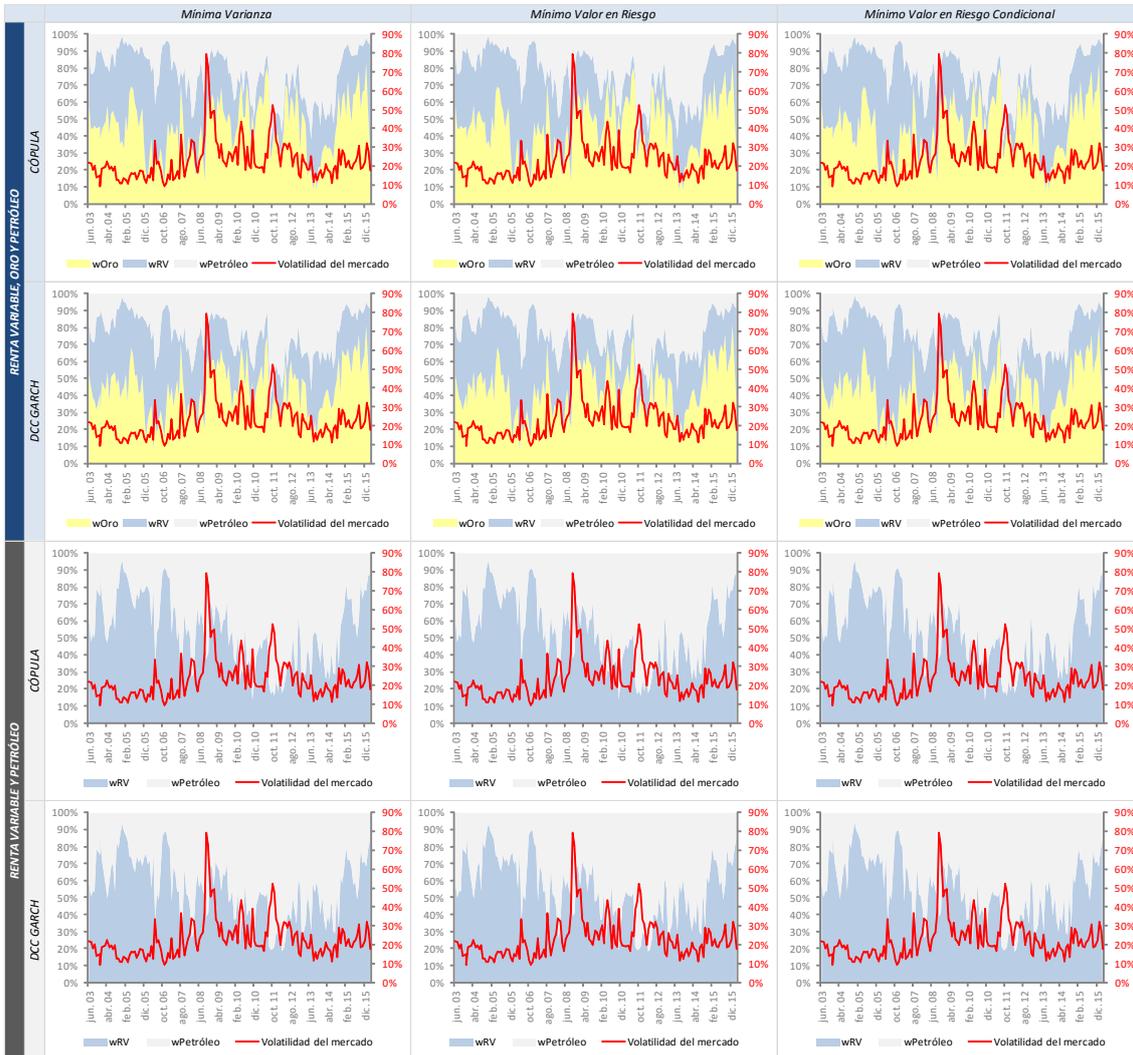


Nota: Se muestran las evoluciones temporales de los coeficientes de correlaciones lineales entre la renta variable y los cambios relativos en la volatilidad del petróleo (línea azul) y la renta variable con los cambios relativos en la volatilidad del oro (línea naranja), durante el período comprendido entre julio de 2003 y marzo de 2016 para economías desarrolladas y emergentes. Los coeficientes de correlaciones por rango se calculan cada 22 días a partir de las estimaciones de los parámetros de las cópulas utilizando las últimas 504 observaciones al momento de la estimación.

El petróleo y el oro, ¿buenos aliados de la renta variable?

