

VALORACIÓN DEL IMVA MEDIANTE REGRESORES LONGSTAFF-SCHWARTZ

Jonathan Salgado Nieto

Trabajo de investigación 012/016

Master en Banca y Finanzas Cuantitativas

Tutores: Dr. Juan Esteban Palomar Burdeus

Dr. Luis Manuel García Muñoz

Universidad Complutense de Madrid

Universidad del País Vasco

Universidad de Valencia

Universidad de Castilla-La Mancha

www.finanzascuantitativas.com

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
UNIVERSIDAD DE CASTILLA LA MANCHA
UNIVERSIDAD DEL PAIS VASCO
UNIVERSIDAD DE VALENCIA



Valoración de IMVA mediante regresores Longstaff-Swartz

Jonathan Salgado Nieto
Trabajo Fin de Máster

Tutores: Juan Esteban Palomar Burdeus
Luis Manuel García Muñoz

Julio de 2016

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
UNIVERSIDAD DE CASTILLA LA MANCHA
UNIVERSIDAD DEL PAIS VASCO
UNIVERSIDAD DE VALENCIA

**Valoración de IMVA mediante regresores
Longstaff-Swartz**

Jonathan Salgado Nieto
Trabajo Fin de Máster
Julio de 2016

Índice general

1. Introducción	3
1.1. ¿Qué es el capital?	3
1.1.1. Capital económico	3
1.1.2. Capital Regulatorio	5
1.1.3. Marco Regulatorio de Capital	5
1.2. Credit Valuation Adjustment (CVA)	7
1.3. Initial Margin Valuation Adjustment (IMVA)	9
2. Implementación	13
2.1. Descripción de datos	13
2.2. Cartera	13
2.3. Descripción de datos	16
3. Metodología	17
3.1. Cálculo de XVA	17
3.2. Cálculo de IMVA	21
3.3. Longstaff-Schwarz	22
3.3.1. Modelo de regresión	24
3.3.2. Cálculo de CVA	25
3.3.3. Cálculo de IMVA	26
4. Resultados	27
4.1. NPV vs NPV simulada	27
4.2. CVA	28
4.3. IMVA	30
5. Conclusiones	33
6. Anexo A: Desarrollo matemático	37
6.1. Tipos de interes Hull-White	37
6.2. Factor de descuento	39
7. Anexo B: Desarrollo computacional	41
7.1. Malla de tiempo para el escenario estresado	41
7.2. Nota sobre los lenguajes de programación	42
8. Anexo C: Definiciones	43

Índice de figuras

1.1. Relación entre partes del capital económico	4
1.2. Esquema 1 ejemplo IMVA	9
1.3. Esquema 2 ejemplo IMVA	10
1.4. Esquema 3 ejemplo IMVA	10
2.1. Representación de los pagos de swap	14
4.1. NPV vs NPV simulada, caso sin estresar.	28
4.2. Costo del CVA por fecha de simulación	29
4.3. Comparativa NPV vs NPV-CVA	29
4.4. IMVA frente a la fecha de valoración	30
4.5. Comparativa NPV vs NPV-CVA vs NPV-CVA-IMVA	31

Resumen

Uno de los principales problemas a la hora del cálculo del IMVA y el CVA es la potencia computacional de la que se disponga. En el siguiente trabajo se propone una manera de solucionar esto, mediante regresores Longstaff-Swartz. Que consiste en una regresión por fecha de simulación para un conjunto de caminos, con la finalidad de poder simular después dichos caminos con los coeficientes calculados y así sustituir varios órdenes de magnitud de cálculos por la valoración de una función.

Capítulo 1

Introducción

En este capítulo se presentarán los conceptos de capital y de algunos XVA que ayudarán a comprender mejor el concepto de IMVA.

1.1. ¿Qué es el capital?

En la actualidad el capital es un concepto de interés debido a los constantes cambios en la regulación que están siendo introducidos bajo el marco de Basilea III. El capital puede definirse como los bienes y derechos menos las deudas y obligaciones de un titular. Es principalmente el patrimonio de los accionistas y los activos retenidos. Puede introducirse mediante la siguiente ecuación.

$$\textit{Capital} = \textit{Activos} - \textit{Pasivos}$$

El capital es tenido en cuenta a la hora de calcular la capacidad de absorber las potenciales pérdidas de los accionistas, ya que cuando sucede incumplimiento primero se absorbe el capital.

Debido a la crisis, las regulaciones se han vuelto cada vez más estrictas con respecto al capital requerido a las instituciones financieras. Puede identificarse dos tipos de capital: el capital económico y el capital regulatorio.

1.1.1. Capital económico

Cuando una empresa proyecta sus operaciones, estipula el gasto que estas tendrán sobre el capital de la empresa. El capital económico serán los recursos necesarios que esta deberá asegurarse para permanecer solvente. Dicho de otra forma, es la cantidad de capital que la firma debe de tener para soportar todos los riesgos que está dispuesta a afrontar para realizar dichas operaciones.

Este capital es calculado de manera interna por la empresa y su proceso de medición está basado en la solidez financiera de dicha institución y en el cálculo de las pérdidas esperadas, derivadas de las actividades de esta.

Por otro lado, para tener una visión en mayor profundidad, cabe definir el concepto de fortaleza financiera. La fortaleza financiera está representada como una probabilidad de que la empresa no se declare insolvente durante el periodo que se está teniendo en cuenta. Puede verse como el nivel de confianza en el cálculo estadístico. En la gran mayoría de los bancos se utiliza una medida de confianza de entre el 99,96 % y el 99,98 %, que son las utilizadas para el cálculo de la tasa de insolvencia esperada de una institución cuya calificación crediticia es AA o Aa.

Otro de los conceptos clave para entender de una manera más clara lo que es el capital económico es la pérdida esperada. Esto es la pérdida media esperada durante el periodo de medición. Las pérdidas esperadas representan el costo que tiene hacer negocios y generalmente son absorbidas por los beneficios de explotación.

La relación entre la frecuencia de la pérdida, la cantidad de pérdida, la pérdida esperada, la solidez financiera y el capital económico se puede ver en el siguiente gráfico:

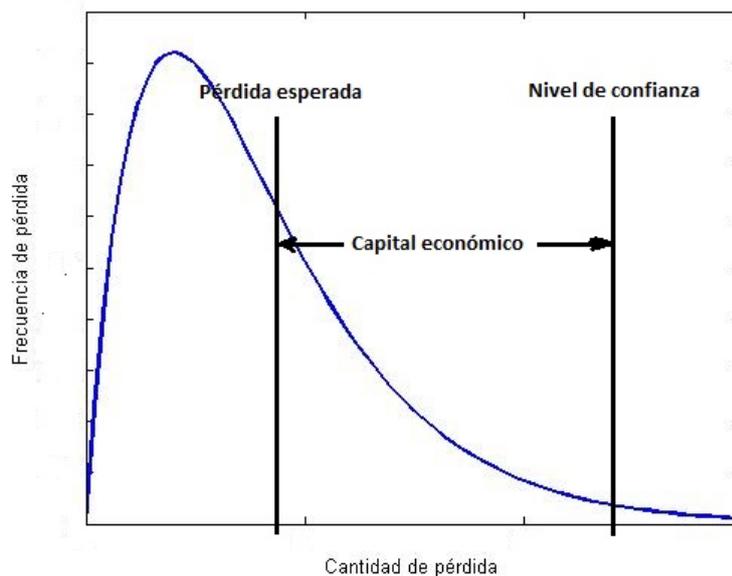


Figura 1.1: Representación gráfica de la relación entre frecuencia de pérdida, cantidad de pérdida, pérdida esperada y capital económico

El capital económico se usa para medir e informar sobre los riesgos de mercado y sobre el riesgo operacional de una operación financiera. Las medidas de riesgo de capital económico se han impuesto sobre la contabilidad y las normas reglamentarias, puesto que estas pueden ser engañosas.

1.1.2. Capital Regulatorio

Cuando una firma pretende llevar a cabo una serie de operaciones financieras no solo está sujeta a las pérdidas derivadas de los costos de estas, si no que puede verse afectada por gastos inesperados que deberá hacer frente para que dicha empresa siga siendo solvente. Para ello debe tener en reserva una serie de fondos que estén destinados a paliar dichos riesgos de pérdida. Dichos fondos son introducidos mediante regulación por los Acuerdos de Capital de Basilea.

El capital regulatorio puede definirse como el requisito estándar, exigido a los bancos y otras instituciones, de depositar fondos para afrontar pérdidas inesperadas. Este requerimiento determina una cantidad mínima de capital que se debe mantener y que vendrá dado como una proporción de un determinado nivel de activos, de acuerdo a las normas de las agencias reguladoras. Dichas exigencias de capital pueden verse como impuestos destinados a asegurar que las instituciones no participen o mantengan inversiones, que puedan hacer que aumente el riesgo de quiebra y que por tanto se disponga del suficiente capital como para mantener sus pérdidas operativas al mismo tiempo que se pueda hacer cargo de nuevas retiradas de fondos.

Los niveles exigidos por las autoridades regulatorias vienen definidos en los acuerdos de Basilea, que han ido cambiando a lo largo de los años.

1.1.3. Marco Regulatorio de Capital

Bajo el marco de Basilea III, se ponen de manifiesto tres tipos de requerimientos de capital en función del riesgo subyacente, dichos riesgos son los siguientes:

- **Riesgo de Crédito:** Es la posibilidad de incurrir en pérdidas como consecuencia del incumplimiento por parte del deudor de sus obligaciones en las operaciones de intermediación crediticia. El riesgo de crédito puede dividirse en dos tipos: el riesgo de insolvencia y el riesgo-país.
 - *El riesgo de insolvencia o contrapartida* surge como consecuencia de la situación económica financiera del deudor y de la incapacidad de atender al pago de sus obligaciones.
 - *El riesgo-país*, es provocado por el grado de solvencia (o insolvencia) del total de contrapartidas que pertenecen a un área geopolítica, legalmente definida como Estado.

Es el valor de los activos de riesgo ponderado por riesgo de crédito (RWA_T). Su cálculo se basa en la estimación de un VaR que determina las posibles pérdidas teniendo en cuenta escenarios adversos.

- **Riesgo de Mercado:** Es la posibilidad de sufrir pérdidas ante movimientos adversos en los precios de mercado de instrumentos financieros negociables en poder de la entidad. Está asociado a la cartera de negociación. La exigencia de capital por riesgo de mercado K_{Mkt} , se calcula basándose en una estimación VaR. Puede dividirse en:

- *Riesgo de mercado puro*: Que está asociado al movimiento de los tipos, los tipos de cambio, equities, etc.
 - *CVA VaR*: Que está asociado al movimiento del crédito de contraparte (2/3 de las pérdidas en la crisis se debió a este).
 - *Riesgo de emisor de crédito*: Es el riesgo asociado a incumplimientos o migración de rating en bonos o CDS.
- **Riesgo operacional**: Es la posibilidad de sufrir pérdidas como consecuencia de la existencia de procesos, sistemas o equipos técnicos inadecuados, o por fallos en los mismos, así como por hechos externos. Su medición y tratamiento están contemplados en Basilea II y III. La exigencia de capital por riesgo operacional se denota como K_{op} .

