

COGNOMS: \_\_\_\_\_ NOM: \_\_\_\_\_

Resol el problema següent pel mètode de ramificació i acotació usant LINGO per a resoldre els problemes intermedis. Escriu l'arbre corresponent i raona per què acaba cada branca. En cas que pugues ramificar diverses variables, tria la menor en ordre alfabètic, i en cas que pugues ramificar diversos nodes tria el de millor valor de la funció objectiu. El valor òptim de la funció objectiu del primer problema ha de donar-te 4277.33.

$$\begin{array}{ll} \text{Min.} & 73x + 121y + 125z \\ \text{s.a} & 13x + 4y + 6z \geq 541 \\ & z \leq 13 \\ & 3x + 3y + 7z \geq 200 \\ & x, y, z \geq 0 \text{ enters} \end{array}$$

COGNOMS: \_\_\_\_\_ NOM: \_\_\_\_\_

Resol el problema següent pel mètode de ramificació i acotació usant LINGO per a resoldre els problemes intermedis. Escriu l'arbre corresponent i raona per què acaba cada branca. En cas que pugues ramificar diverses variables, tria la menor en ordre alfabètic, i en cas que pugues ramificar diversos nodes tria el de millor valor de la funció objectiu. El valor òptim de la funció objectiu del primer problema ha de donar-te 4168.33.

$$\begin{array}{ll} \text{Min.} & 120x + 70y + 125z \\ \text{s.a} & 4x + 13y + 6z \geq 511 \\ & z \leq 13 \\ & 3x + 3y + 7z \geq 200 \\ & x, y, z \geq 0 \text{ enters} \end{array}$$

COGNOMS: \_\_\_\_\_ NOM: \_\_\_\_\_

Resol el problema següent pel mètode de ramificació i acotació usant LINGO per a resoldre els problemes intermedis. Escriu l'arbre corresponent i raona per què acaba cada branca. En cas que pugues ramificar diverses variables, tria la menor en ordre alfabètic, i en cas que pugues ramificar diversos nodes tria el de millor valor de la funció objectiu. El valor òptim de la funció objectiu del primer problema ha de donar-te 913.33.

$$\begin{array}{ll} \text{Min.} & 7x + 13y + 14z \\ \text{s.a} & 13x + 7y + 5z \geq 510 \\ & y \leq 13 \\ & 3x + 7y + 3z \geq 410 \\ & x, y, z \geq 0 \text{ enters} \end{array}$$

COGNOMS: \_\_\_\_\_ NOM: \_\_\_\_\_

L'empresa distribuïdora de mobles IAMIKÉ ha encarregat a l'empresa subcontractada HANDMADING que li fabrique almenys 1000 mobles de tres models diferents: LÅNGSTRUMP, NILSSON i SETTERGREN. L'empresa HANDMADING va escassa de fusta, així que vol satisfer la comanda usant la menor quantitat de fusta possible, i de manera que es complisquen també les condicions següents:

1. Cal produir almenys les 1000 unitats convingudes.
2. Ha d'obtindre almenys 4000 u.m. de benefici.
3. La fabricació no ha de requerir més de les 2300 hores de mà d'obra disponibles.

Per a això resol el problema següent:

$$\begin{array}{lll}
 \text{Min.} & 35x + 40y + 55z & \text{kg de fusta emprats} \\
 \text{s.a} & x + y + z \geq 1000 & \text{Producció} \\
 & 3x + 7y + 11z \geq 4000 & \text{Benefici} \\
 & 2x + 3y + 4z \leq 2300 & \text{Hores} \\
 & x, y, z \geq 0 & 
 \end{array}$$

on  $x, y, z$  són, respectivament la quantitat de mobles de tipus LÅNGSTRUMP, NILSSON y SETTERGREN que es produeixen.