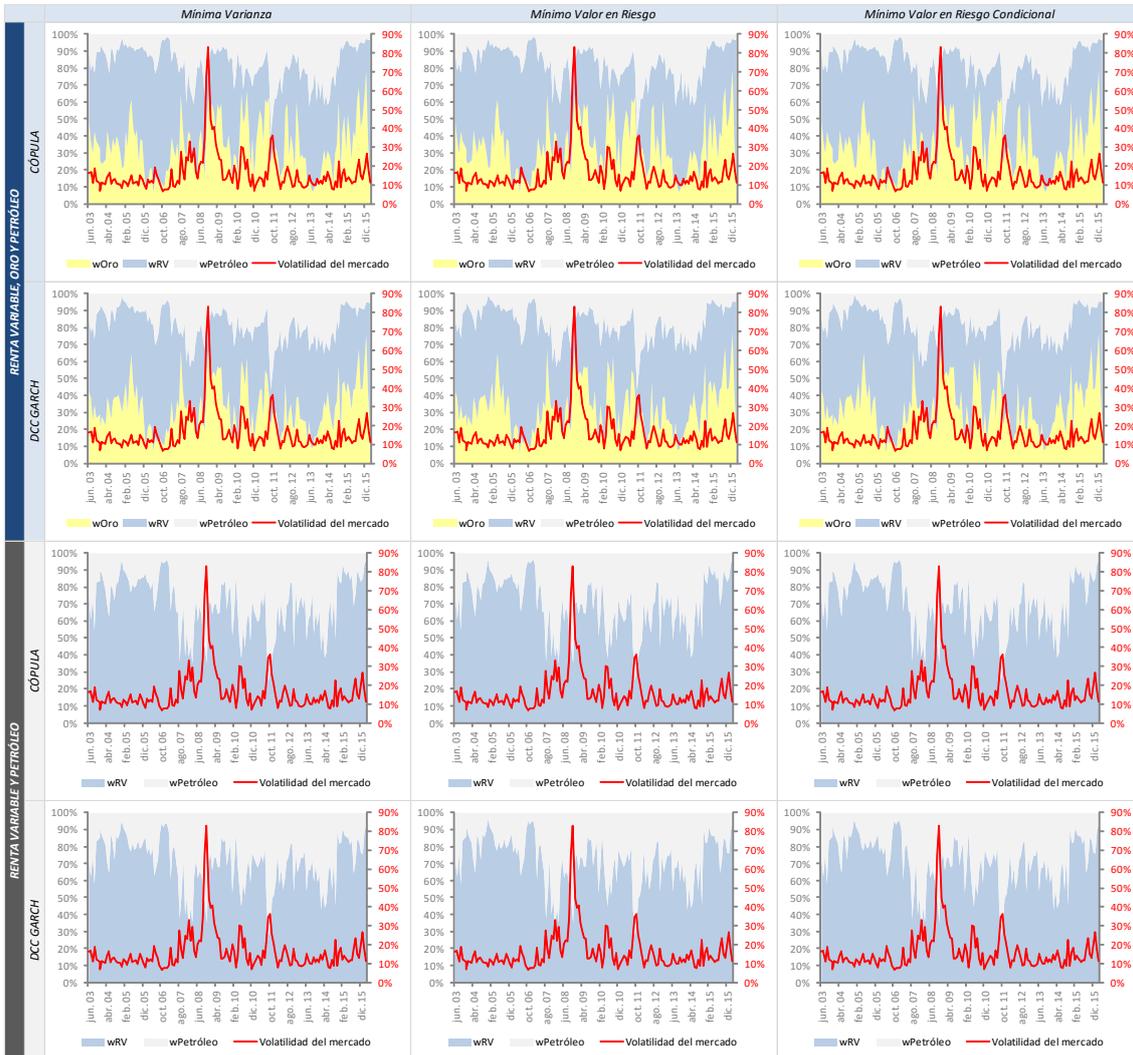
Máster en Banca y Finanzas Cuantitativas

Figura 14. Evolución de las ponderaciones óptimas (Oro, Petróleo y EURO STOXX 50).



