

COGNOMS: _____ NOM: _____

Respon raonadament a les preguntes següents. Totes les respostes han de basar-se en els mètodes generals estudiats en l'assignatura, i no en càlculs particulars que aprofiten la senzillesa dels problemes. La resolució gràfica només pot aplicar-se en el problema en el qual l'indica l'enunciat.

- Una empresa vol planificar la producció diària de tres productes per a maximitzar el benefici emprant les 210 hores de mà d'obra diària que té disponibles. A més, hi ha restriccions sobre la quantitat emprada de dues matèries primeres que requereixen el primer i el tercer producte, així com una altra deguda al fet que la producció del primer requereix residus de la producció del tercer. Finalment, les condicions del mercat no recomanen produir més de 40 unitats del primer producte. Això porta a resoldre el problema següent:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max.} & x + 2y + 9z & \text{Benefici} \\
 \text{s.a} & x + y + 3z = 210 & \text{Horas emprades} \\
 & x + 3z \leq 120 & \text{Matèria primera 1} \\
 & 5x + 6z \leq 300 & \text{Matèria primera 2} \\
 & x - 3z \leq 50 & \text{Procés de producció} \\
 & x \leq 40 & \text{Demanda} \\
 & x, y, z \geq 0 &
 \end{array}$$

- (1 punt.)** Resol el problema.
 - (0.3 punts.)** Calcula els preus duals i interpreta el de la primera restricció.
 - (0.3 punts.)** Calcula l'interval de sensibilitat de la quantitat disponible de matèria primera 1.
 - (0.3 punts.)** Raona per postoptimització quina seria la solució òptima si el benefici que proporciona cada unitat del primer producte fora de 3 u.m. La solució seria de vèrtex, d'aresta finita o d'aresta infinita?
- Considera el problema

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max.} & 25 + 12xy - 11x - 4x^2 - 9y^2 \\
 \text{s.a} & 10x - 2y^2 \geq 18 \\
 & 3x + 5y^2 \leq 15
 \end{array}$$

- (0.5 punts.)** Estudia si el punt $(x, y) = (2, 1)$ és un punt de Kuhn i Tucker.
 - (0.5 punts.)** Resol el problema.
- Considera el problema següent:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max.} & 12x + y \\
 \text{s.a} & x^2 + y = 10 \\
 & y \geq 1
 \end{array}$$

- (1 punt.)** Resol-lo.
 - (0.2 punts.)** Com afectaria aproximadament el valor òptim de la funció objectiu que la primera restricció passara a ser $x^2 + y = 10.5$?
- Considera la taula següent, corresponent a un problema de maximitzar.

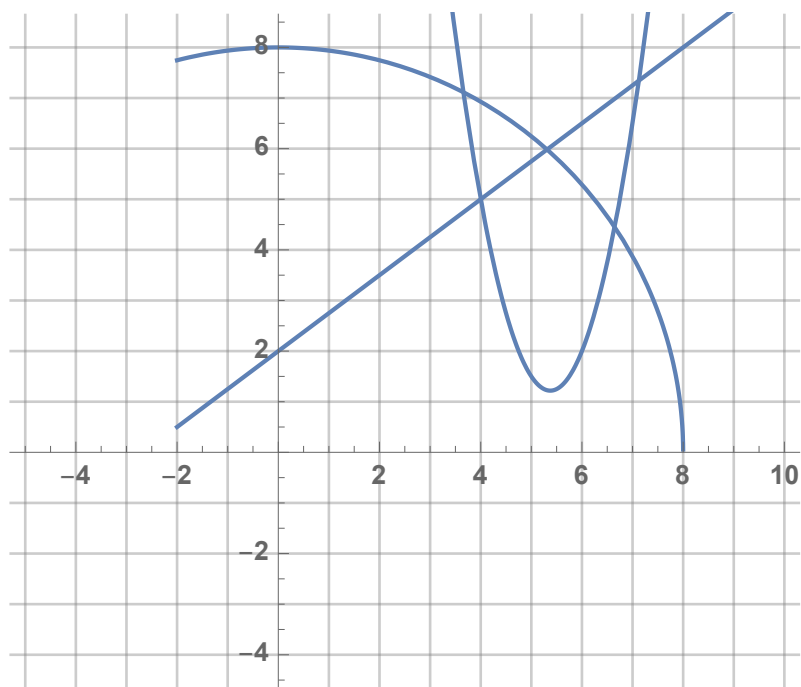
		2	-5	0	0	0	
		x	y	s	t	u	
2	x	0	1	0	1	-3	2
-5	y	1	0	0	1	0	1
0	t	0	0	-1	2	-1	2
		-5	2	0	-3	-6	
		-3	-7	0	-3	-6	-1

		2	-5	0	0	0	
		x	y	s	t	u	
2	x						
-5	y						
0	t						

- (0.2 punts.)** Corregeix els valors de la taula que són impossibles o incorrectes i modifica els que depenguen d'ells.
- (0.2 punts.)** Raona que el problema no té solució òptima.