Variable	Value	Reduced Cost
X	750.0000	0.000000
Y	250.0000	0.000000
Z	0.000000	10.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
FUSTA	36250.00	-1.000000
PRODUCCIO	0.000000	-31.250000
BENEFICI	0.000000	-1.250000
HORES	50.000000	0.000000

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
X	35.000000	5.000000	10.000000
Y	40.000000	5.000000	5.000000
Z	55.000000	INFINITY	10.000000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
PRODUCCIO	1000.000	40.000000	428.5714
BENEFICI	4000.000	200.0000	1000.000
HORES	2300.000	INFINITY	50.000000

Respon a les preguntes següents. Excepte en la 1, indica clarament:

- A) Dada o dades que uses en la resposta i la seua interpretació general (sense tindre en compte la pregunta o el context del problema).
- B) Intepretació de la dada o les dades en el context del problema (sense tecnicismes i sense tindre en compte la pregunta).
- C) (Si escau), resposta raonada a la pregunta.

1. **(0.2 punts.)** Indica breument què és el membre esquerre i el membre dret de cada restricció.
2. **(0.2 punts.)** Interpreta els dos valors que hi ha en la línia

Row	Slack or Surplus	Dual Price
HORES	50.00000	0.000000

3. **(0.3 punts.)** Interpreta esta línia:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
BENEFICI	4000.000	200.0000	1000.000

4. **(0.4 punts.)** Què requeriria menys fusta, augmentar 200 u.m. el benefici requerit o exigir que es produïsquen 5 mobles més en total?
5. **(0.3 punts.)** HANMADING s'ha adonat que pot fabricar cada moble SETTERGREN usant només 50 kg de fusta i sense que es note la diferència. Convindria aleshores fabricar menys LÅNGSTRUMP i més SETTERGREN?
6. **(0.4 punts.)** Com afectaria la fusta requerida que IAMIKÉ exigira a HANDMADING la producció d'almenys 50 mobles SETTERGREN?
7. **(0.2 punts.)** La situació financera de HANDMADING fa necessari que obtinga amb aquesta operació un benefici d'almenys 4100 u.m. L'ajudaria a això produir algun moble SETTERGREN? Quants mobles li convindrà produir en total?

COGNOMS: \_\_\_\_\_ NOM: \_\_\_\_\_

L'empresa distribuïdora de mobles IAMIKÉ ha encarregat a l'empresa subcontractada HANDMADING que li fabrique almenys 1000 mobles de tres models diferents: LÅNGSTRUMP, NILSSON i SETTERGREN. L'empresa HANDMADING va escassa de fusta, així que vol satisfer la comanda usant la menor quantitat de fusta possible, i de manera que es complisquen també les condicions següents:

1. Cal produir almenys les 1000 unitats convingudes.
2. Ha d'obtindre almenys 10000 u.m. de benefici.
3. La fabricació no ha de requerir més de les 4200 hores de mà d'obra disponibles.

Per a això resol el problema següent:

$$\begin{array}{lll}
 \text{Min.} & 35x + 40y + 55z & \text{kg de fusta emprats} \\
 \text{s.a} & x + y + z \geq 1000 & \text{Producció} \\
 & 3x + 7y + 9z \geq 10000 & \text{Benefici} \\
 & 2x + 3y + 3z \leq 4200 & \text{Hores} \\
 & x, y, z \geq 0 & 
 \end{array}$$

on  $x, y, z$  són, respectivament la quantitat de mobles de tipus LÅNGSTRUMP, NILSSON y SETTERGREN que es produeixen.

Variable	Value	Reduced Cost
X	0.000000	20.83333
Y	1300.000	0.000000
Z	100.0000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
FUSTA	57500.00	-1.000000
PRODUCCIO	400.0000	0.000000
BENEFICI	0.000000	-7.500000
HORES	0.000000	4.166667

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
X	35.00000	INFINITY	20.83333
Y	40.00000	2.777778	INFINITY
Z	55.00000	INFINITY	3.571429

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
PRODUCCIO	1000.000	400.0000	INFINITY
BENEFICI	10000.00	2600.000	200.0000
HORES	4200.000	85.71429	866.6667

Respon a les preguntes següents. Excepte en la 1, indica clarament:

- A) Dada o dades que uses en la resposta i la seua interpretació general (sense tindre en compte la pregunta o el context del problema).
- B) Intepretació de la dada o les dades en el context del problema (sense tecnicismes i sense tindre en compte la pregunta).
- C) (Si escau), resposta raonada a la pregunta.

