

COGNOMS: _____ NOM: _____

Respon raonadament a les preguntes següents. Totes les respostes han de basar-se en els mètodes generals estudiats en l'assignatura, i no en càlculs particulars que aprofiten la senzillesa dels problemes.

1. El problema següent determina la producció de cinc articles que maximitza el benefici d'una empresa, tenint en compte que s'han d'emprar diàriament les 2 200 hores disponibles de mà d'obra i que no es pot excedir el consum diari de dues matèries primeres limitades.

$$\begin{array}{ll} \text{Max.} & 19x + 3y + 5z + 4u - 8v & \text{Benefici} \\ \text{s.a} & 5x + 3y + 7z + u + v = 2\,200 & \text{Hores de mà d'obra} \\ & 3x + 2y + 5z + 2u \leq 1\,500 & \text{Matèria primera 1} \\ & 3x + y + 2z + 3u \leq 800 & \text{Matèria primera 2} \\ & x, y, z, u, v \geq 0 & \end{array}$$

En l'actualitat, l'empresa fabrica únicament 500 unitats diàries del segon producte i 100 del tercer.

- (0.6 punts.)** Calcula la taula del símplex corresponent a la producció actual de l'empresa.
 - (0.6 punts.)** Resol el problema de l'enunciat. Convé que l'empresa augmente o disminueixca les 500 unitats diàries que produeix actualment del segon producte?
 - (0.2 punts.)** Com afectaria el benefici de l'empresa que algunes de les hores de mà d'obra emprades en la producció foren destinades a altres labors?
 - (0.2 punts.)** El cinqué producte no és rendible, com mostra la funció objectiu. És correcte dir —a la vista de la funció objectiu— que si l'empresa volguera produir almenys 10 unitats diàries del cinqué producte el seu benefici es veuria reduït en 80 unitats?
 - (0.4 punts.)** Calcula l'interval de sensibilitat de la quantitat de matèria primera 1 disponible diàriament.
2. Considera el problema:

$$\begin{array}{ll} \text{Opt.} & 2x - 2y + z \\ \text{s.a} & x^2 + y^2 + z^2 \leq 36 \\ & xy \leq 20 \end{array}$$

En resoldre les condicions de Kuhn i Tucker, s'obtenen únicament els punts $(4, -4, 2)$ i $(-4, 4, -2)$.

- (0.5 punts.)** Comprova que els punts indicats són punts de Kuhn i Tucker, deixant clar si ho són per a maximitzar, per a minimitzar o per a tots dos objectius.
 - (0.5 punts.)** Estudia si el problema compleix les hipòtesis de la condició suficient de Kuhn i Tucker. Per a cadascuna d'elles, indica si es compleix o no es compleix.
 - (0.2 punts.)** Resol el problema (tant amb objectiu de maximitzar com amb objectiu de minimitzar).
3. **(1 punt.)** Resol el problema:

$$\begin{array}{ll} \text{Opt.} & 2x - y - z^2 \\ \text{s.a} & x + y + z = 9 \\ & y \geq 0 \end{array}$$

4. Considera el problema següent:

$$\begin{aligned} \text{Max.} \quad & 25x + 20y \\ \text{s.a} \quad & x^2 + y^2 \leq 1105 \\ & 4x - 33y \leq 0 \\ & 4y \leq 4x^2 - 65x + 328 \\ & x, y \geq 0 \end{aligned}$$

La figura mostra els punts

$$A = (4, 33), \quad B = (12, 31), \quad C = (15, 25),$$

$$D = (20, 30), \quad E = (33, 4)$$

juntament amb el valor de la funció objectiu en cadascun d'ells.

(a) **(0.1 punts.)** Ombreja en la figura el conjunt d'oportunitats.

(b) **(0.1 punts.)** Indica si els punts assenyalats són factibles o infactibles i, en cas que siguin factibles, si són interiors o de frontera.