Para el cálculo de $RWAC$, K_{Mkt} y K_{op} existen planteamientos estándar o enfoques más sofisticados, en función del grado de sofisticación del modelo de la entidad. Las cargas de capital son generalmente más altas en el enfoque estándar.

Dichos riesgos llevan asociados, como hemos remarcado inicialmente, unos requerimientos de capital, ente ellos el de riesgo de mercado.

El capital relacionado con el riesgo de mercado se requiere para cubrir dicho riesgo, está destinado a prevenir las potenciales pérdidas debidas a los movimientos del mercado de los productos comercializados. En el acuerdo de Basilea III se diferencian dos enfoques distintos, uno que utiliza un modelo estandarizado (SM) y otro que usa un modelo de método interno (IMM)

- **Modelo Estandarizado**: El método estandarizado para el riesgo de mercado usa una serie de fórmulas para generar el requerimiento de capital, con diferentes enfoques dependiendo de la categoría del riesgo de mercado: Tipo de interés, equity, tipos de cambio o commodities.
- **Modelo de Método Interno**: Si un banco recibe autorización, puede usar su propio método basado en un modelo interno. La principal idea tras estos modelos es calcular un VaR al 99% a 10 días con shocks históricos. El intervalo de tiempo para estos shocks debe ser menor a un año. Además, debe incluir un periodo de tensión relevante para el banco y generar también un VaR estresado (SVaR). El coste final del VaR se calculará como el promedio de los últimos 60 días hábiles multiplicados por un factor proporcionado por los reguladores. De la misma manera, se calcula el SVaR. El capital regulatorio final destinado a paliar el riesgo de mercado es la suma del VaR final y el SVaR.

Por otro lado cabe destacar el capital asociado al riesgo de contraparte, pues es el que más relación tiene con este trabajo.

El requisito de capital de riesgo de contraparte se calcula mediante la siguiente formula

$$RWA = 12,5 * W * EAD \quad (1.1)$$

donde W es un peso y EAD es la exposición en caso de incumplimiento. El cálculo de estas variables no es importante en este trabajo.

1.2. Credit Valuation Adjustment (CVA)

El hecho de que nuestra contraparte pueda entrar en default, ha motivado el uso de coberturas ante el riesgo de crédito, a raíz de la reciente crisis financiera. Estos mecanismos pueden tener diferente naturaleza, entre los más comunes se encuentran:

- **Netting:** Es una de las más comúnmente utilizadas para mitigar el riesgo de contraparte. En el caso de incumplimiento por caso de esta, si no se tiene un acuerdo de compensación, se perdería $(1 - R)$ veces el MTM de los derivados cuyo MTM es positivo para nosotros. La pérdida que se sufriría en caso de incumplimiento vendría dado por la expresión:

$$(1 - R) \sum_{i=1}^N NPV_i^+(\tau) \quad (1.2)$$

donde τ es el momento donde la contrapartida hace default.

Sin embargo si existe un acuerdo de compensación, los productos no son considerados uno por uno, si no que se mira el MTM total de la cartera. En este caso solo existirán pérdidas siempre que el MTM de la cartera sea positivo. Y entonces la pérdida en caso de incumplimiento de la contraparte será:

$$\left(\sum_{i=1}^N NPV_i(\tau) \right)^+ \leq \sum_{i=1}^N NPV_i^+(\tau) \quad (1.3)$$

- **Colateralización:** Es un acuerdo de garantía bilateral en el que la contraparte que tiene MTM positiva recibe un pago en forma de efectivo, bonos, etc. por un importe total que se relaciona con el valor de la MTM. Esta garantía se puede aportar con una frecuencia dada. Estos depósitos son remunerados bajo un tipo OIS.

En caso de incumplimiento de la contraparte, la pérdida sufrida será:

$$\left(\sum_{i=1}^N NPV_i(\tau) - C(\tau) \right)^+ \quad (1.4)$$

Debido a este acuerdo el precio del derivado será diferente puesto a que no se estará dispuesto a pagar lo mismo por un derivado con garantías como por uno que no la tiene. Esto es debido a que dicha garantía disminuye nuestra exposición en caso de incumplimiento.

- **Recouping:** Es como un nivel de umbral. Si el NPV de la cartera va más allá de este, la contraparte que tiene el NPV negativo pagará una cantidad a la otra contraparte y a continuación, se inicia una negociación para realizar ajustes con el fin de que el NPV de la cartera sea igual al NPV original menos el importe pagado.

- **Uso de contrapartidas seguras:**

- *Para fines especiales (SPV)*: Es una entidad legal creada para aislar a una empresa del riesgo financiero. Se transfieren los activos al SPV de manera que no se pone a toda la empresa en riesgo. Esto asegura que ante la quiebra un cliente todavía puede recibir toda su inversión.
- *Entidades centrales de contrapartida (CCP)*: Cuando dos entidades quieren cerrar un acuerdo, se entrega una sobrecolateralización al CCP. En caso de default uno de los miembros sería capaz de hacer frente a los pagos derivados de esta garantía. En caso de no ser suficiente hay una reserva aportada por todos los miembros que se puede utilizar en caso de emergencia. El uso de CCP reduce el riesgo de contraparte.

Uno de los principales retos para las instituciones financieras es poder cuantificar y controlar este riesgo de contraparte. Una de las soluciones puede ser limitar el crédito de cada contraparte, tal que se limite la exposición futura de esta, que no debería ir más allá del límite. Dicho límite puede ser acordado dependiendo del apetito de riesgo de la institución. El problema reside en que dicho límite puede romperse, debido a los movimientos del mercado. Otra posibilidad es asignar capital teniendo en cuenta posibles futuras pérdidas en un escenario ácido, en el cual se tenga en cuenta el default de la contraparte. Este requisito de capital se haría teniendo en cuenta las probabilidades de default y la exposición posterior. Por último otra posibilidad sería poner un precio de mercado a dicho riesgo de contraparte. Si se cubre, podría deshacerse del riesgo de contraparte, lo que minimizaría el impacto en el default. Esta herramienta es el CVA.

El **Credit valuation adjustment** (CVA) también se puede definir como la diferencia entre el valor de la cartera libre de riesgo y el verdadero valor que la misma toma teniendo en cuenta la posibilidad de default de la contraparte.

$$V^*(t, T) = V(t) - CVA(t) \tag{1.5}$$

La mayor parte de las pérdidas que se produjeron en la crisis, fue debida a un aumento del CVA, causado por la ampliación de los diferenciales de crédito.

Basilea III establece una exigencia de capital para hacer frente a este riesgo diferencial. Hay dos métodos para calcular esto: estándar y avanzado.

- **Método estándar**: Es un método proporcionado por el regulador. La fórmula se basa en una suma ponderada de las EAD multiplicado por el vencimiento efectivo del conjunto de operaciones.
- **Método avanzado**: El método avanzado puede ser desarrollado por el banco y después utilizado previa aprobación del comité regulador. Se basa en un enfoque de cálculo de un VaR.

1.3. Initial Margin Valuation Adjustment (IMVA)

Una de las características que cada vez está tomando mayor importancia, en el mercado de derivados, es una garantía de requisitos iniciales. Las entidades de contrapartida (CCPs) requieren a sus miembros que le provisionen un depósito mediante varios mecanismos, entre los que se encuentran: el margen inicial, el margen de variación, un buffer de volatilidad o una compraventa de costes.

La propuesta de Basilea es que todos los derivados, entre contrapartes financieras, que no estén compensados entre dichas partes, deben estar sujetos a un requisito de margen inicial para el año 2019.

Intuitivamente el margen inicial debe ser financiado como en la mayoría de los casos, pero no se permite rehipotecarlo.

El **Initial Margin Valuation Adjustment (IMVA)** puede entenderse como el coste de dicho margen inicial. Para entenderlo mejor se explicará el siguiente ejemplo:

Supongamos que un banco negocia un swap con una empresa a través de una CCP. Donde se paga un tipo fijo F_j y se recibe un tipo variable f_k

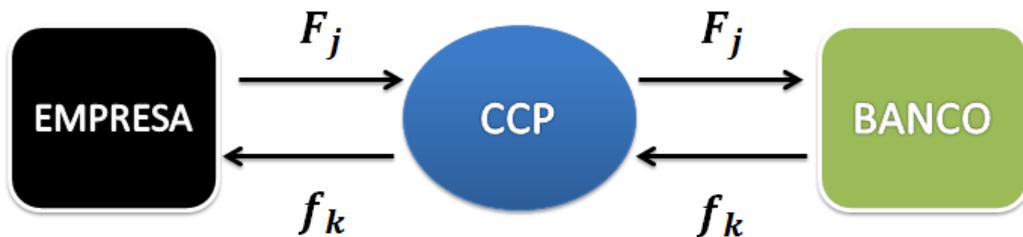


Figura 1.2: El intercambio de tipos se hace a través de un CCP

El banco tiene un suceso inesperado y pierde 1 millón de euros, dinero que debe de pagar a la CCP. En este momento se corre riesgo de que el banco no pueda pagar y se le exige un margen diario que debe entregar a la CCP, en cuyo caso de default será entregado a la empresa.

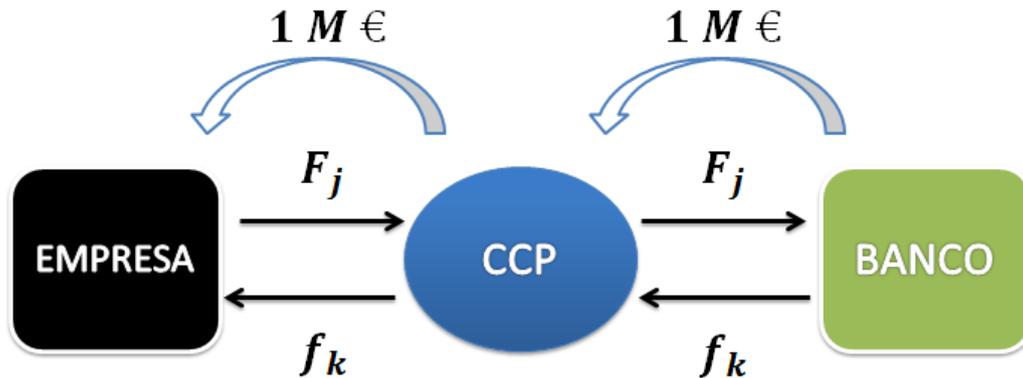


Figura 1.3: El banco entrega un margen que será entregado a la empresa en caso de default del primero.