1. **(0.2 punts.)** Indica breument què és el membre esquerre i el membre dret de cada restricció.
2. **(0.2 punts.)** Interpreta els dos valors que hi ha en la línia

Row	Slack or Surplus	Dual Price
PRODUCCIO	400.0000	0.000000

3. **(0.3 punts.)** Interpreta esta línia:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
HORES	4200.000	85.71429	866.6667

4. **(0.3 punts.)** Una avaria en una màquina impedeix aprofitar tota la fusta, de manera que cada moble NILSSON requereix 45 kg de fusta. Li convindrà a HANDMADING produir igualment les quantitats de cada moble que ha proposat LINGO?
5. **(0.4 punts.)** Què seria preferible quant al consum de fusta, reduir els beneficis requerits fins a 9 900 u.m. o dedicar 100 hores més de mà d'obra a atendre la comanda?
6. **(0.4 punts.)** IAMIKÉ ofereix a HANDMADING pagar-li l'import de 150 kg. de fusta si la remesa de mobles subministrats inclou almenys 10 de tipus LÅNGSTRUMP. Li convé a HANDMADING acceptar l'oferta?
7. **(0.2 punts.)** Si HANDMADING poguera disposar de 60 hores addicionals per a atendre la comanda de IAMIKÉ, li convindria emprar-les totes? Aconseguiria amb això un major benefici?

COGNOMS: \_\_\_\_\_ NOM: \_\_\_\_\_

1. Considera el problema següent:

$$\begin{aligned} \text{Max.} & \quad 200x + z + 5xy - 2x^2 - y^2 \\ \text{s.a} & \quad 5x - y^2 - z^2 \leq \boxed{\phantom{00}} 3 \\ & \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq \boxed{\phantom{00}} 10 \\ & \quad x, y, z \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) **(1.5 punts.)** Posa les desigualtats necessàries en els requadres perquè el conjunt d'oportunitats siga convex. (Raona la teua resposta.)
- (b) **(1 punt.)** Raona si el teorema local-global és aplicable al problema.
- (c) **(0.5 punts.)** Raona si les solucions següents són factibles o infactibles i, si són factibles, si són interiors o de frontera:

$$(3, 0, 1), \quad (1, 1, 0), \quad (5, 0, 0).$$

- (d) **(0.5 punts.)** Acceptant que una de les tres solucions anteriors és òptima, raona quina és.

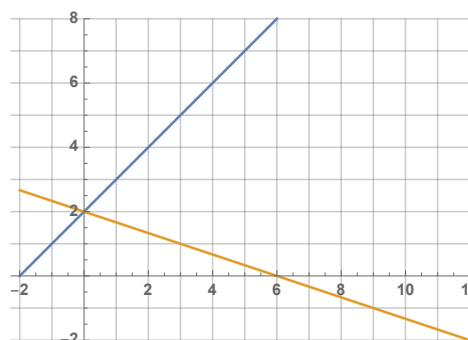
2. Considera el problema següent:

$$\begin{aligned} \text{Max.} & \quad 2x + 3y + 4z \\ \text{s.a} & \quad x^3 + y^2 \leq 126 \\ & \quad y^2 + 2z^2 \leq 100 \\ & \quad x - y - z \leq 3 \\ & \quad x \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) **(2 punts.)** Raona si se li pot aplicar el teorema de Weierstrass.
- (b) **(1 punt.)** Raona si el problema anterior té òptim, és infactible o no acotat. I si afegim la restricció  $x \geq 10$ ?
- (c) **(0.5 punts.)** És un problema de programació no lineal? I de programació lineal? Modifica el problema el menys possible per a assegurar que ja no és de programació no lineal.
3. **(0.5 punts.)** En aquesta pregunta no has de fer res. Aquests punts els tindràs si les teues respostes a les preguntes anteriors estan expressades i raonades amb precisió.