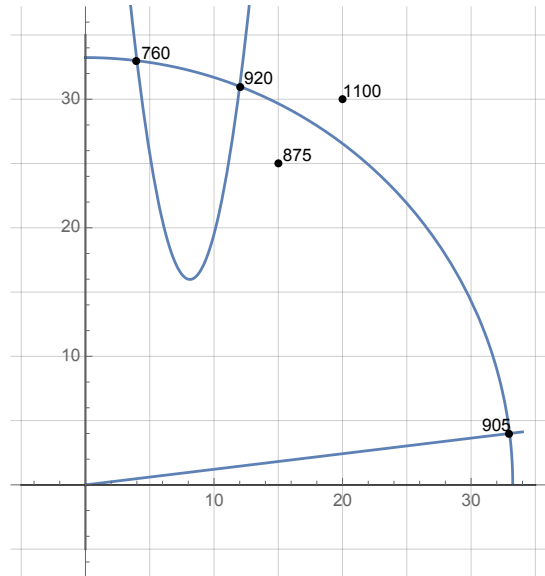
(c) **(0.3 punts.)** Marca en la figura la solució òptima i la corba de nivell òptima de la funció objectiu (amb tot el necessari perquè la teua resposta estiga justificada).

5. **(0.3 punts.)** Raona si les afirmacions següents són vertaderes o falses (si són falses, no et limites a corregir-les, sinó que explica per què són falses):

(a) Un problema no acotat és un problema en el qual hi ha infinites solucions factibles.

(b) Un problema no acotat és un problema en el qual hi ha infinites solucions òptimes.

(c) Un problema no acotat és un problema en el qual hi ha una variable que no té cota superior o inferior en el conjunt d'oportunitats.



COGNOMS: _____ NOM: _____

1. Modelitza el problema següent. Expressa la funció objectiu i les restriccions amb la notació matemàtica usual (no amb la notació de LINGO):

La república de San Marcos es disposa a privatitzar les empreses nacionals de distribució d'electricitat, d'aigua, de gas i la companyia telefònica, i quatre companyies privades han oferit una licitació per cadascuna d'elles, a més de comprometre's a entregar en negre unes certes quantitats de diners al ministre de foment, en les quanties que indiquen les taules següents (en milions de lliures sanmarquianes):

Licitacions	Electricitat	Aigua	Gas	Telèfons
SWINDLE CO.	500	400	450	500
MUGGING LTD.	300	350	500	350
CROOK BROS.	250	300	200	400
RASCAL & SCOUNDREL	550	100	0	400

suborns	Electricitat	Aigua	Gas	Telèfons
SWINDLE Co.	—	—	—	—
MUGGING LTD.	90	20	50	50
CROOK BROS.	50	10	20	0
RASCAL & SCOUNDREL	60	80	0	70

L'empresa SWINDLE CO. ofereix al ministre 150 milions de lliures sanmarquianes en negre, però només si se li concedeixen almenys la companyia de gas i la telefònica.

D'altra banda, l'empresa RASCAL & SCOUNDREL ha anunciat que no comparará la companyia elèctrica si no se li adjudica també la companyia telefònica.

Determina a quina companyia privada convé adjudicar cada empresa pública de San Marcos perquè els ingressos oficials de l'Estat siguin màxims, però garantint que el ministre de foment reba almenys 250 milions de lliures sanmarquianes en negre.

Escriu el model en la plantilla de la fulla adjunta. La teua resposta es valorarà fins a un màxim de 0.5. Si posteriorment el resols amb LINGO sense conjunts la nota es multiplicarà per un factor màxim de 2 (amb la qual cosa pots obtindre fins a 1 punt), i si el resols usant conjunts es multiplicarà per un factor màxim de 4 (amb la qual cosa pots aconseguir fins a 2 punts). Si la teua solució en LINGO no es correspon amb la plantilla, el model que s'avaluarà serà el de la plantilla.