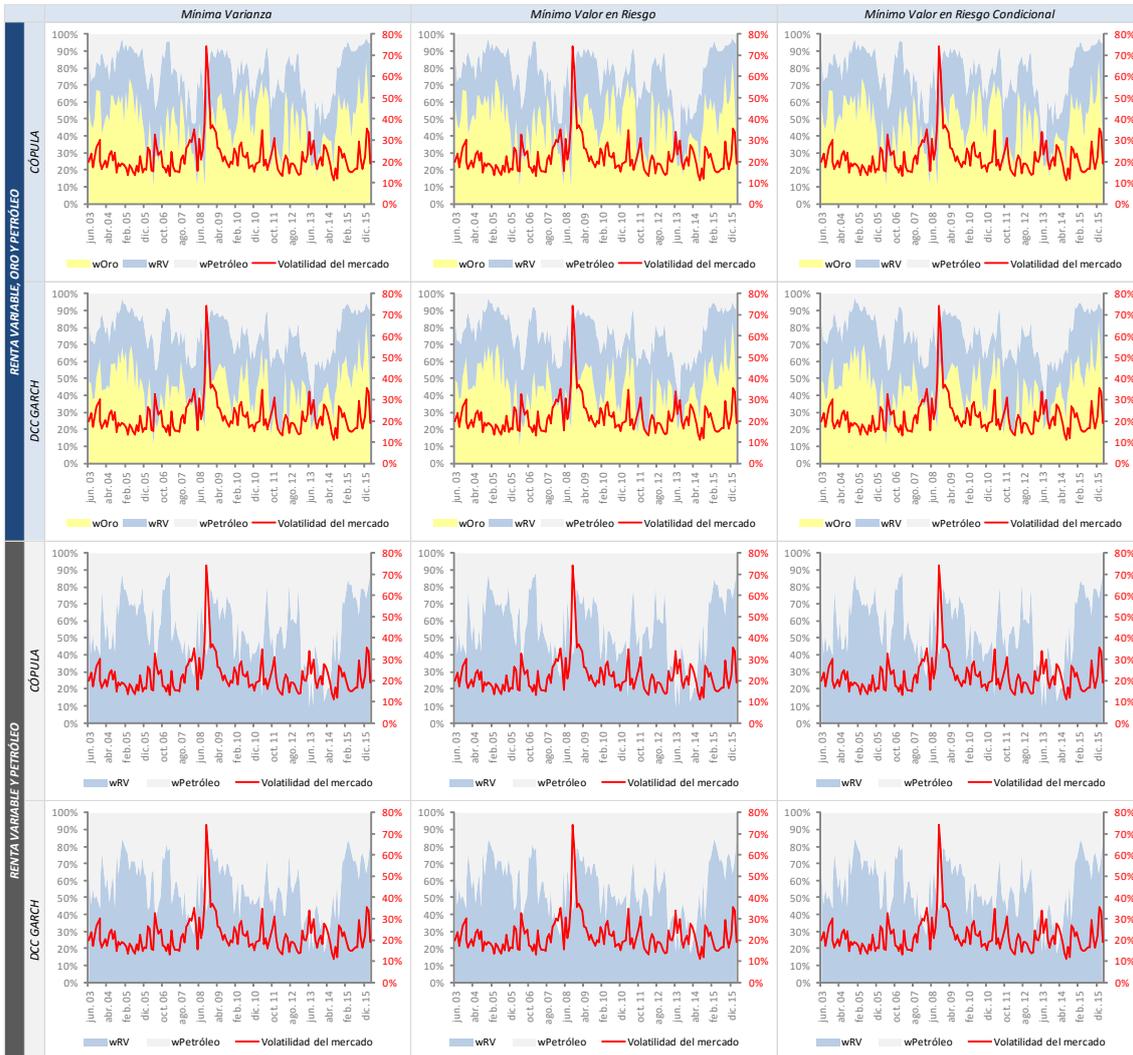
Nota: Se muestra la evolución temporal de los pesos óptimos de 12 carteras y la volatilidad del índice de mercado EURO STOXX 50 estimada a partir del modelo ARMA(0,0) EGARCH(1,1), durante el período comprendido entre junio de 2003 y marzo de 2016. Las carteras han sido rebalanceadas cada 22 días a partir de las últimas 504 observaciones al momento de la estimación. Los criterios de selección utilizados son: Mínima Varianza, Mínimo VaR y Mínimo CVaR, bajo dos enfoques: Cópula y DCC GARCH. Las seis primeras carteras están compuestas por oro (wOro), petróleo (wPetróleo) y renta variable (wRV) y las carteras restantes están compuestas por petróleo y renta variable.

Figura 15. Evolución de las ponderaciones óptimas (Oro, Petróleo y S&P 500).



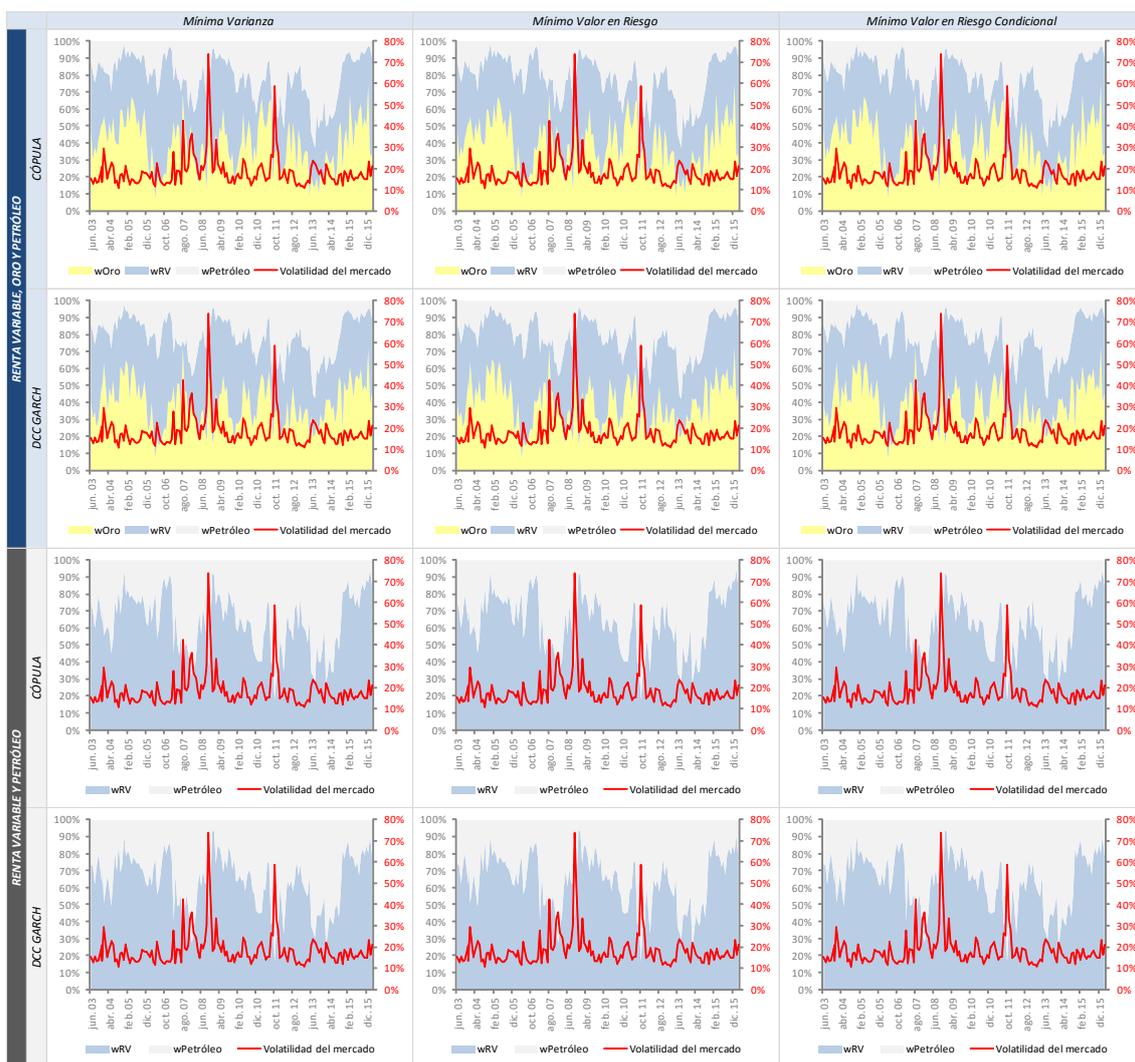
Nota: Se muestra la evolución temporal de los pesos óptimos de 12 carteras y la volatilidad del índice de mercado S&P 500 estimada a partir del modelo ARMA(0,1) EGARCH(1,1), durante el período comprendido entre junio de 2003 y marzo de 2016. Las carteras han sido rebalanceadas cada 22 días a partir de las últimas 504 observaciones al momento de la estimación. Los criterios de selección utilizados son: Mínima Varianza, Mínimo VaR y Mínimo CVaR, bajo dos enfoques: Cópula y DCC GARCH. Las seis primeras carteras están compuestas por oro (wOro), petróleo (wPetróleo) y renta variable (wRV) y las carteras restantes están compuestas por petróleo y renta variable.