4. **(2 punts.)** Resol gràficament els problemes:

$\begin{aligned} \text{Opt.} & \quad 2x + 4y \\ \text{s.a} & \quad xy \leq 8 \\ & \quad y - x \leq 2 \\ & \quad x + 3y \geq 6 \\ & \quad x, y \geq 0 \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{Opt.} & \quad 2x + 4y \\ \text{s.a} & \quad xy \geq 8 \\ & \quad y - x \leq 2 \\ & \quad x + 3y \leq 6 \\ & \quad x, y \geq 0 \end{aligned}$
---	---



Indica clarament quina és la solució òptima del problema de maximitzar i quina la del problema de minimitzar. Representa en la figura tot el necessari per a arribar a la solució, incloent-hi les corbes de nivell òptimes.

5. **(0.5 punts.)** Digues què és un problema no acotat. Posa un exemple de problema d'optimització amb conjunt d'oportunitats no acotat, però que tinga solució òptima. Pots usar algun dels quals apareixen en aquest examen.



COGNOMS: \_\_\_\_\_ NOM: \_\_\_\_\_

1. Considera el problema següent:

$$\begin{aligned} \text{Min. } & x + yz \\ \text{s.a } & x^3 + y^3 \leq 1001 \\ & x + y - z \leq 5 \\ & z^2 \leq 50 \\ & x, y \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) **(2 punts.)** Raona si compleix les hipòtesis del teorema de Weierstrass.
- (b) **(1 punt.)** Raona si el problema té solució òptima, és infactible o no acotat. I si eliminem les restriccions  $x, y \geq 0$ ?
- (c) **(0.5 punts.)** Raona si la solució  $(1, 1, -2)$  és factible o infactible i, si és factible, si és interior o de frontera. Calcula el valor de la funció objectiu en eixa solució.
- (d) **(0.5 punts.)** Raona si el valor òptim de la funció objectiu és positiu, negatiu o zero.

2. Considera el problema següent:

$$\begin{aligned} \text{Min. } & 100 - x^2 - 3y^2 - 5z^2 \\ \text{s.a } & 3x - y + z \geq 0 \\ & 10x + 2yz + xz - xy - x^2 - 2y^2 - z^2 \boxed{\phantom{00}} 5 \end{aligned}$$

- (a) **(1.5 punts.)** Completa el requadre perquè el conjunt d'oportunitats siga convex.
  - (b) **(1 punt.)** Compleix el teorema local-global? I si l'objectiu fora maximitzar?
3. **(0.5 punts.)** En aquesta pregunta no has de fer res. Aquests punts els tindràs si les teues respostes a les preguntes anteriors estan expressades i raonades amb precisió.

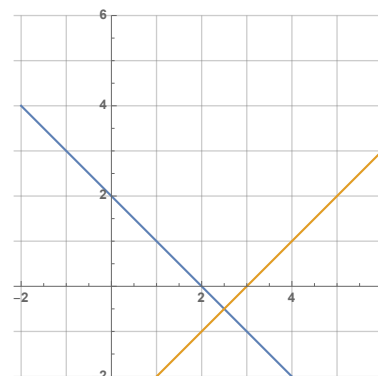
4. Considera el problema següent:

$$\begin{aligned} \text{Max. } & 3x + 5y + z \\ \text{s.a } & x + y + z \leq 100 \\ & x + y \geq 3 \\ & x, y, z \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) **(0.2 punts.)** És de programació lineal? I de programació no lineal? Raona les respostes.
- (b) **(0.3 punts.)** Modifica'l, si és necessari, perquè
  - i. Siga de programació no lineal, però no de programació lineal.
  - ii. No siga de programació no lineal.

5. **(2 punts.)** Resol gràficament els problemes:

$\begin{aligned} \text{Opt. } & 4x + 2y \\ \text{s.a } & y \leq x^2 \\ & x - y \leq 3 \\ & x + y \geq 2 \\ & x, y \geq 0 \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{Opt. } & 4x + 2y \\ \text{s.a } & y \geq x^2 \\ & x - y \geq 3 \\ & x + y \geq 2 \\ & x, y \geq 0 \end{aligned}$
---	---



Indica clarament quina és la solució òptima del problema de maximitzar i quina la del problema de minimitzar. Representa en la figura tot el necessari per a arribar a la solució, incloent-hi les corbes de nivell òptimes.

6. **(0.5 punts.)** Digues què és una solució infactible i què és un problema infactible. Posa un exemple de problema amb solucions infactibles que no siga infactible.