Como dicho margen ha de entregarse diariamente, se corre el riesgo de que el banco quiebre durante el día (después de pagar hoy y antes de hacerlo mañana) con lo que le reportaría pérdidas a la empresa. Desde el punto de vista del banco la historia es la contraria, este también quiere cubrirse ante la posibilidad de que la empresa quiebre durante el día. En este caso se exige un margen inicial que se entrega a la CCP y que está asegurada a la contraparte que quede viva.

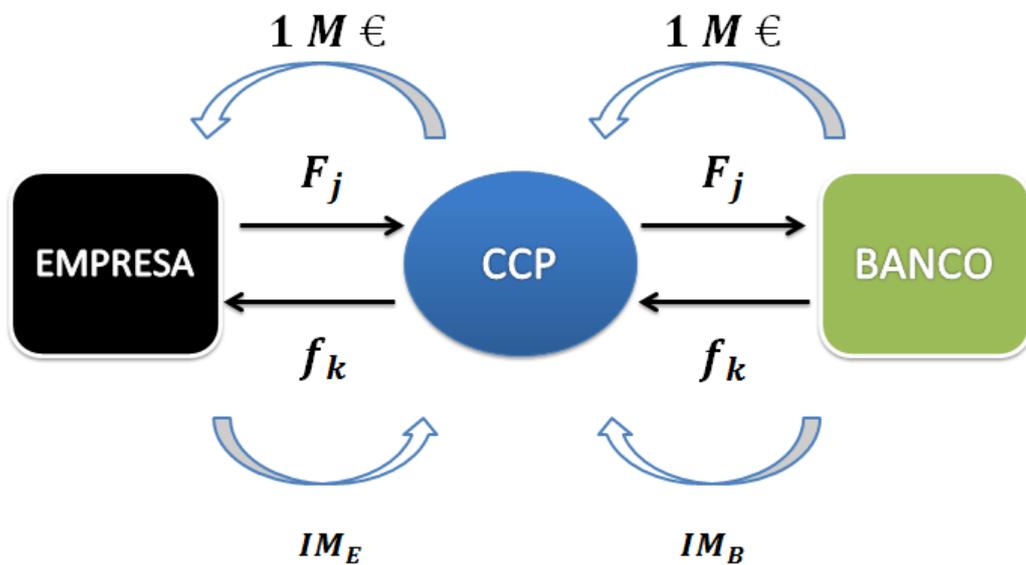


Figura 1.4: Cada parte entrega un margen inicial destinado a cubrir la posible quiebra durante el día.

La diferencia entre el margen que tuvo que poner el banco en el primer caso y el margen inicial es que este último lo ponen los dos.

El margen inicial es uno de los requerimientos que se están convirtiendo en una de las piezas claves a tener en cuenta cuando se quiere valorar un derivado, debido a que los CCPs los están requiriendo a sus miembros. Por otro lado Basilea ha llevado encima de la mesa una propuesta con respecto al margen inicial bilateral entre las contrapartes financieras, mediante la cual se pretende que todos los derivados no compensados entre dichas entidades deberán estar sujetas al requisito de margen inicial para el año 2019.

Las propuestas establecidas por Basilea requieren de un nuevo enfoque en la valoración de los derivados, ahora se deberá tener en cuenta la constitución de garantías, esto está bien estudiado y ha llevado a la gran aceptación de los descuentos OIS para las operaciones entre las contrapartes que son compatibles con un acuerdo de CSA. El desarrollo de precios de los derivados de garantía también se ha ampliado para incluir el riesgo de contraparte.

Por intuición el margen inicial debería ser financiado como en la mayoría de los casos, pero no se permite rehipotecar el margen inicial. Por eso se debe añadir un marco para incluir el costo de financiación del margen inicial. Esto conduce directamente a una valoración del IMVA.

Metodológicamente para calcular el valor del margen inicial para una cartera determinada, normalmente se basa en un enfoque histórico, calculado a través de una simulación Monte Carlo para el cálculo de un Value-at-Risk (VaR) o variantes de este como el Conditional Value-at-Risk (CVaR). Los parámetros de la simulación histórica varían entre CCPs y la diferencia subyace en la duración del periodo de estudio, el intervalo de confianza y el periodo de cierre.

La forma de estimación del IMVA, requerirá un cálculo del margen inicial esperado en función del tiempo y para esto es necesario una estimación mediante métodos Monte Carlo. El enfoque de esta tarea es la fuerza bruta, simulando múltiples escenarios VaR históricos y es aquí donde se centra el motivo de este trabajo, puesto que la valoración del margen inicial mediante métodos Monte Carlo conlleva un gran coste computacional y por este motivo se estudiará la aplicación mediante un enfoque Longstaff-Schwartz, que se explicará más adelante y que aportará un enfoque mucho más eficiente computacionalmente. La regresión se usa para proporcionar una manera rápida de valorar la cartera de derivados. Para aumentar la precisión cuando se consideran grandes shocks del VaR, el espacio usado para generar la regresión tendrá que aumentarse más allá de la que se tendrá en cuenta previamente.

Capítulo 2

Implementación

A continuación se va a describir el proceso que se ha seguido para la realización de este trabajo.

2.1. Descripción de datos

Una de las partes más importantes de la valoración del IMVA es la simulación de escenarios estresados, para ello es necesario tratar con shocks realistas, derivados de escenarios históricos y que tengan un comportamiento que se adapte bien a la realidad que se intenta simular. Estos shocks son aportados por las CCPs y aportan los shocks para distintos tipos.

Para la realización de este trabajo se han utilizado shocks aportados por la London Clearing House (LCH), que comprenden una serie de perturbaciones de los distintos tipos, como EONIA, EURIBOR a 12 meses, etc. Dichos shocks están actualizados a fecha del 13 de Abril de 2015, no se ha considerado importante que los datos estén actualizados a fecha de 2016, pues para lo que se intenta estudiar es indiferente. Los shocks usados han sido los correspondientes a EONIA que aporta shocks para 1875 escenarios para tipos overnight, a 1 semana, 2 semanas, 3 semanas y de 1 a 10 años. Y el tipo de cambio es en Euros.

2.2. Cartera

Para estudiar el margen inicial necesario para la valoración del IMVA, es necesario considerar un acuerdo entre dos partes. En este trabajo se ha elegido utilizar una cartera compuesta por un swap cuyo pago es unitario y mensual y cuyo vencimiento es a 10 años.

Un swap es un contrato por el cual dos partes se comprometen a intercambiar una serie de cantidades de dinero en fechas futuras. El tipo que se tratará en este trabajo será un swap que intercambiará tipos de interés, llamado Interest Rate Swap (IRS).

Puesto que se trata de un compromiso de intercambio de dinero en un futuro, el swap tendrá dos partes, una para cada uno de los contratantes: El compromiso de cobro de dinero a futuro y el compromiso de pago de dinero a futuro.

Puede verse gráficamente en la siguiente imagen.

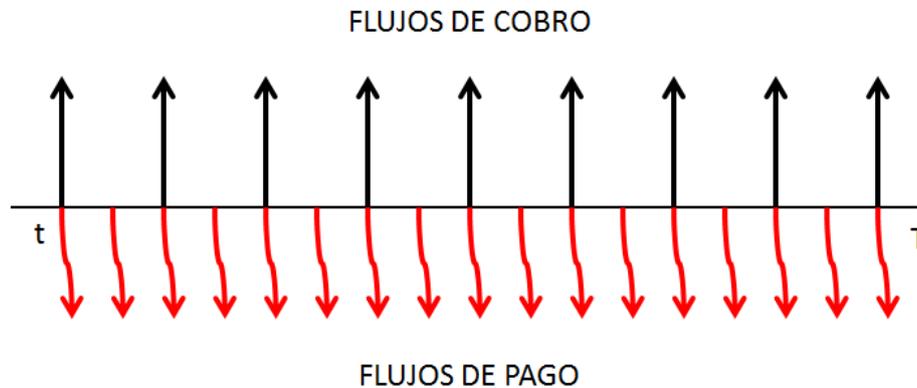


Figura 2.1: El swap está compuesto de un pago variable o flotante (flechas rojas) y un cobro fijo (flejas negras)

Donde se producen para una de las contrapartidas una serie de flujos de cobros y una serie de flujos de pagos desde el momento inicial del contrato ($t = 0$) hasta su vencimiento ($t = T$). Lógicamente, lo que para una de las partes son compromisos de pagos para la otra son compromisos de cobro.

El valor de un swap depende de los ya hablados compromisos futuros de cobro y pago, para hallar el valor se deben de valorar dichos compromisos.

$$VE = \sum_{t=0}^T \varphi(F_t) \quad (2.1)$$

Si el valor del swap es positivo supondrá un compromiso de cobro y si el valor de este es negativo supondrá un compromiso de pago. El valor puede ser positivo, negativo o cero. Si es positivo se supone que a "fecha de hoy" (NPV) la valoración de los compromisos futuros de cobro es mayor que los compromisos futuros de pago.

El NPV de los flujos del swap en el momento de la compra debe ser cero, de manera que la transacción sea justa para ambas partes. Se presentan dos situaciones:

- Cuando el NPV es positivo, deberemos pagar a nuestra contraparte el NPV para entrar en el contrato de swap
- Si el NPV es negativo, nuestra contrapartida, nos pagara el NPV.

El caso interesante son los swaps de tipos de interés. Estos swaps consisten en un intercambio de tipo fijo por otro de tipo variable o viceversa.

Los swaps fijo/variable, se pueden definir como el compromiso por el que una parte paga/recibe un tipo fijo sobre un notional prefijado N_1 y recibe/paga un tipo variable sobre un notional prefijado N_2 . Normalmente $N_1 = N_2 = N$. El notional es la cantidad sobre la que se aplicará el tipo de interés.

Cuando se valora un swap se descompone en sus distintos flujos. Por un lado para el tipo fijo y para el otro para el tipo variable.

Para el tipo fijo, se descompone toda la cadena de pagos y se obtiene el valor económico en cada uno de ellos. Así, sabiendo valorar un único compromiso, se podrá valorar su conjunto. A partir de aquí se le aplicará el correspondiente factor de descuento, que relaciona por arbitraje el valor económico de un compromiso futuro de pago fijo. Teniendo en cuenta este hecho, el valor económico hoy de un único pago cierto a una fecha futura será la agregación de todos los flujos a tipo fijo, esto es:

$$NPV_{fija} = \sum_{t=0}^T FD_t F_t \quad (2.2)$$

donde FD_t es el factor de descuento y el término F_t será el flujo en el momento t , su expresión será:

$$F_t = N \frac{C}{p} \quad (2.3)$$

Donde N será el notional sobre el que se aplica el tipo fijo (C) y p indicará el número de pagos que se realizan durante un año ($p=1$ anual, $p=2$ semestral, $p=4$ trimestral, etc).