Figura 16. Evolución de las ponderaciones óptimas (Oro, Petróleo y NIKKEI 225).



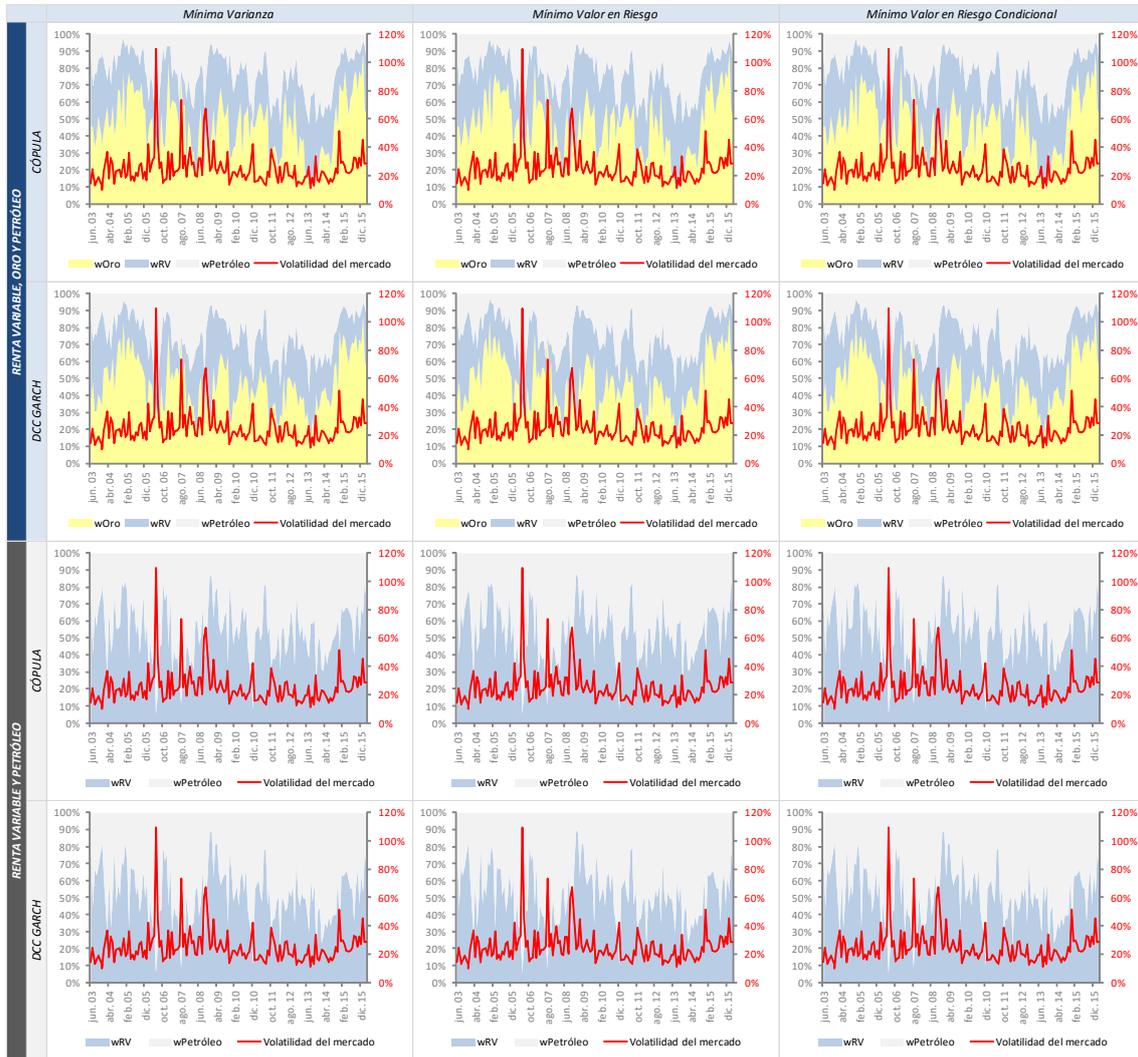
Nota: Se muestra la evolución temporal de los pesos óptimos de 12 carteras y la volatilidad del índice de mercado NIKKEI 225 estimada a partir del modelo ARMA(0,1) EGARCH(1,1), durante el período comprendido entre junio de 2003 y marzo de 2016. Las carteras han sido rebalanceadas cada 22 días a partir de las últimas 504 observaciones al momento de la estimación. Los criterios de selección utilizados son: Mínima Varianza, Mínimo VaR y Mínimo CvA, bajo dos enfoques: Cópula y DCC GARCH. Las seis primeras carteras están compuestas por oro (wOro), petróleo (wPetróleo) y renta variable (wRV) y las carteras restantes están compuestas por petróleo y renta variable.