COGNOMS: \_\_\_\_\_ NOM: \_\_\_\_\_

1. Considera el problema següent:

$$\begin{aligned} \text{Opt. } & 10x + 3xz - 3x^2 - 3y^2 - z^2 \\ \text{s.a } & 2x^2 + z^2 \leq 60 \\ & x - 2y^2 + 3z \geq 1 \\ & y^2 + z^2 \leq 110 \end{aligned}$$

- (a) **(0.5 punts.)** Raona si les solucions  $(0, 0, 0)$ ,  $(1, 0, 0)$ ,  $(2, 0, 0)$  són factibles o infactibles i, en cas de ser factibles, si són interiors o de frontera. Calcula el valor de la funció objectiu en cadascuna d'elles.
  - (b) **(0.5 punts.)** En cas que el problema tinga màxim global, podem assegurar que el valor màxim de la funció objectiu serà almenys de 8 unitats? Raona la resposta.
  - (c) **(2.5 punts.)** Estudia si compleix les hipòtesis del teorema local-global amb objectiu de maximitzar o de minimitzar.
  - (d) **(2 punts.)** Estudia si compleix les hipòtesis del teorema de Weierstrass amb objectiu de maximitzar o de minimitzar.
  - (e) **(1 punt.)** Podem assegurar que el problema té una solució màxima o mínima? En cas afirmatiu, podem assegurar que és un màxim o un mínim global? Raona la resposta.
2. **(0.5 punts.)** En aquesta pregunta no has de fer res. Aquests punts els tindràs si les teues respostes a les preguntes anteriors estan expressades i raonades amb precisió.

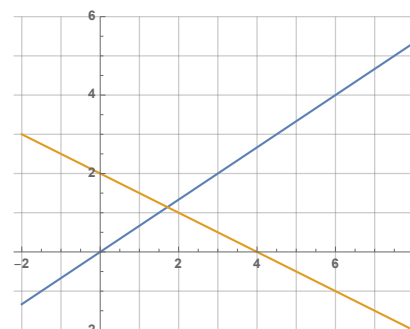
3. Considera el problema següent:

$$\begin{aligned} \text{Max. } & 3x + y + 2z \\ \text{s.a } & x + 2y + z \leq 100 \\ & x \geq 500 \\ & x, y, z \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) **(0.5 punts.)** És de programació lineal? És de programació no lineal? (respon a les dues preguntes).
- (b) **(0.5 punts.)** Raona si el problema té solució òptima, és infactible o no acotat. Explica el que significa que siga del tipus corresponent.

4. **(2 punts.)** Resol gràficament els problemes:

$\begin{aligned} \text{Opt. } & 3x + 2y \\ \text{s.a } & xy \leq 6 \\ & x + 2y \geq 4 \\ & 2x - 3y \geq 0 \\ & x, y \geq 0 \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{Opt. } & 3x + 2y \\ \text{s.a } & xy \geq 6 \\ & x + 2y \leq 4 \\ & 2x - 3y \geq 0 \\ & x, y \geq 0 \end{aligned}$
---	---



Indica clarament quina és la solució òptima del problema de maximitzar i quina la del problema de minimitzar. Representa en la figura tot el necessari per a arribar a la solució, incloent-hi les corbes de nivell òptimes.

COGNOMS: \_\_\_\_\_ NOM: \_\_\_\_\_

1. El problema següent determina les quantitats que convé produir de quatre productes per a aconseguir el màxim benefici tenint en compte que per a la producció es disposa d'unes quantitats limitades de quatre matèries primeres, i que la primera ha de consumir-se íntegrament perquè és perible:

$$\begin{array}{llll}
 \text{Max.} & 5x + 16y + 14z + 6w & \text{Benefici} & \\
 \text{s.a} & x + 2y + 2z + w = 40 & \text{Matèria primera 1 emprada} & = \text{disponible} \\
 & 4x + 2y + z \leq 30 & \text{Matèria primera 2 emprada} & \leq \text{disponible} \\
 & 9x - 2y + z \leq 50 & \text{Matèria primera 3 emprada} & \leq \text{disponible} \\
 & x + 4y + z \leq 80 & \text{Materia primera 4 emprada} & \leq \text{disponible} \\
 & x, y, z, w \geq 0 & & 
 \end{array}$$