Por tanto el valor de la pata fija será.

$$NPV_{fija} = \sum_{t=0}^T FD_t * \left(N \frac{C}{p} \right) \quad (2.4)$$

En el caso en el que se centra este trabajo el factor de descuento sigue el modelo Hull-White. La explicación de este se puede encontrar en un anexo adjunto al texto.

Para el tipo variable se supone que el compromiso de la pata variable es de pago del mismo. El valor de la pata variable vendrá dado por el valor hoy de los intereses que tendrán que pagar al vencimiento del contrato del notional pedido a préstamo.

Los intereses son el valor económico a fecha de vencimiento que tiene el compromiso de poder pagar los tipos futuros. Para hallar el valor actual de un compromiso único a tipo fijo, es decir, se le aplica el factor de descuento a los intereses I .

$$NPV = FD_t I = N(1 - FD_t) \quad (2.5)$$

Por tanto el Valor de un swap en su totalidad vendrá dado por la agregación de valores de los compromisos de las dos partes. Así un swap que que reciba tipo fijo y reciba variable tendrá la siguiente expresión:

$$NPV = \sum_{t=0}^T FD_t \left(N \frac{C}{p} \right) - (1 - FD_T) \quad (2.6)$$

En este trabajo se valorará una cartera compuesta por swaps que harán un intercambio de tipos mensual y que vencerán en 10 años. Puesto que el pago es mensual habra que descomponer la línea temporal en meses, 10 años equivale a 120 meses y la expresión del NPV será:

$$NPV = \sum_{t=0}^{120} FD_t \left(\frac{0,05}{12} \right) - (1 - FD_{120}) \quad (2.7)$$

Con $C=0.05$ y $N=1$.

2.3. Descripción de datos

Un ejemplo de como vienen respresentados los datos aportados por el LCH sobre los shocs es el siguiente.

Currency	Index	Number	ON	1W	2W	3W	1M	2M	...
AUD	BBSW	1	0	1.4114	0	0	8.4066	4.5566	...
AUD	BBSW	2	0.007	0.4634	0	0	6.3569	8.1468	...
...
AUD	BBSW	1875	-55,9581	-61.5167	0	0	-15.0554	-5.7998	...
...
EUR	EONIA	1	0.7098	-0.1916	0.4670	0.1543	-0.5631	-0.8145	...
EUR	EONIA	2	0.9107	0.4784	-0.1105	0.3406	-0.143	-0.4425	...
...
EUR	EONIA	1875	-7.5107	-1.3549	0.5257	1.9603	2.6148	2.2028	...

Donde estos shocks se aplicarán para calcular el tipo estresado de la siguiente manera.

$$r^{estresado} = r \left(1 + \frac{shock}{100} \right) \quad (2.8)$$

Capítulo 3

Metodología

3.1. Cálculo de XVA

A lo largo de estos últimos años se han desarrollado una serie de correcciones al valor del precio de la cartera de derivados, que vienen inspiradas en la necesidad de cubrirse ante los riesgos sobre el producto. Una de las más importantes es el CVA, que se explicó en el capítulo anterior, entre las más importantes aparecen nuevas correcciones como DVA, FVA, CollVA, KVA, etc.

Una de las razones primordiales del cálculo de estas correcciones, es entender la valoración de la cartera de derivados y entender la diferencia entre el precio de la misma y su valor. Por un lado, por precio se entiende el precio de salida, que va en un balance general de la contabilidad, del valor razonable. Por otro lado, se entiende como valor a la cantidad por la que le merece la pena a una institución adquirir dicho producto.

Para abrir el cálculo de los distintos XVA se usará una convención de signos tal que un importe recibido por el emisor será positivo. Así como en otros trabajos se busca encontrar el valor económico de la cartera de derivados, \hat{V} .

Teniendo en cuenta la dinámica que siguen los subyacentes de los derivados que componen la cartera, las expresiones que explican su comportamiento tienen las siguientes expresiones:¹

$$dS = \mu_s S dt + \sigma_S S dW \quad (3.1)$$

$$dP_C = r_C P_C dt - PC dJ_c \quad (3.2)$$

$$dP_i = r_i P_i dt - (1 - R_i) P_i dJ_B \text{ for } i \in \{1, 2\} \quad (3.3)$$

Donde en default del emisor, B, y la contraparte, C, el valor del derivado toma los siguientes valores

$$\hat{V}(t, S, 1, 0) = g_B(M_B, X) \quad (3.4)$$

¹Todos los términos utilizados en este desarrollo matemático aparecerán explicadas en el anexo C

$$\hat{V}(t, S, 0, 1) = g_C(M_C, X) \quad (3.5)$$

Las dos funciones g que aparecen, permiten un grado de flexibilidad en el cálculo al incluirse en el modelo alrededor del valor del derivado después de default, pero con los supuestos habituales de cierre,

$$g_B = (V - X)^+ + R_B(V - X)^- + X \quad (3.6)$$

$$g_C = R_C(V - X)^+ + (V - X)^- + X \quad (3.7)$$

donde $x^+ = \max\{x, 0\}$ y $x^- = \min\{x, 0\}$.

Asumiendo la condición:

$$\hat{V} - X + I + \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2 - \phi K = 0 \quad (3.8)$$

donde se añade ϕK que representa el potencial uso de capital para compensar las necesidades de financiación. De aquí solo uno de los términos corresponde a la publicación del margen inicial de la contrapartida y no hay término correspondiente al margen inicial entregado al emisor, se supone que este margen no puede ser rehipotecado. Por supuesto, en el caso de un PCC en ese margen inicial se ha entregado al emisor, en cualquier caso. El crecimiento de las posiciones de cuenta de efectivo (antes de reequilibrio) son:

$$d\bar{\beta}_S = \delta(\gamma_S - q_S)Sdt \quad (3.9)$$

$$d\bar{\beta}_C = -\alpha_C q_C P_C dt \quad (3.10)$$

$$d\bar{\beta}_X = -r_X X dt \quad (3.11)$$

$$d\bar{\beta}_K = \gamma_K(t)Kdt \quad (3.12)$$

$$d\bar{\beta}_I = r_I I dt \quad (3.13)$$

Donde ahora, una cuenta adicional se incluye para cualquier rentabilidad recibida, en el margen inicial que se ha publicado para la contraparte.

$$d\hat{V} = \frac{\delta\hat{V}}{\delta t} dt + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\delta^2\hat{V}}{\delta S^2} dt + \frac{\delta\hat{V}}{\delta S} dS * \Delta\hat{V}_B dJ_B + \Delta\hat{V}_C dJ_C \quad (3.14)$$

Asumiendo que la cartera, Π , está autofinanciada, el cambio en el valor es

$$d\Pi = \delta dS + \delta(\gamma - q_S)Sdt + \alpha_1 dP_1 + \alpha_2 dP_2 + \alpha_C dP_C - \alpha_C q_C dt - r_X X dt - \gamma_K K dt + r_I I dt \quad (3.15)$$

De la suma de la cartera y de su cartera replica:

$$\begin{aligned}
 d\hat{V} + d\Pi = & \left[\frac{\delta\hat{V}}{\delta t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\delta^2\hat{V}}{\delta S^2} + \delta(\gamma_S - q_S)S \right. \\
 & + \alpha_1 r_1 P_1 + \alpha_2 r_2 P_2 + \alpha_C r_C P_C - \alpha_C q_C P_C - r_X X - \gamma_K K + r_i I \Big] dt \\
 & + \sigma_h dJ_B + \left[\delta + \frac{\delta\hat{V}}{\delta S} \right] dS + \left[g_C - \hat{V} - \alpha_C P_C \right] dJ_C.
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

donde

$$\epsilon_H = \left[\Delta\hat{V}_B - (P - P_D) \right] = g_B - X + P_D - \phi K \tag{3.17}$$

Es el error de cobertura en default del emisor.

Asumiendo la réplica de la cartera por cobertura, siempre que el emisor no esté en default.

$$d\hat{V} + d\Pi = 0 \tag{3.18}$$

Para eliminar las fuentes de riesgo.

$$\delta = -\frac{\delta\hat{V}}{\delta S} \tag{3.19}$$

$$\alpha_C P_C = g_C - \hat{V} \tag{3.20}$$

Y esto conduce a la PDE

$$\begin{aligned}
 0 = & \frac{\delta\hat{V}}{\delta t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\delta^2\hat{V}}{\delta S^2} - (\gamma_S - q_S)S \frac{\delta\hat{V}}{\delta S} - (r + \lambda_B + \lambda_C)\hat{V} \\
 & g_C \lambda_c + g_B \lambda_B + \epsilon_h \lambda_B - S_X X - \gamma_K K + r\phi K + s_I I \\
 & \hat{V}(T, S) = H(S)
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

donde la ecuación de valoración del bono (3.1) ha sido usada junto al rendimiento del bono, $r_i = r + (1 - R_i)\lambda_B$ y la definición de ϵ_h en la ecuación (3.1) para obtener el resultado.

$$\alpha_1 r_1 P_1 + \alpha_2 r_2 P_2 = rX - rI - (r + \lambda_B)\hat{V} - \lambda_B(\epsilon_h - g_B) + r\phi K \tag{3.22}$$

El valor de la cartera, \hat{V} , es la suma de los valores de los derivados libres de riesgo, V y un valor de ajuste U (valuation adjustment) y sabiendo que V satisface la ecuación PDE de Black-Scholes:

$$\begin{aligned} \frac{\delta V}{\delta t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\delta^2 V}{\delta S^2} - (\gamma_S - q_S)S \frac{\delta V}{\delta S} - rV &= 0 \\ V(T, S) &= 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

dada la PDE para la valoración de U

$$\begin{aligned} \frac{\delta U}{\delta t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\delta^2 U}{\delta S^2} - (\gamma_S - q_S)S \frac{\delta U}{\delta S} - (r + \lambda_B + \lambda_C)U \\ V\lambda_C - g_C\lambda_C + V\lambda_B - g_B\lambda_B + \epsilon_h\lambda_B + s_X X - S_I I + \gamma_K K - r\phi K \\ U(T, S) &= 0 \end{aligned} \quad (3.24)$$

y aplicando el teorema de Feynman-Kac:

$$U = CVA + DVA + FCA + CollVA + KVA \quad (3.25)$$

donde:

$$CVA = - \int_t^T \lambda_C(u) e^{-\int_t^u (r(s) + \lambda_B(s) + \lambda_C(s)) ds} \mathbf{E}_t[V(u) - g_C(V(u), X(u))] du \quad (3.26)$$

$$DVA = - \int_t^T \lambda_B(u) e^{-\int_t^u (r(s) + \lambda_B(s) + \lambda_C(s)) ds} \mathbf{E}_t[V(u) - g_B(B(u), X(u))] du \quad (3.27)$$

$$FCA = - \int_t^T \lambda_B e^{-\int_t^s (r(s) + \lambda_B(s) + \lambda_C(s)) ds} \mathbf{E}_t[\epsilon_{h_0}(u)] du \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} CollVA &= - \int_t^T S_X(u) e^{-\int_t^s (r(s) + \lambda_B(s) + \lambda_C(s)) ds} \mathbf{E}_t[X(u)] du \\ &= + \int_t^T S_I(u) e^{-\int_t^s (r(s) + \lambda_B(s) + \lambda_C(s)) ds} x \mathbf{E}_t[I(u)] du \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$KVA = - \int_t^T e^{-\int_t^s (r(s) + \lambda_B(s) + \lambda_C(s)) ds} \mathbf{E}_t[(\gamma_K(u) - r(u)\phi)K(u) + \lambda_B\epsilon_{h_k}(u)] du \quad (3.30)$$

3.2. Cálculo de IMVA

Para añadir el margen inicial junto con los CVA, FVA y KVA,

Puede observarse como el termino CollVA contiene un ajuste para el margen inicial. Sin embargo esto desaparecerá si la tasa recibida en el margen inicial es igual a la tasa libre de riesgo. De hecho el término de FCA contiene los costes de financiación del margen.