5. (0.5 punts.) Resol gràficament (representant en la figura tot el necessari per a justificar que el punt que assenyaes és la solució òptima):

$$\begin{aligned} \text{Max.} & \quad 4x + 5y \\ \text{s.a} & \quad x^2 + y^2 \leq 64 \\ & \quad 2y - 4x^2 + 43x \leq 118 \\ & \quad 4y - 3x \leq 8 \\ & \quad x, y \geq 0 \end{aligned}$$



COGNOMS: _____ NOM: _____

1. Modelitza el problema següent. Expressa la funció objectiu i les restriccions amb la notació matemàtica usual (no amb la notació de LINGO):

Un inversor es planteja finançar la creació d'algunes empreses, per a això ha analitzat huit projectes. La taula següent recull la seua estimació del benefici a llarg termini de cada projecte, del seu risc i de les despeses esperades en els tres primers anys:

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	
Beneficis	3 500	3 200	2 000	2 500	2 700	2 900	3 100	3 150	
Risc	0.7	0.4	0.25	0.3	0.4	0.1	0.15	0.3	capital
Despeses primer any	600	600	550	200	300	0	100	350	2 100
Despeses segon any	500	400	100	350	400	800	250	400	2 000
Despeses tercer any	300	350	400	400	250	500	500	450	2 900

La taula inclou també el capital que l'inversor pot aportar cada any. D'altra banda, si es creen les empreses dels dos primers projectes, aquestes podrien col·laborar, de manera que el benefici esperat augmentaria en 600 u.m. Els projectes tercer i quart són dues idees alternatives d'un mateix emprendedor, i no poden dur-se a terme alhora. A més, el seté projecte suposa que s'ha creat l'empresa corresponent al projecte tercer o al quart, de manera que si no es crea cap d'elles, no és viable.

Determina quins projectes convé dur a terme per a maximitzar el benefici si l'inversor no vol assumir un risc total major de 1.8 ni que el capital invertit de mitjana per projecte supere les 1 100 u.m.

Escriu el model en la plantilla de la fulla adjunta. La teua resposta es valorarà fins a un màxim de 0.5. Si posteriorment el resols amb LINGO sense conjunts la nota es multiplicarà per un factor màxim de 2 (amb el que pots obtenir fins a 1 punt), i si el resols usant conjunts es multiplicarà per un factor màxim de 4 (amb el que pots aconseguir fins a 2 punts). Si la teua solució en LINGO no es correspon amb la plantilla, el model que s'avaluarà serà el de la plantilla.

COGNOMS: _____ NOM: _____

Definició de les variables:

Funció objectiu (amb la seua interpretació):

Restricció 1 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 2 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 3 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 4 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 5 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 6 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 7 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 8 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 9 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 10 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 11 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 12 (amb la interpretació de cada membre):

Condicions de no negativitat, integritat, etc.

COGNOMS: _____ NOM: _____

La cadena de menjar ràpid BURGLAR KINK renovarà la seua carta de postres amb quatre productes: el gelat ICILYKINK, el gelat sandy SANDERKINK, el batut SHAKYKINK i el suc JUICERKINK. El problema següent determina el número d'hectograms de cada producte que convé produir diàriament per a cada local per a garantir una producció total de 100 kg de postres (1000 hectograms) sense sobrepassar el pressupost assignat a la partida de postres i garantint un benefici diari de 800€, tot això seguint la política general de l'empresa de reduir al mínim l'ús d'ingredients saludables (en aquest cas la llet). A més, cal tindre en compte que els frigorífics dels locals no poden emmagatzemar més de 400 hectograms de gelat.

Min.	$0.2 IC + 0.3 SA + 0.25 SH$	Llet (litres)
s.a	$IC + SA + SH + J \geq 1000$	Producció
	$0.1 IC + 0.2 SA + 0.15 SH + 0.9 J \leq 600$	Pressupost
	$1.6 IC + 2 SA + 2.1 SH + 0.3 J \geq 800$	Benefici
	$IC + SH \leq 400$	Frigorífics
	$IC, SA, SH, J \geq 0$	

Variable	Value	Reduced Cost
IC	354.8387	0.000000
SA	0.000000	0.0645161
SH	21.50538	0.000000
J	623.6559	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
LLET	76.34409	-1.000000
PRODUCCIO	0.000000	-0.0354838
PRESSUPOST	0.000000	0.0752688
BENEFICI	0.000000	-0.1075269
FRIGORIFICS	23.65591	0.000000

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
IC	0.200000	0.0666666	0.0089430
SA	0.300000	INFINITY	0.0645161
SH	0.250000	0.0117021	0.0625000
J	0.000000	0.0700000	0.5500000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
PRODUCCIO	1000.000	7.092199	89.43089
PRESSUPOST	600.0000	91.66667	7.692308
BENEFICI	800.0000	220.0000	12.50000
FRIGORIFICS	400.0000	INFINITY	23.65591

Respon a les preguntes següents. Excepte en la 1, indica clarament:

- A) Dada o dades que uses en la resposta i la seua interpretació general (sense tindre en compte la pregunta o el context del problema).
- B) Interpretació de la dada o les dades en el context del problema (sense usar paraules tècniques com a “funció objectiu”, “terme independent”, “folgança”, etc. i sense tindre en compte la pregunta).
- C) (Si escau), resposta raonada a la pregunta.