- (a) **(2 punts.)** Resol el problema pel mètode símplex.
- (b) **(0.8 punts.)** Raona si la solució òptima és de vèrtex, d'aresta finita o d'aresta infinita.
- (c) **(1 punt.)** Calcula els preus duals i interpreta el de la primera restricció.
- (d) **(1 punt.)** Calcula i interpreta l'interval de sensibilitat del benefici que proporciona cada unitat produïda del quart article.
2. Donat el problema següent:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Opt.} & 2x + 4y + 5z \\
 \text{s.a} & x + 2y + 2z \geq 10 \\
 & 3x + 3y + z \geq 12 \\
 & x, y, z \geq 0
 \end{array}$$

- (a) **(1.6 punts.)** Calcula la taula del símplex corresponent a la solució factible bàsica  $(0, 5, 0)$ .
- (b) **(1 punt.)** Resol el problema pel mètode símplex, tant amb objectiu de maximitzar com amb objectiu de minimitzar.
- (c) **(0.8 punts.)** Estudia si la solució  $(x, y, z) = (10, 0, 0)$  és factible bàsica. Quant val en ella la funció objectiu?
- (d) **(0.8 punts.)** Raona a partir de les respostes a les preguntes anteriors si la solució  $(10, 0, 0)$  és òptima per a minimitzar. I per a maximitzar?
- (e) **(1 punt.)** Per a l'objectiu de minimitzar, calcula l'interval de sensibilitat del terme independent de la primera restricció.

COGNOMS: \_\_\_\_\_ NOM: \_\_\_\_\_

Un empresari projecta reconvertir dues de les seues fàbriques per a l'elaboració d'un nou producte. Tenint en compte les condicions de les seues instal·lacions, estima que la producció mensual de cadascuna vindrà donada per les funcions de producció

$$Q_1(K, L) = 35KL, \quad Q_2(K, L) = 15KL,$$

on  $K$  és el capital invertit en màquines i  $L$  el nombre de treballadors destinats a la fàbrica corresponent. Cada unitat produïda es vendrà a un preu de 0.80€.

Cada treballador contractat cobrarà 2000€ mensuals a la fàbrica 1 i 1500€ mensuals a la fàbrica 2. A més, la despesa mensual per al manteniment de les instal·lacions s'estima en un 10% del capital invertit en cada fàbrica. En cada fàbrica es necessitarà almenys un treballador per cada 100€ invertits en maquinària.

Per a la posada en marxa de les fàbriques l'empresari compta amb un capital de 8000€, en el qual, a més del capital invertit en maquinària, cal comptar que cada treballador ha de rebre un curs de formació el cost del qual s'estima en 225€ a la fàbrica 1 i 200€ a la fàbrica 2. Les limitacions d'espai no farien rendible una inversió inicial superior als 5000€ a la fàbrica 1 o als 4000€ en la 2. A més, l'empresari no vol invertir en la maquinària de cap fàbrica més del doble del capital invertit en l'altra.

D'altra banda, l'empresari té la possibilitat de fer reformes a les seues fàbriques, amb un cost de 1000€ en la fàbrica 1 i de 900€ en la 2. Una fàbrica reformada tindria el doble de capacitat d'albergar treballadors i maquinària, per la qual cosa la inversió inicial corresponent podria duplicar-se, però de moment només es planteja reformar com a màxim una de les dues fàbriques.

Determina, per a cada fàbrica, quin capital convé invertir en maquinària i quants treballadors convé contractar, així com si convé realitzar la reforma d'ampliació en alguna d'elles per a maximitzar els beneficis mensuals (en els quals no s'han de comptar les despeses de posada en marxa).

Modelitza el problema indicant clarament el significat de cada variable, de la funció objectiu i de cada restricció, resol-lo amb LINGO, indica la solució òptima (amb paraules, és a dir, de manera que l'empresari entenga el que li convé fer encara que no sàpia programació matemàtica) i comprova que la solució que proposes compleix tots els requisits del problema.