Si se considera el caso de una serie de cierres con una estrategia de financiación. En este caso hay dos bonos emitidos, un bono de cupón cero, P1, que se usa para financiar el ajuste en la valoración y un bono con la tasa $R_2 = R_B$ con un ratio de cobertura dado por la ecuación de financiación de bonos. Por tanto,

$$\alpha_1 P_1 = -U \quad (3.31)$$

$$\alpha_2 P_2 = -(V - \phi K - X + I) \quad (3.32)$$

El error de cobertura, ϵ_h , viene dado por

$$\begin{aligned} \epsilon &= g_B + I - X - \phi K + R_B \alpha_2 P_2 \\ &(1 - R_B)[(V - X)^+ - \phi K + I] \end{aligned} \quad (3.33)$$

Por tanto podemos obtener,

$$U = CVA + DVA + FCA + CollVA + KVA + IMVA \quad (3.34)$$

donde

$$CVA = -(1 - R_C) \int_t^T \lambda_C(u) e^{-\int_t^u (r(s) + \lambda_B(s) + \lambda_C(s)) ds} \mathbf{E}_t[(V(u))^+] du \quad (3.35)$$

$$DVA = -(1 - R_B) \int_t^T \lambda_C(u) e^{-\int_t^u (r(s) + \lambda_B(s) + \lambda_C(s)) ds} \mathbf{E}_t[(V(u))^-] du \quad (3.36)$$

$$FCA = -(1 - R_B) \int_t^T \lambda_C(u) e^{-\int_t^u (r(s) + \lambda_B(s) + \lambda_C(s)) ds} \mathbf{E}_t[(V(u))^+] du \quad (3.37)$$

$$CollVA = - \int_t^T e^{-\int_t^u (r(s) + \lambda_B(s) + \lambda_C(s)) ds} \mathbf{E}_t[X(u)] du \quad (3.38)$$

$$KVA = - \int_t^T e^{-\int_t^u (r(s) + \lambda_B(s) + \lambda_C(s)) ds} \mathbb{E}_t[K(u)(\gamma_K(u) - r_B(u)\phi)] du \quad (3.39)$$

$$IMVA = - \int_t^T ((1 - R_B)\lambda_B(u) - S_I(u)) e^{-\int_t^u (r(s) + \lambda_B(s) + \lambda_C(s)) ds} \mathbb{E}_t[I(u)] du \quad (3.40)$$

Como se esperaba, el IMVA toma la forma de una integral sobre el perfil del margen inicial esperado. En esta expresión se ha agrupado el cambio con el término CollVA con IMVA ya que ambos están determinados por una integral sobre el perfil inicial del margen.

3.3. Longstaff-Schwarz

A la hora de llevar a cabo la regresión para calcular el percentil necesario para el cálculo del VaR que se necesita en las expresiones de CVA e IMVA, aparece un problema muy importante y este es un problema computacional. Supóngase que para la simulación Monte Carlo se generan del orden de 10^3 escenarios diferentes, para cada uno de los cuales se simulan del orden de 10^2 fechas de simulación. En cada una de estas fechas se generan del orden de 10^3 escenarios estresados y que para cada uno de los escenarios se pretende valorar del orden de 10^4 deals,

$$10^3 * 10^2 * 10^2 * 10^4 = 10^{12} \quad (3.41)$$

Habría que calcular del orden de 10^{12} operaciones, esto es muy pesado computacionalmente.

El método Longstaff-shwartz pretende mitigar este problema, ha sido usado en la valoración de derivados exóticos, como opciones Bermudas, etc. El fundamento es el siguiente.

Supóngase una opción V con subyacente X. Dicho derivado consiste en una función de pagos y un conjunto de fechas de ejercicio t_1, t_2, \dots, t_M . En cada fecha de ejercicio, la opción puede o recibir un pago o esperar hasta la próxima fecha de ejercicio, momento en el que se tendrá la misma opción de elección. En la fecha de vencimiento la opción expira o vale menos. El problema es encontrar una regla de detección, que diga cuándo se debe ejercer. Tal norma de parada puede encontrarse si se es capaz de encontrar la expectativa del valor de la opción en el paso t_{i+1} condicional en el valor del subyacente en el tiempo t.

$$\mathbb{E}[V(X_{i+1}|X_i)] \quad (3.42)$$

La idea principal del método de regresión es aproximar esta esperanza condicional a cada paso de tiempo usando un conjunto de $R + 1$ funciones $\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_R$

$$\mathbb{E}[V(X_{i+1}|X_i)] \approx \sum_{r=0}^R \beta_{i,r} \phi_r(X_i) \quad (3.43)$$

El método consiste en minimizar el valor esperado del error cuadrático y calcular los coeficientes $\beta_{i,r}$.

$$\mathbb{E} \left[\left(\mathbb{E}[V(X_{i+1})|X_i] - \sum_{r=0}^R \beta_{i,r} \phi_r(X_i) \right)^2 \right] \quad (3.44)$$

donde si el resultado es cero. Se obtiene:

$$\mathbb{E}[\mathbb{E}[V(X_{i+1})|X_i] \phi_r(X_i)] = \sum_{r=0}^R \beta_r \mathbb{E}[\phi_r(X_i) \phi_S(X_i)] \quad (3.45)$$

Que en notación matricial tiene la forma,

$$(M_{\phi\phi})_{r,s} = \mathbb{E}[\phi_r(X_i) \phi_S(X_i)] \quad (3.46)$$

y

$$(M_{V\phi})_r = \mathbb{E}[\mathbb{E}[V(X_{i+1}) \phi_r(X_i)|X_i]] \quad (3.47)$$

usando la regla de Tower,

$$(M_{V\phi})_r = \mathbb{E}[V(X_{i+1}) \phi_r(X_i)] \quad (3.48)$$

e invirtiendo,

$$\beta = M_{\phi\phi}^{-1} M_{V\phi} \quad (3.49)$$

Con el fin de encontrar estos coeficientes, se lleva a cabo una simulación Monte Carlo del subyacente. Se generan N caminos

$$(\hat{M}_{V\phi})_r = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N V(X_{i+1}^{(n)}) \phi_r(X_i^{(n)}) \quad (3.50)$$

$$(\hat{M}_{\phi\phi})_{r,s} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N \phi_s(X_i^{(n)}) \phi_r(X_i^{(n)}) \quad (3.51)$$

Con estas aproximaciones, se pretende estimar las $\hat{\beta}_i$ mediante una regresión por mínimos cuadrados. Una vez obtenidas se podría generar el valor del derivado. No obstante, si se usan los mismos caminos utilizados para la regresión para la estimación, esto daría valores con un sesgo muy alto. Con el fin de disminuir a un sesgo bajo se utilizará un nuevo conjunto de caminos.

3.3.1. Modelo de regresión

A diferencia del ejemplo del apartado anterior, en este trabajo se pretende simular los NPVs de un swap, del cual existe un flujo de dinero periódico. Los pasos para la realización de la regresión serán muy parecidos. Específicamente el proceso que se seguirá, será el siguiente:

- Se generan N caminos para 120 fechas de simulación de tipos de interés, calculados siguiendo un modelo Hull-White.
- Para cada camino, en cada fecha se calculan los factores de descuentos que existirán desde la fecha de simulación hasta vencimiento (Nota: Para cada camino tendremos 120 fechas de simulación con 120 factores de descuento cada una).

En esta parte es necesario diferenciar dos secciones puesto que a partir de aquí se deriva en dos direcciones bastante distintas, una que estará destinada al cálculo del CVA y otra que estará destinada al cálculo del IMVA.

A diferencia del escenario base, que se obtiene aplicando la formulación derivada del modelo de Hull-White, para el escenario estresado hay que hacer una variación.

- Antes del cálculo de los factores de descuento se va a generar una malla de tiempo. La explicación de la malla será explicada en un anexo y su uso vendrá justificado por las fechas de aplicación de los shocks proporcionados por LCH.
- Para cada fila de la malla de tiempo creada se calculan los factores de descuento. Se genera entonces, un vector de factores para cada fecha de simulación, que tiene 28 elementos.
- Se estresan los factores de descuento, de la siguiente forma. Considerando:

$$FD_{i,t} \approx e^{-f_t \Delta t_i} \quad (3.52)$$

Para todo t que va desde el primer elemento de cada fila de la matriz de tiempo hasta el último valor de dicha fila, un total de 27 elementos. Se despeja f_t

$$f_t = -\frac{1}{\Delta t_i} * \log(FD_{i,t}) \quad (3.53)$$

Ahora se calcula $f_t^{estresado}$ de la siguiente manera:

$$f_t^{estresado} = f_t \left(1 + \frac{shock}{100} \right) \quad (3.54)$$

Entonces los factores de descuento para estas fechas son los siguientes

$$FD_{i,t}^{estresado} = e^{-f_t^{estresado} \Delta t_i} \quad (3.55)$$

- El problema de calcular los factores de descuento de esta manera es que son necesarios 120 fechas de valoración mínimo, una de las soluciones posibles es hacer una interpolación exponencial con los factores de descuento.

$$FD_{i,t} = ae^{-bt} \quad (3.56)$$

donde t va desde el instante de simulación hasta la fecha de vencimiento.

- Se generan 120 factores de descuento para cada una de las fechas de simulación.
- Se calcula el valor del NPV del swap para cada una de las fechas de simulación.
- Calculamos el tipo swap a 1, 2 y 5 años para el escenario base y para el escenario ácido.
- Hacemos una regresión por MCO de los NPV_t para cada uno de los caminos, tanto del escenario base como ácido con respecto a sus respectivos tipos swap.
- Hecho esto se tendrán las betas correspondientes por cada uno de las fechas de simulación y cada escenario, $\beta_{t,n}^{base}$ y $\beta_{t,n}^{estresado}$.