Figura 17. Evolución de las ponderaciones óptimas (Oro, Petróleo e IPSA).



Nota: Se muestra la evolución temporal de los pesos óptimos de 12 carteras y la volatilidad del índice de mercado IPSA estimada a partir del modelo ARMA(1,0) GJR(1,1), durante el período comprendido entre junio de 2003 y marzo de 2016. Las carteras han sido rebalanciadas cada 22 días a partir de las últimas 504 observaciones al momento de la estimación. Los criterios de selección utilizados son: Mínima Varianza, Mínimo VaR y Mínimo CVaR, bajo dos enfoques: Cópula y DCC GARCH. Las seis primeras carteras están compuestas por oro (wOro), petróleo (wPetróleo) y renta variable (wRV) y las carteras restantes están compuestas por petróleo y renta variable.

Figura 18. Evolución de las ponderaciones óptimas (Oro, Petróleo e IGBC).

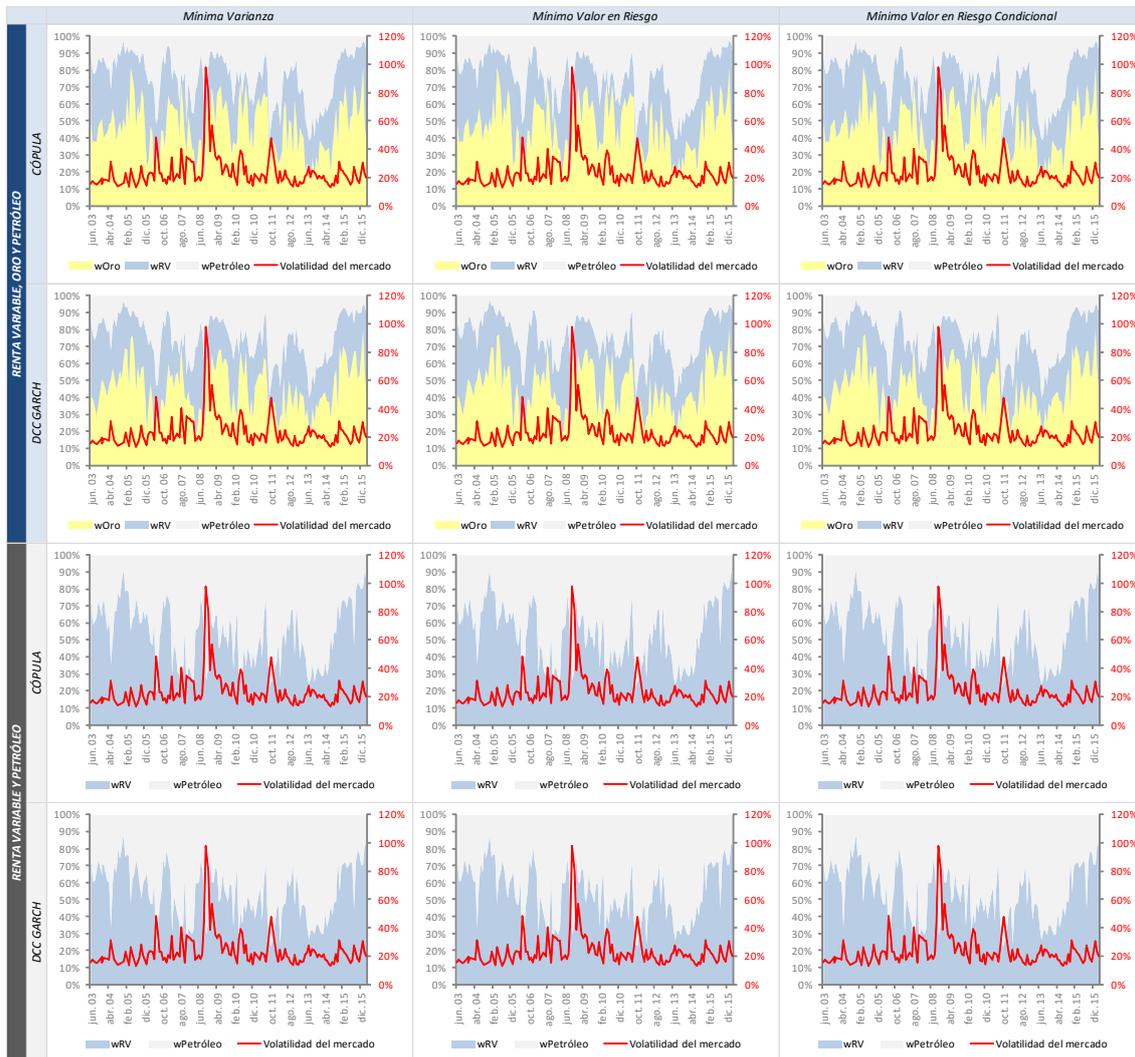