COGNOMS: _____ NOM: _____

Definició de les variables:

Funció objectiu (amb la seua interpretació):

Restricció 1 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 2 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 3 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 4 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 5 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 6 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 7 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 8 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 9 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 10 (amb la interpretació de cada membre):

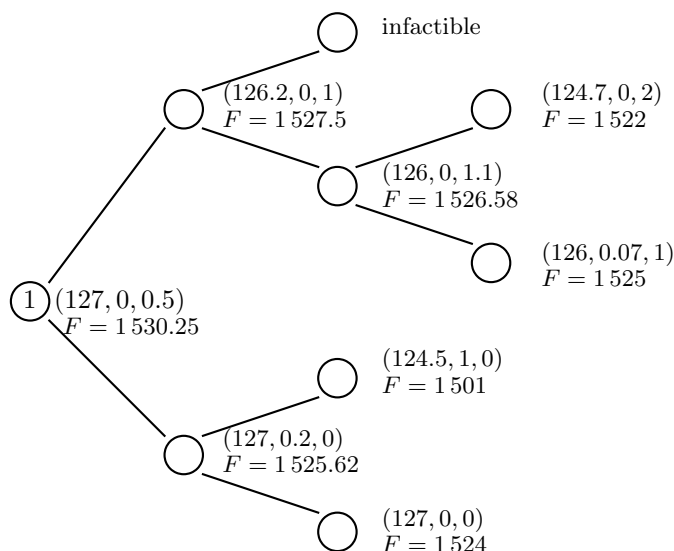
Restricció 11 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 12 (amb la interpretació de cada membre):

Condicions de no negativitat, integritat, etc.

COGNOMS: _____ NOM: _____

1. Suposa que en resoldre un problema amb variables enteres (x, y, z) has obtingut l'arbre següent:



- (a) **(0.1 punts.)** Numera els nodes 1, 2a, 2b, 3a, 3b, 4a, 4b, ... en l'ordre precís que exigeix el mètode de ramificació i acotació. Posa sobre cada branca la restricció afegida.
- (b) **(0.2 punts.)** Comprova si les ramificacions són correctes o si alguna no hauries d'haver-la fet, i en tal cas ratlla-la.
- (c) **(0.2 punts.)** Raona si coneixem ja la solució òptima o si caldria continuar ramificant. Dels nodes no ramificats, digues quins estan ja tancats (explicant per què) i quins estan pendents de ramificació, si és que hi ha algun pendent.

2. **(0.3 punts.)** Estudia si els conjunts següents són convexos:

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2xy + 3yz - 3xz - x^2 - y^2 - 2z^2 \geq 1\}, \quad T = \{(x, y) \mid x^2 - 5y \geq 1\}$$

3. **(0.2 punts.)** Estudia si el problema següent té una solució factible bàsica amb variables bàsiques y, z :

$$\begin{aligned} \text{Max.} \quad & 5x + 2y + z \\ \text{s.a} \quad & 2x + 3y + 2z \leq 1 \\ & x + 17y + 11z \geq 4 \\ & x, y, z \geq 0 \end{aligned}$$

COGNOMS: _____ NOM: _____

L'empresa BOMBO S.A. disposa de dues fàbriques A i B de pa precuit congelat que distribueix en tres ciutats de la comarca, C_1, C_2, C_3 . El problema següent determina quants kg de pa convé distribuir diàriament des de cada fàbrica fins a cada ciutat per a satisfer les demandes diàries requerides amb el menor cost de transport, sense sobrepassar la capacitat de producció de cada fàbrica ni el pressupost disponible per a la producció, de manera que el cost de transport siga mínim:

Min.	$0.2A_1 + 0.3A_2 + 0.51A_3 + 0.3B_1 + 0.25B_2 + 0.45B_3$	Cost de transport
s.a	$A_1 + B_1 \geq 5000$	Demanda 1
	$A_2 + B_2 \geq 4000$	Demanda 2
	$A_3 + B_3 \geq 3000$	Demanda 3
	$A_1 + A_2 + A_3 \leq 7000$	Capacitat A
	$B_1 + B_2 + B_3 \leq 6500$	Capacitat B
	$10A_1 + 10A_2 + 10A_3 + 15B_1 + 15B_2 + 15B_3 \leq 150000$	Cost de producció
	$A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3 \geq 0$	

	Variable	Value	Reduced Cost
	A1	5000.000	0.000000
	A2	1000.000	0.000000
	A3	0.000000	0.100000
	B1	0.000000	0.150000
	B2	3000.000	0.000000
	B3	3000.000	0.000000

	Row	Slack or Surplus	Dual Price
	COST_TRANSPORT	3400.000	-1.000000
	DEMANDA1	0.000000	-0.300000
	DEMANDA2	0.000000	-0.400000
	DEMANDA3	0.000000	-0.600000
	CAPACITATA	1000.000	0.000000
	CAPACITATB	500.0000	0.000000
	COST_PRODUCCIO	0.000000	0.010000

Objective Coefficient Ranges:

	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
	A1	0.1500000	0.3000000
	A2	0.0100000	0.0500000
	A3	INFINITY	0.0100000
	B1	INFINITY	0.1500000
	B2	0.0500000	0.0100000
	B3	0.0100000	0.6000000

Righthand Side Ranges:

	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
	DEMANDA1	333.3333	250.0000
	DEMANDA2	333.3333	250.0000
	DEMANDA3	333.3333	250.0000
	CAPACITATA	INFINITY	1000.0000
	CAPACITATB	INFINITY	500.0000
	COST_PRODUCCIO	2500.000	5000.0000

Respon a les preguntes següents. Excepte en la 1, indica clarament:

- A) Dada o dades que uses en la resposta i la seua interpretació general (sense tindre en compte la pregunta o el context del problema).
- B) Interpretació de la dada o les dades en el context del problema (sense usar paraules tècniques com “funció objectiu”, “terme independent”, “folgança”, etc. i sense tindre en compte la pregunta).
- C) (Si escau), resposta raonada a la pregunta.

La part A) no puntua; la part B) només puntuarà si A) està raonablement bé; la part C) només puntuarà si la part B) està raonablement bé.

1. (0.2 punts.) Indica breument què és el membre esquerre i el membre dret de cada restricció:

Demanda 1:		>	
Demanda 2:		>	
Demanda 3:		>	
Capacitat A:		<	
Capacitat B:		<	
Cost de prod.:		<	

- 2. (0.2 punts.) Interpreta els costos reduïts de A_2 i A_3 .
- 3. (0.4 punts.) A BOMBO S.A. li interessaria emprar la seua fàbrica B per a atendre part de la demanda de la ciutat 1, i s'està plantejant reorganitzar el seu sistema de transport perquè cada kg transportat de B a C_1 li coste 0.10€ menys. Faria això convenient servir pa des de B fins a C_1 ? Quant hauria d'abaratir-se el transport com a mínim perquè resultara convenient?
- 4. (0.4 punts.) Dos supermercats acaben d'enviar peticions de subministrament de PA BOMBO, un està en C_1 i demana 200 kg diaris, i el segon està en C_2 i demana 100 kg diaris. Si, de moment BOMBO S.A. només pot atendre una de les dues peticions, quina requerirà un menor cost de transport?
- 5. (0.6 punts.) Si BOMBO S.A. augmentara en 1 000€ el seu pressupost per a la producció, augmentaria amb això el cost de transport? I el cost de producció? En quant cadascun?
- 6. (0.2 punts.) Si l'eixida de LINGO haguera sigut:

Row	Slack or Surplus	Dual Price
DEMANDA3	500.0000	0.0000000
CAPACITATA	400.0000	0.0000000

interpreta el 500 i el 400.