Después de realizar este proceso se debe trabajar dos procesos diferentes en paralelo, uno para el cálculo del CVA y otro para el cálculo del IMVA.

3.3.2. Cálculo de CVA

Una vez se tienen los coeficientes de regresión $\beta_{i,t}$ del escenario sin estresar, se sigue el siguiente proceso para el cálculo de CVA.

- Se simulan N_2 nuevos escenarios, donde se tendrá en cuenta que $N_1 < N_2$.
- Se generan N_2 nuevos tipos swap.
- Se simulan los NPV_t .
- Para cada camino se calcula el CVA, teniendo en cuenta que

$$CVA_t^{(n)} = FD(t, T_i)(1 - R)v^+(\overrightarrow{R_t^{(n)}})\Delta P_t \quad (3.57)$$

donde $v^+(\overrightarrow{R_t^{(n)}})$ es el NPV^+ en cada instante para cada camino y ΔP_i es la diferencia de probabilidad de default que sigue una distribución exponencial $P_i = e^{-\lambda t_i}$. Y el CVA para cada camino será.

$$CVA^{(n)} = \sum_{i=1}^T CVA_i^{(n)} \quad (3.58)$$

- Se calcula el CVA, que se obtiene a fecha actual, como la media de todos los $CVA^{(n)}$

$$CVA = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N_2} CVA^{(n)} \quad (3.59)$$

3.3.3. Cálculo de IMVA

El cálculo del IMVA dista un poco del cálculo del CVA, el proceso no es el mismo pues aquí se debe hacer un procedimiento algo más complejo.

- Se generan N_2 nuevos tipos de interes, por el modelo Hull-White.
La complejidad viene a continuación.
- Para cada fecha, se deberá de calcular la curva de factores de descuento para cada escenario estresado, como se hizo en los pasos previos a la regresión, en este caso se deberá usar la malla que se configuró previamente.
- Una vez se tienen dichos factores de descuento se generan los tipos swap, para poder construir los NPV.
- Se calculará el NPV del swap para cada uno de los N escenarios estresados.
- Se calcula el percentil 99 % de todos los NPV_t de cada una de las fechas de simulación para cada camino. Obteniendo así el margen inicial, IM_n .
- Se calcula con el margen inicial el IMVA.

$$IMVA = s_F \sum_{i=1}^{N_2} FD(t_i, T) IM_i \sqrt{10} \Delta T_i \quad (3.60)$$

Capítulo 4

Resultados

Se ha llevado a cabo una prueba para comprobar el sistema de valoración descrito en el texto, para ello se han usado los siguientes valores para producir los datos necesarios para conseguirlo.

- $r_0 = 0,05$
- $a = 1 \%$
- $\sigma = 1,5 \%$
- $N_1 = 1875$
- $N_2 = 10000$

Los resultados obtenidos son los siguientes:

4.1. NPV vs NPV simulada

Una vez realizada la regresión con los tipos swaps y una vez que se han simulado los nuevos NPVs, es de esperar que los resultados obtenidos en la segunda parte sean muy parecidos que en los de la primera. Es interesante comprobar que esto se cumple. Para ello se han representado los comportamientos de los NPVs para cada camino en los casos ante y post-regresión.

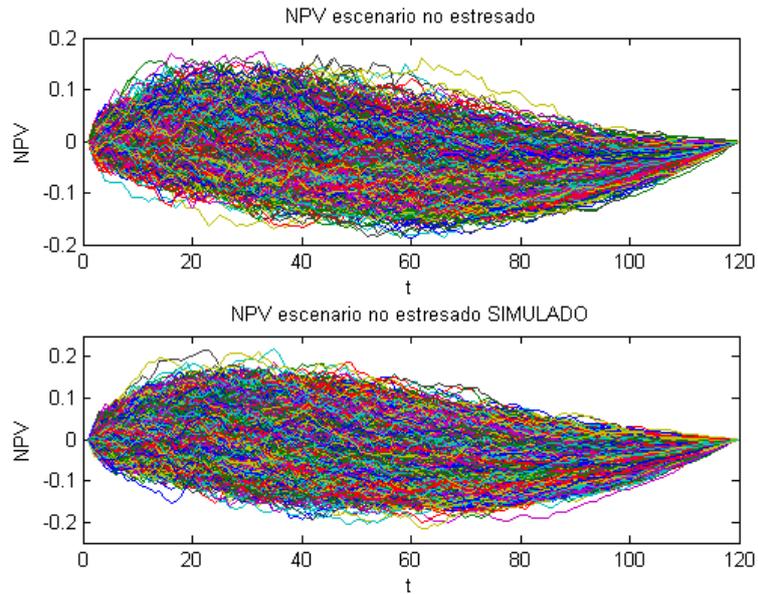


Figura 4.1: Comportamiento de las NPV calculada y simulada, respectivamente, en el caso de escenario base.

Puede observarse como el comportamiento es el esperado, los caminos simulados están comprendidos entre el mismo rango de valores de NPV además tener el valor inicial y final 0. Además muestra como la regresión ha funcionado para construir un nuevo set de caminos que se comporten de la misma manera que en el caso calculado.

4.2. CVA

Con los caminos obtenidos en el apartado anterior, se ha simulado el CVA. Dicho valor es calculado a fecha actual $t = 0$, y depende de los valores que pueda tomar el NPV en el futuro. En la siguiente gráfica se muestra los valores que deberían de pagarse.

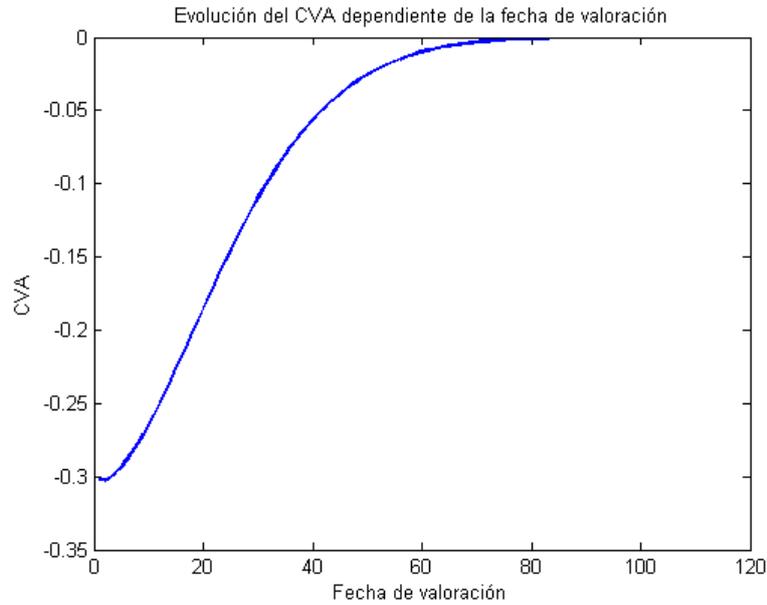


Figura 4.2: Valor que deberá sumarse al precio del NPV que representa el costo del CVA.

Notese que en la anterior imagen el CVA aparece con valores negativos, representando un pago a realizar. Otra cosa a tener en cuenta es que esta representación temporal está calculada para $t=0$, e intenta representar como el CVA va perdiendo valor conforme se acerca la fecha de vencimiento. A fecha de hoy el valor que interesa es el primero, que indica un valor de CVA de 0.3029.

El CVA afecta directamente al precio que se ha de pagar por un derivado, en este caso será un monto que habrá que añadir al NPV, si se representa con respecto al tiempo, sumando la gráfica anterior a un valor medio de los NPV simulado:

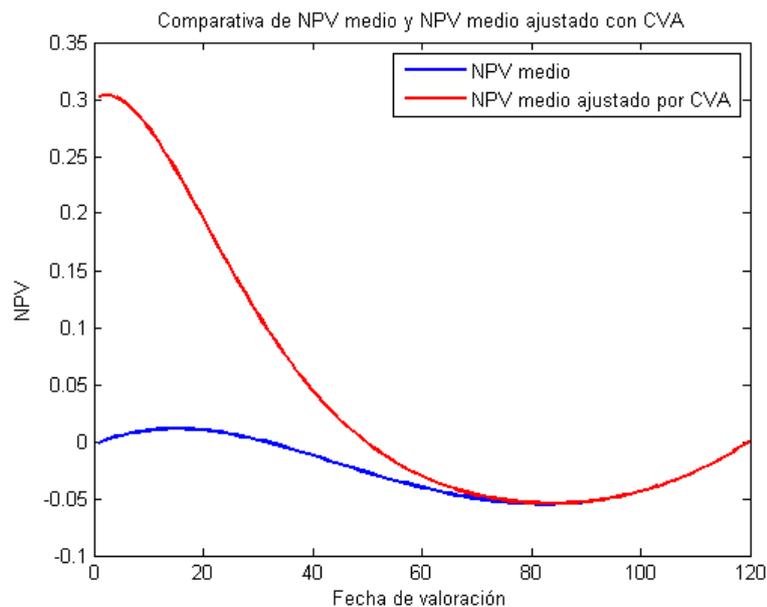


Figura 4.3: Comparativa del valor del NPV medio con el NPV ajustado por CVA.

Puede observarse como el valor del NPV se ve afectado por el monto que hay que pagar por CVA, este valor va repercutiendo cada vez menos conforme se aproxima la fecha de vencimiento. Anotar, que como en la gráfica anterior, este gráfico pretende ser orientativo, puesto que está calculado a fecha $t=0$. Los valores que son importantes a esta fecha son los del valor actual.

Según esto el valor del NPV corregido por CVA será de:

$$NPV = NPV_t - CVA \quad (4.1)$$

Donde en este caso ($t=0$), $NPV = -0,3029$. Sería el valor que habría de pagar.

4.3. IMVA

El hecho interesante del trabajo es el calculo de este VA, los resultados obtenidos han sido recogidos para los mismo caminos que en el caso anterior y los mismos tipos de interes. Los resultados son los siguientes:

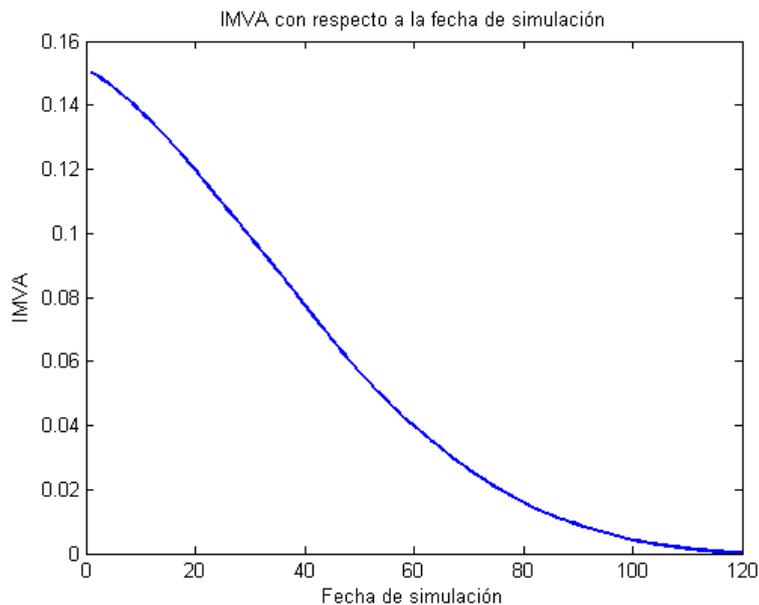


Figura 4.4: Valor del IMVA dependiendo de la fecha de simulación.