Nota: Se muestra la evolución temporal de los pesos óptimos de 12 carteras y la volatilidad del índice de mercado IGBC estimada a partir del modelo ARMA(1,0) EGARCH(1,1), durante el período comprendido entre junio de 2003 y marzo de 2016. Las carteras han sido rebalancadas cada 22 días a partir de las últimas 504 observaciones al momento de la estimación. Los criterios de selección utilizados son: Mínima Varianza, Mínimo VaR y Mínimo CVaR, bajo dos enfoques: Cópula y DCC GARCH. Las seis primeras carteras están compuestas por oro (wOro), petróleo (wPetróleo) y renta variable (wRV) y las carteras restantes están compuestas por petróleo y renta variable.

El petróleo y el oro, ¿buenos aliados de la renta variable?

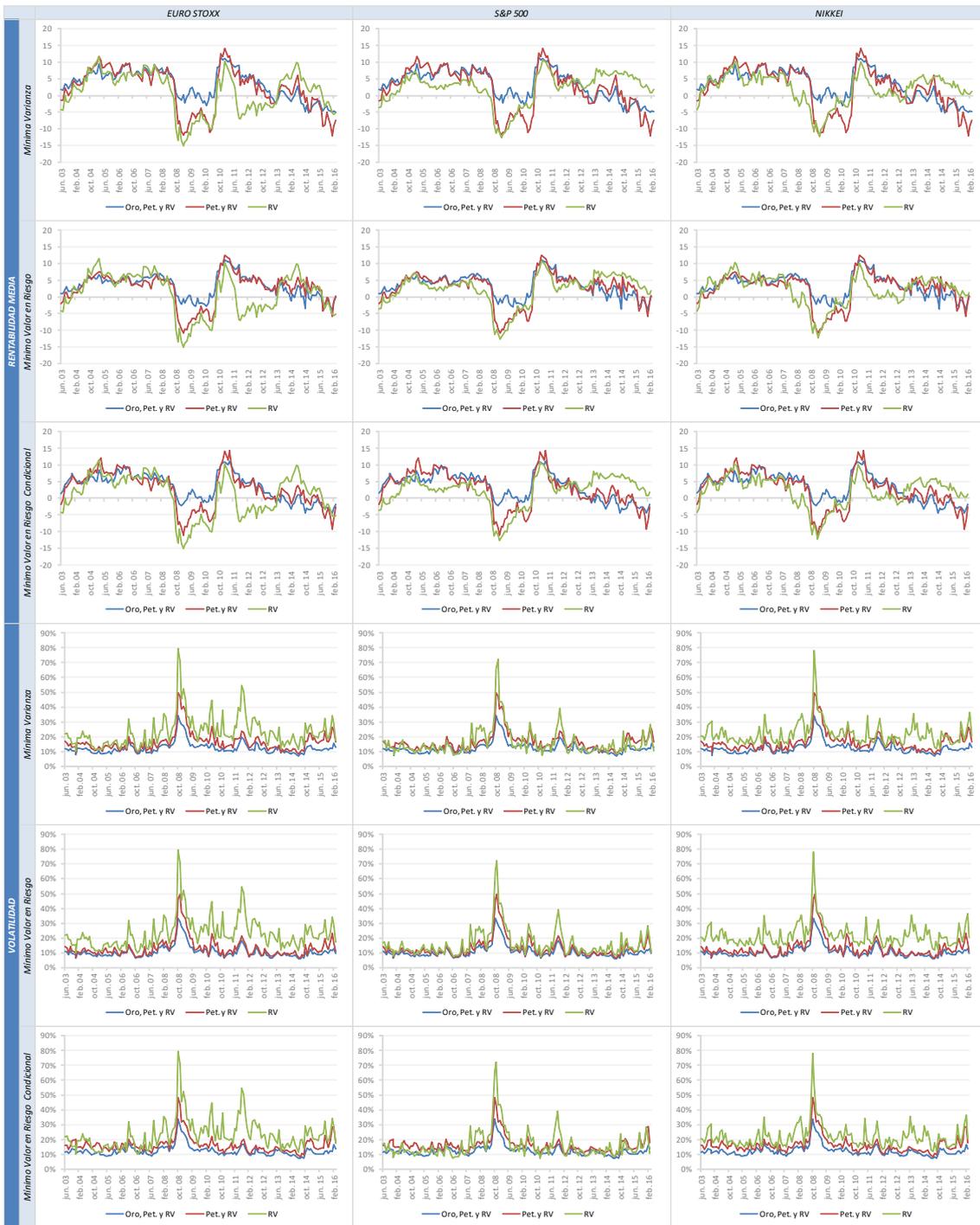
Máster en Banca y Finanzas Cuantitativas

Figura 19. Evolución de las ponderaciones óptimas (Oro, Petróleo e IPC MÉXICO).