La part A) no puntua; la part B) només puntuarà si A) està raonablement bé; la part C) només puntuarà si la part B) està raonablement bé.

1. **(0.2 punts.)** Indica breument què és el membre esquerre i el membre dret de cada restricció:

Producció:		\geq	
Pressupost:		\leq	
Benefici:		\geq	
Frigorífics:		\leq	

- 2. **(0.4 punts.)** Què seria preferible quant a la despesa de llet, comptar amb 10€ més de pressupost o requerir 20 hg menys de producció?
- 3. **(0.4 punts.)** Com que el gelat SANDERKINK figurarà en la nova carta de postres, és necessari que cada local tinga disponible almenys 10 hg d'aquest. Com afecta això als litres de llet que necessitarà cada local?
- 4. **(0.2 punts.)** Si LINGO haguera donat:

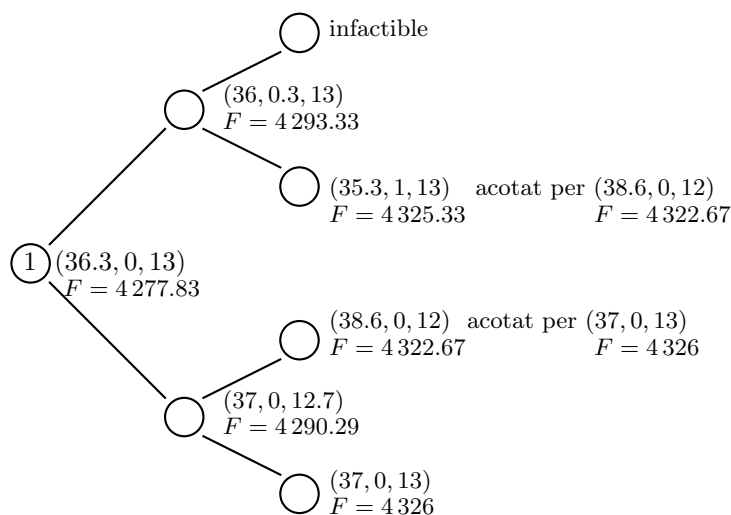
Row	Slack or Surplus	Dual Price
PRODUCCIO	20.00000	0
PRESSUPOST	50.00000	0

com s'interpretarien el 20 i el 50?

- 5. **(0.4 punts.)** Quin augment de benefici aconseguiria BURGLAR KINK si destinara 80€ més al pressupost per a l'elaboració de postres? Quants hg de postres convindria produir en total amb aquest pressupost?
- 6. **(0.4 punts.)** BURGLAR KINK ha rebut un informe segons el qual, per a obtindre el nivell EATABLE en un rànquing de qualitat alimentària, la quantitat de llet dels gelats ICILYKINK ha d'augmentar fins a 0.26 litres per hg. Si es decideix a satisfer aquesta exigència, convindria reduir la producció de ICILYKINK per a mantindre la llet emprada en el seu nivell mínim?, en quant? La quantitat total de llet emprada hauria d'augmentar o disminuir?

COGNOMS: _____ NOM: _____

1. Suposa que en resoldre un problema amb variables enteres (x, y, z) has obtingut l'arbre següent:



- (a) **(0.1 punts.)** Numera els nodes $1, 2a, 2b, 3a, 3b, 4a, 4b, \dots$ en l'ordre precís que exigeix el mètode de ramificació i acotació. Posa sobre cada branca la restricció afegida.
- (b) **(0.4 punts.)** Revisa si les acotacions són totes correctes o si algun node segueix pendent de ramificació i en cas que hi haja nodes pendents de ramificació, indica quin és el que ha de ser ramificat en primer lloc. En cas contrari indica quina és la solució òptima.
2. **(0.3 punts.)** Posa $\leq, \geq, =$ en la definició del conjunt següent perquè siga convex (justifica la resposta):

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 3x + y = 8, 10x + 15y + xy - 5x^2 - y^2 \square 10\}$$

3. **(0.2 punts.)** Donat el problema:

$$\begin{aligned} \text{Min.} \quad & x + 2y + z \\ \text{s.a} \quad & x + 4y + z \geq 2 \\ & 2x + 2y + z = 6 \\ & x, y, z \geq 0 \end{aligned}$$

Determina si té una solució factible bàsica amb variables bàsiques x, y, z . I amb variables bàsiques y, z ?