Al igual que en el caso del CVA el gráfico está calculado para distintas fechas de simulación, es remarcable como el valor disminuye conforme se acerca la fecha de simulación. El valor relevante a fecha $t=0$ será $IMVA=0.1501$, que será el valor a tener en cuenta para el precio del NPV.

Si se representa el valor del NPV medio comparandolo con el valor corregido por CVA y el valor corregido por CVA e IMVA,

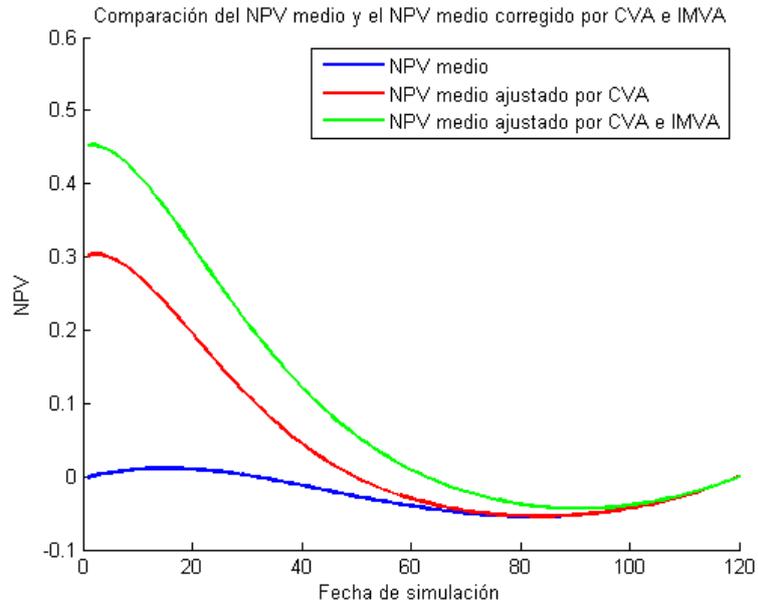


Figura 4.5: Comparativa del valor del NPV medio con el NPV ajustado por CVA en valor absoluto y el ajustado por CVA e IMVA en valor absoluto.

El valor del NPV en este caso será:

$$NPV = NPV_t - CVA - IMVA \quad (4.2)$$

Donde en el caso en el que se está valorando el NPV ($t=0$), $NPV = -0.3029 - 0.1501 = -0.4530$.

Capítulo 5

Conclusiones

Puede observarse como tanto los valores del CVA y del IMVA decrecerían conforme se acerca la fecha de vencimiento, esto es debido a que el número de pagos que se han de realizar también disminuye con el tiempo y esto hace que la pérdida sea menor y el valor para cubrirla también lo sea. Así mismo también se observa como el valor del CVA tiende a 0 antes de llegar a la fecha de vencimiento, al contrario que el IMVA el cual tiende a cero mucho más despacio, llegando a este en la fecha de vencimiento. Esto se debe a que el margen inicial existirá mientras que existan pagos futuros, sin embargo la probabilidad de default se vuelve menos importante cuanto menos pagos queden. Cabe destacar que en ejemplo propuesto para el desarrollo del método, el valor del NPV corregido a inicio, suponiendo que $NPV_0 = 0$ será la suma del CVA y del IMVA.

$$NPV = NPV_0 - CVA - IMVA = -0,4530 \quad (5.1)$$

Cabe observar como estas herramientas disminuyen el precio del derivado, y como se diferencia entre el precio que matemáticamente se obtiene y el valor de la misma, teniendo en cuenta los riesgos que conlleva la posibilidad de default de la contraparte.

Con respecto a las bondades del método de Longstaff-Swartz, en el cálculo el CVA se ha orientado como una alternativa al método normal que sería calcularlo sobre las rentabilidades iniciales. Este método no es lo suficiente relevante cuando se trata de pocos caminos y contratos, sin embargo si que toma una alta relevancia cuando se están tratando millones de contratos y muchos más caminos. Esto hace que no se tengan que valorar los millones de contratos individualmente para calcular el NPV de la cartera si no que se calcule el mismo simulandolo, lo que ahorraría mucho trabajo computacional y horas de espera para obtener el resultado.

Para el IMVA se presenta como manera muy eficiente de calcularlo. Ya con una cartera compuesta por un solo swap aparece una clara ventaja, puesto que es imposible computacionalmente y con el procesador con el que se ha realizado el trabajo (2.40 GHz) hacerlo de otra manera. Una cartera compuesta por millones de derivados, sería físicamente imposible obtener ningún resultado, mientras que mediante la simulación por Longstaff-Swartz si que sería posible, ya que se estaría

sustituyendo el cálculo de más de tres ordenes de magnitud de operaciones por analizar los resultados de una función, esto aporta claramente una ventaja sobre los métodos que tuviesen que considerar los escenarios estresados para cada fecha de simulación y cada camino.

Bibliografía

- [1] Adrian Blundell-Wignall and Paul Atkinson, 2010, *Thinking beyond basel III: Necessary solutions for capital and liquidity*, OECD Journal: Financial Market Trends, Volume 2010-Issue 1.
- [2] Andrew Green, 2015 *KVA and MVA: Capital Valuation Adjustment and Margin Valuation Adjustment, Heal of CVA/FVA Quantitative*, Research Lloyds Banks.
- [3] Andrew Green and Chris Kenyon, 2015 *MVA: Initial Margin Valuation Adjustment by Replicatoin and Regression*.
- [4] Basel Committee on Banking Supervision, 2015 *Margin requirements for non-centrally cleared derivatives*, Bank for international settlements, OICV-IOSCO.
- [5] Elena Rodríguez de Codes Elorriaga, *Las nuevas medidas de basilea III en materia de capital*. Banco de España.
- [6] Emmanuell Clément, Damien Lambertson and Philip Protter, 2001 *An analysis of the Longstaff-Schwartz algorithm for American option pricing*, AMS Classification: 90A09, 93E20, 60G40.
- [7] Howard Thom and Wolfson College, 2009 *Longstaff Schwartz Pricing of Bermudan Options and their Greeks*, University of Oxford Institute for Mathematical Finance.
- [8] Ignacio Ruiz, 2015 *A Complete XVA VAluation Framework. Why the "Law of One Price" is dead*, iRuiz consulting.
- [9] ISDA, 2013 *Standard Initial Margin Model for Non-Cleared Derivatives*, International Swaps and Derivatives association. Inc.
- [10] M.Aichinger & C. Kletzmayer, 2009 *Longstaff Schwartz Revisited: A Least Squares Approach for Valuating Bermudan Multi-Factor Interest Rate Derivatives*, IMCC/MathConsult.
- [11] Paul Glasserman and Bin Yu, *Simulation for American Options: Regression Now or Regression Later?* Columbia University, Graduate School of Business, New York, NY 10027.
- [12] William Gustafsson, 2015 *Evaluating the Longstaff-Schwartz method for pricing of American options* Bachelor's Programme in Mathematics, Uppsala University.

- [13] <http://www.investopedia.com/ask/answers/043015/what-difference-between-tier1-capital-and-tier-2-capital.asp>.
- [14] <http://www.investopedia.com/terms/t/tier2capital.asp>.
- [15] https://en.wikipedia.org/wiki/Basel_II#Capital_requirements.
- [16] <http://www.numerix.com/introduction-margin-valuation-adjustment-newcomer-xva-party>.

Capítulo 6

Anexo A: Desarrollo matemático

6.1. Tipos de interes Hull-White

Partiendo de la ecuación diferencial estocástica que define el modelo Hull-White:

$$dr(t) = (\theta(t) - ar(t))dt + \sigma dW(t) \quad (6.1)$$

puede observarse que la estructura de $r(t)$ se comporta como una distribución normal:

$$r_t \sim N(\mu_t, \sigma_t) \quad (6.2)$$

donde μ es la media de la distribución y σ la varianza en cada momento. A su vez, se puede intentar sacar estos valores de la ecuación diferencial. Desarrollando:

$$r_t = r_{t_0}e^{-a(t-t_0)} + \int_{t_0}^t e^{-a(t-u)}\theta_u du + \sigma \int_{t_0}^t e^{-a(t-u)} dW_u \quad (6.3)$$

Donde, haciendo un inciso, la expresión de θ_u es:

$$\theta(t) = \frac{\delta f(0, t)}{\delta t} + af(0, t) + \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2at}) \quad (6.4)$$

Tomando como

$$f(t_0, t) = e^{-r_{t_0}(t-t_0)} \quad (6.5)$$

entonces

$$f(0, t) = e^{-r_0(t-t_0)} \quad (6.6)$$

$$\frac{\delta f(t_0, t)}{\delta t} = -r_{t_0} e^{-r_{t_0}(t-t_0)} \quad (6.7)$$

$$\frac{\delta f(0, t)}{\delta t} = -r_0 e^{-r_0 t} \quad (6.8)$$

donde si se juntan todos estos términos:

$$\theta(t) = -r_0 e^{-r_0 t} + a e^{-r_0 t} \frac{\sigma^2}{2a} (1 - e^{-2at}) \quad (6.9)$$

quedando la expresión,

$$\theta(t) = (a - r_0) e^{-r_0 t} + \frac{\sigma^2}{2a} (1 - e^{-2at}) \quad (6.10)$$

que en función de u,

$$\theta_u = (a - r_0) e^{-r_0 u} + \frac{\sigma^2}{2a} (1 - e^{-2au}) \quad (6.11)$$

Volviendo a la linea principal, para sacar la media se va a realizar el calculo de la esperanza de la expresión:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[r_t] &= \mathbb{E} \left[r_{t_0} e^{-a(t-t_0)} \right] + \int_{t_0}^t \mathbb{E} \left[e^{-a(t-u)} \theta_u \right] du + \mathbb{E} \left[\sigma \int_{t_0}^t e^{-a(t-u)} \right] dW_u \\ &= r_{t_0} e^{-a(t-t_0)} + \int_{t_0}^t e^{-a(t-u)} \theta_u du \end{aligned} \quad (6.12)$$