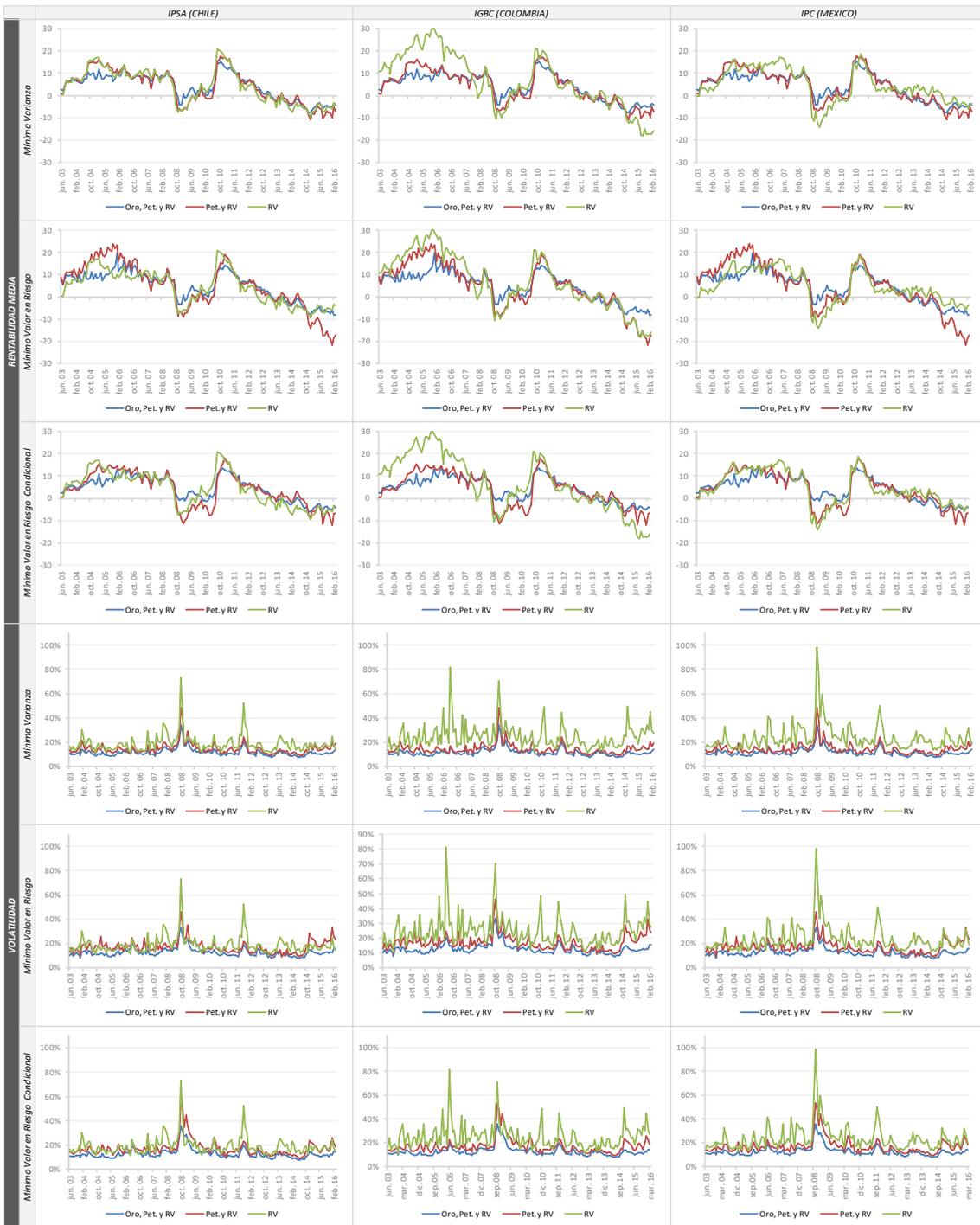
Nota: Se muestra la evolución temporal de los pesos óptimos de 12 carteras y la volatilidad del índice de mercado IPC México estimada a partir del modelo ARMA(0,0) GJR(1,1), durante el período comprendido entre junio de 2003 y marzo de 2016. Las carteras han sido rebalanceadas cada 22 días a partir de las últimas 504 observaciones al momento de la estimación. Los criterios de selección utilizados son: Mínima Varianza, Mínimo VaR y Mínimo CvA, bajo dos enfoques: Cópula y DCC GARCH. Las seis primeras carteras están compuestas por oro (wOro), petróleo (wPetróleo) y renta variable (wRV) y las carteras restantes están compuestas por petróleo y renta variable.

Figura 20. Evolución de la rentabilidad media y volatilidad de las carteras. Economías desarrolladas.