Si se desarrolla por separado $I = \int_{t_0}^t e^{-a(t-u)} \theta_u du$,

$$\begin{aligned} I &= \int_{t_0}^t e^{-a(t-u)} \left((a - r_0) e^{-r_0 u} + \frac{\sigma^2}{2a} (1 - e^{-2au}) \right) du \\ &= \int_{t_0}^t (a - r_0) e^{(a-r_0)u - at} du + \frac{\sigma^2}{2a} \int_{t_0}^t (e^{-a(t-u)} - e^{-at-au}) du \\ &= e^{(a-r_0)u - at} \Big|_{t_0}^t + \frac{\sigma^2}{2a} (e^{-a(t-u)} + e^{-a(t+u)}) \Big|_{t_0}^t \\ &= e^{-r_0 t} - e^{-a(t-t_0) - r_0 t_0} + \frac{\sigma^2}{2a} (1 + e^{-2at} - e^{-a(t-t_0)} - e^{-a(t+t_0)}) \end{aligned} \quad (6.13)$$

Y por tanto,

$$\mathbb{E}[r(t)] = e^{-r_0 t} (1 - e^{-a(t-t_0)}) + \frac{\sigma^2}{2a} (1 + e^{-2at} - e^{-a(t-t_0)} - e^{-a(t+t_0)}) \quad (6.14)$$

Y por otro lado la varianza

$$\mathbb{V}[r(t)] = \mathbb{V}[r_{t_0}e^{-a(t-t_0)}] + \mathbb{V}\left[\int_{t_0}^t e^{(t-u)\theta_u}\right] + \mathbb{V}\left[\sigma \int_{t_0}^t e^{-a(t-u)}dW_u\right] \quad (6.15)$$

Los dos primeros terminos son cero, puesto que la varianza de un termino que es constante para cada instante es nula. Y el termino que queda será la varianza de $r(t)$

$$\mathbb{V}[r(t)] = \sigma^2 \int_{t_0}^t e^{-2a(t-u)}du = \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2a(t-t_0)}) \quad (6.16)$$

Por lo que

$$r(t) \sim N(\mathbb{E}[r(t)], \mathbb{V}[r(t)]) \quad (6.17)$$

6.2. Factor de descuento

De la ecuación de θ_t que se ha visto en el apartado anterior donde $f(0, t) = P_M(0, t)$ representa el precio de mercado en $t=0$, de un bono cupón cero unitario amortizable en t . En este caso, la función de descuento que se deriva del modelo es

$$v(r(t), t, T) = e^{A(t,T)-r(t)*B(t,T)} \quad (6.18)$$

por lo que el modelo de Hull y White, al igual que el de Ho y Lee, caen dentro del grupo de modelos afines. En particular, las funciones $A(t,T)$ y $B(t,T)$ son las siguientes.

$$A(t, T) = \log\left(\frac{P_M(0, T)}{P_M(0, t)}\right) - B(t, T) \frac{\delta \log(P_M(0, t))}{\delta t} - \frac{\sigma^2}{4a^3}(e^{-aT} - e^{-at})(e^{2at} - 1) \quad (6.19)$$

$$B(t, T) = \frac{1}{a}(1 - e^{-a(T-t)}) \quad (6.20)$$

Capítulo 7

Anexo B: Desarrollo computacional

7.1. Malla de tiempo para el escenario estresado

Puesto que se debe estresar cada escenario como se ha descrito previamente, para facilidad computacional se va a generar una matriz que incluya todas las fechas de simulación con el diferencial de tiempo al que se aplica el shock. Los shocks que hay que aplicar, vienen para las siguientes fechas, (fechas a las que en este trabajo les llamamos diferenciales de tiempo), 1 día (Overnight), 1 semana, 2 semanas, 3 semanas, desde 1 a 12 meses, 15 meses, 18 meses, 21 meses, desde 2 a 10 años.

Por otro lado las fechas de simulación son mensuales. Para cada fecha de simulación habrá que sumarle este diferencial a dicha fecha. Así si la primera fecha de simulación es un mes, al primer escenario de valoración para el factor de descuento habrá que aplicarle la fecha del shock, a un mes y un día, para la segunda fecha y el primer escenario se tendrá, dos meses y un día y así sucesivamente. Para el segundo escenario y la primera fecha de simulación tendremos un mes y una semana, para el segundo escenario y la segunda fecha, dos meses y una semana y así sucesivamente, de esta manera se obtendrá la siguiente matriz de tiempo, a la que se le calcularán los factores de descuento para todas las fechas que aparecen en cada fila de la matriz.

$$t = \begin{pmatrix} 1M + 1d & 1M + 1s & 1M + 2s & \cdots & 1M + 10a \\ 2M + 1d & 2M + 1s & 2M + 2s & \cdots & 2M + 10a \\ 3M + 1d & 3M + 1s & 3M + 2s & \cdots & 3M + 10a \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 120M + 1d & 120M + 1s & 120M + 2s & \cdots & 120M + 10a \end{pmatrix}$$

7.2. Nota sobre los lenguajes de programación

El trabajo ha sido desarrollado casi completamente en Matlab, salvo la parte de la regresión que ha sido desarrollada en R. El cambio se ha realizado exportando los datos a un documento ".csv", el cual tras leerlo en R se han hecho el análisis de los datos. La ventaja de esto ha sido que este último lenguaje ya tiene implementado en el sistema un programa que realiza las regresiones, al contrario que Matlab, el cual habría que programarlo. Una vez obtenidas las $\beta_{t,i}$ de dichas regresiones, se han exportado a un documento ".csv" el cual se ha importado nuevamente a Matlab para poder seguir trabajando.

El motivo de hacer esto ha sido la intención de ahorrar tiempo de trabajo y aprovechamiento de herramientas que se han tenido a mano.

Capítulo 8

Anexo C: Definiciones

- **OIS:** *Overnight Indexed Swap*, es un swap de tipos de interés donde el tipo flotante periódico del swap es igual a la media geométrica del índice overnight.
- **MTM:** *Mark to Market*, proceso de revalorización de todas las posiciones abiertas con los precios actuales de mercado. Estos nuevos precios determinan entonces los requisitos de margen.
- **NPV:** *Net Present Value*, valor presente neto de un activo.
- **CDS:** *Credit Default Swap*, es un producto financiero que consiste en una operación financiera de cobertura de riesgo.
- **VaR:** *Value at Risk*
- **CSA:** *Credit Support Annex*, es un documento legal que regula la garantía para las operaciones con derivados.

Parametro	Descripción
$\hat{V}(t, S)$	Valor de la cartera
V	Valor de la cartera libre de riesgo
U	Ajuste de valoración (Valuation adjustment)
X	Colateral
I	Margen inicial posteadado por la contraparte
K	Capital requerido
Π	Portfolio replicado
S	Subyacente stock
μ_S	Stock de deriva
σ_S	Stock de volatilidad
P_C	Bono de contrapartida
$P_1; P_2$	Bono del emisor con tasa R_1 ; tasa R_2 , notar que $R_1 \neq R_2$
$d\bar{\beta}_S; d\bar{\beta}_C; d\bar{\beta}_X; d\bar{\beta}_K; d\bar{\beta}_I$	Crecimiento de la cuenta de efectivo asociado al stock; Contraparte; colateral, capital; margen inicial. Todo reequilibrado previamente
$r; r_C; r_i; r_X; r_F; r_I$	Tasa libre de riesgo; Rendimiento del bono de la contraparte; bono del emisor; colateral, bono del emisor (en el caso de ser único); margen inicial.
$M_B; M_C$	Valor de cierre del emisor por defecto; default de la contraparte
$\alpha_C; \alpha_i$	Obligaciones de los bonos de la contraparte; emisor.
δ	Posición del stock
γ_S	Rendimiento del dividendo stock
$q_S; q_C$	Tipo de interes repo del stock; Tipo de interes repo del bono de contrapartida
$J_C; J_B$	Indicador de default de la contrapartida; emisor
$g_B; g_C$	Valor de la cartera después de default del emisor; default de la contraparte.
$R_i; R_C$	Tasa de recuperación del bono i del emisor; de la cartera de la contraparte
$\lambda_C; \lambda_B$	Tasa de financiación efectiva del bono de la contraparte $\lambda_C = r_C - r$; Spread de un bono cupón cero del emisor. Para bonos con rendimiento $(1 - R_t)\lambda_B = r_i - r$ for $\in \{1, 2\}$
$s_F; s_X; s_I$	Financiación del spread de un bono en el caso de que $s_F = r_F - r$; spread en colateral; spread en margen inicial
$\gamma_K(t)$	Coste de capital (Los activos que componene el capital pueden a su vez tener una rentabilidad por dividendo y esto puede ser incorporado en $\gamma_K(t)$).
$\Delta\hat{V}_B; \Delta\hat{V}_C$	Cambio en el valor del derivado en default del emisor; en default de la contraparte.
ϵ_h	Error en la cobertura en caso de default del emisor (a veces dividido en terminos de dependiente e independiente de capital. $\epsilon_h = \epsilon_{h_0} + \epsilon_{h_K}$)
P	$P = \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2$ es el valor de la cartera de bonos propia antes dedefault.
P_D	$P_D = \alpha_1 R_1 P_1 + \alpha_2 R_2 P_2$ es el valor de la cartera de bonos propia despues de default.
ϕ	Función de capital disponible para la financiación derivada.

Cuadro 8.1: Resumen de la notación, igual a la publicada en Green et al. (2014)
Trabajo Fin de Máster, Jonathan Salgado Nieto

Agradecimientos

En primer lugar, quiero agradecer este trabajo a mis directores Juan y Luis, que desde el primer momento me han ayudado en todo lo que ha sido necesario y organizado reuniones para poder comprobar mis avances aunque yo no se lo pidiera, a pesar de tener que sacar tiempo libre de su propio trabajo para dedicarme a mí, todo esto aún sabiendo que mi tiempo de dedicación estaba limitado por mi propio horario laboral. Siempre les estaré agradecido por ello, así como por haberme enseñado que no es más tonto el que más pregunta si no el que más cree que sabe.

También he de agradecer a mi amigo Carlos, que me oriento desde el principio sobre como presentar un trabajo fin de máster y me ha dado siempre su opinión y consejo. A Dani y a Mercedes, que han estado ahí cuando he necesitado un respiro por que estaba muy agobiado debido a que no encontraba los errores en los programas y veía que se acercaba el tiempo de entregar el trabajo.

Por último, debo de agradecer especialmente a mis padres no sólo este trabajo, sino el hecho de que hoy sea quien soy, y por todos mis logros pasados, presentes y futuros. Y cómo no también me gustaría agradecer a mi hermana que siempre ha estado ahí en los momentos más difíciles de este año demostrando que siempre tendré un apoyo pase lo que pase.