Nota: Se muestran las series de rentabilidades medias diarias en puntos básicos y las volatilidades anualizadas, estimadas para carteras que incluye la renta variable de tres economías desarrolladas durante el período comprendido entre junio de 2003 y marzo de 2016. Las carteras han sido obtenidas mediante tres criterios de selección: Mínima Varianza, Mínimo VaR y Mínimo CVaR, bajo el enfoque DCC GARCH y se han rebalanceado las ponderaciones cada 22 días. Las líneas verdes corresponden a las estimaciones de los estadísticos de las carteras compuestas por renta variable (RV). Las líneas azules corresponden a las estimaciones de los estadísticos de las carteras compuestas por petróleo (pet.) y renta variable (RV). Las líneas rojas corresponden a las estimaciones de los estadísticos de las carteras compuestas por oro, petróleo y renta variable.

Figura 21. Evolución de la rentabilidad media y volatilidad de las carteras. Economías emergentes.



Nota: Se muestran las series de rentabilidades medias diarias en puntos básicos y las volatilidades anualizadas, estimadas para carteras que incluye la renta variable de tres economías emergentes durante el período comprendido entre junio de 2003 y marzo de 2016. Las carteras han sido obtenidas mediante tres criterios de selección: Mínima Varianza, Mínimo VaR y Mínimo CVaR, bajo el enfoque DCC GARCH y se han rebalanceado las ponderaciones cada 22 días. Las líneas verdes corresponden a las estimaciones de los estadísticos de las carteras compuestas por renta variable (RV). Las líneas azules corresponden a las estimaciones de los estadísticos de las carteras compuestas por petróleo (pet.) y renta variable (RV). Las líneas rojas corresponden a las estimaciones de los estadísticos de las carteras compuestas por oro, petróleo y renta variable.

7. BIBLIOGRAFÍAS

- [1] Alexander, C. "Value-at-Risk Models", *Market Risk Analysis*, 4, 33-45, (2008).
- [2] Aloui, R. et. al. "A time-varying copula approach to oil and stock market dependence: The case of transition economies", *Energy Economics*, 39, 208–221, (2013).
- [3] Baur, D. y Lucey B. "Is Gold a Hedge or a Safe Haven? An Analysis of Stocks, Bonds and Gold", *Dublin City University, Business School*, 45, 217-229, (2010).
- [4] Bollerslev, T. et. al. "ARCH modeling in finance", *Journal of Economics*, 52, 5–59, (1992).
- [5] Boyer, B. et. al. "Pitfalls in Tests for Changes in Correlations", *International Finance Discussion Papers*, (1997).
- [6] Cherubini, U. et. al. "Copula Methods in Finance", John Wiley & Sons, England, (2004).
- [7] Dhaoui, A. y Khraief, N. "Empirical Linkage between Oil Price and Stock Market Returns and Volatility: Evidence from International Developed Markets", *Economics E Journal*, 2-29, (2014). <http://www.economics-ejournal.org/economics/discussionpapers/2014-12>.
- [8] Diaz, E. et. al. "Oil price volatility and stock returns in the G7 economies", *Energy Economics*, 54, 417–430, (2016).
- [9] Embrechts, P. et. al. "Modeling Extremal Events for Insurance and Finance", Springer Heidelberg, Amsterdam, (1997).
- [10] Engle, R., and Sheppard, K. "Theoretical and Empirical Properties of Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH", *NBER Working Paper 8554*, National Bureau of Economic Research, (2001).
- [11] Glosten, L. et. al. "On the relation between the expected value and the volatility of nominal excess return on stocks", *Journal of Finance*, 46, 1779–1801, (1992).
- [12] Hood, M. y Malik, C. "Is gold the best hedge and a safe haven under changing stock market volatility?", *Review of Financial Economics*, 22, 47–52, (2013).
- [13] Kaplan, P. D. and Knowles, J. A. "Kappa: A Generalized Downside Risk-Adjusted Performance Measure", *Journal of Performance Measurement*, 8 (3), 42–54, (2004).
- [14] Markowitz, H. "Portfolio selection", *Journal of Finance*, 7, 77-91, (1952).
- [15] McDermott, T. "Is Gold a Safe Haven? International Evidence", *Trinity College Dublin*, (2009).
- [16] Mikosch, T. "Modeling dependence and tails of financial time series", Chapman & Hall, Boca Raton, 187–286, (2003).
- [17] Nelsen, R.B. "An Introduction to Copulas", Springer-Verlag New York, Inc., New York, (1998).
- [18] Nelson, B. "Conditional Heterocedasticity in Asset Returns: A New Approach", *Econometrica*, 59, 347-370, (1991).
- [19] Novales, A. "Midiendo el riesgo en mercados financieros", *Notas de clase versión preliminar*, (2015).
- [20] Novales, A. "Cópulas", *Notas de clase versión preliminar*, (2016).
- [21] Sklar, A. "Fonctions Dé Repartition Á N Dimensions et Leurs Marges", *Publications De l'Institut de Statistique de Paris*, 8, 229-231, (1959).
- [22] Sukcharoen, K. et. al. "Interdependence of oil prices and stock market indices: A copula approach", *Energy Economics*, 44, 331–339, (2013).
- [23] Xin, H. y Guofu Z. "Dynamic Nonlinear Correlation Studies on Stock and Oil Market Based on Copula", *The Open Petroleum Engineering Journal*, 8, 405-409, (2015).