COGNOMS: \_\_\_\_\_ NOM: \_\_\_\_\_

La direcció d'una empresa està organitzant un equip d'investigació per al desenvolupament d'un nou producte. Aquest equip ha de constar de dos experts i d'un mínim de 5 col·laboradors i 10 auxiliars. Com a experts es contempen quatre possibles candidats. La taula següent recull la remuneració que exigiria cadascun, així com una valoració de la seua eficàcia en funció del seu currículum:

	Dr. Aarón Álvarez	Dra. Berta Bono	Dr. César Cifuentes	Dra. Dèlia Duran
Remuneració	15 000	17 500	14 500	16 000
Eficàcia	80	95	60	40

No obstant això, els doctors Cifuentes i Duran porten temps investigant en col·laboració, per la qual cosa si foren triats tots dos com a experts, això augmentaria l'eficàcia del projecte en 30 unitats addicionals.

A més, cada col·laborador rebrà 6 000 € i aportarà una eficàcia de 6 unitats, mentre que cada auxiliar rebrà 3 000 € i aportarà una eficàcia de 2 unitats.

El Dr. Álvarez no està disposat a participar en el projecte si no participa també la doctora Duran, i aquesta ha dit que, en cas de ser triada, exigirà comptar almenys amb 10 col·laboradors i 15 auxiliars.

Determina què dos experts convé incorporar al projecte i quants col·laboradors i auxiliars per a minimitzar les despeses garantint una eficàcia d'almenys 300 unitats.

Modelitza el problema indicant clarament el significat de cada variable, de la funció objectiu i de cada restricció, resol-lo amb LINGO, indica la solució òptima (amb paraules, és a dir, de manera que els directors de l'empresa entenguin el que els convé fer encara que no sàpien programació matemàtica) i comprova que la solució que proposes compleix tots els requisits del problema.

COGNOMS: \_\_\_\_\_ NOM: \_\_\_\_\_

Una empresa té pendent servir cinc comandes que li han encarregat, però només disposa de dues fàbriques que poden preparar dues comandes cadascuna aquesta setmana, mentre que la cinquena haurà d'esperar fins a la setmana pròxima.

La taula següent conté els kg de producte de què consta cada comanda, i el cost d'elaborar-la en cada fàbrica:

	Comanda 1	Comanda 2	Comanda 3	Comanda 4	Comanda 5
kg	200	300	600	400	500
Cost F1	3 000	4 200	900	2 700	3 300
Cost F2	2 500	4 100	850	2 100	3 000

El procés de producció requereix que una fàbrica només pugui fer-se càrrec de la quarta comanda si també s'ocupa de la cinquena. A més, per limitacions del servei de transport, la producció setmanal de cada fàbrica no pot excedir els 800 kg. Determina quines comandes han de preparar-se en cada fàbrica aquesta setmana i quina ha de deixar-se pendent per a la setmana pròxima per a minimitzar el cost de producció d'aquesta setmana.

Modelitza el problema indicant clarament el significat de cada variable, de la funció objectiu i de cada restricció, resol-ho amb LINGO, indica la solució òptima (amb paraules, és a dir, de manera que el gerent de l'empresa entengui el que li convé fer encara que no sàpia programació matemàtica) i comprova que la solució que proposes compleix tots els requisits del problema.

COGNOMS: \_\_\_\_\_ NOM: \_\_\_\_\_

Els laboratoris PLASTER S.A. tenen una línia de producció de cosmètics amb quatre productes principals: dues cremes facials (TALLOW PLUS i TALLOW SUPREME) i dues cremes solars (SAUTÉ FOR MEN i SAUTÉ FOR WOMEN), però últimament té problemes de proveïment de BREAM OIL, una de les matèries primeres comunes als quatre, per la qual cosa desitja determinar els hl de cada producte que li convé elaborar diàriament emprant la menor quantitat possible de litres d'aquest ingredient. Això li porta al problema d'optimització següent, en el qual s'exigeix aconseguir un nivell de benefici de 5000€ sense excedir el pressupost de 1800€ de la línia de cosmètics del laboratori i garantint una producció mínima de cremes facials i cremes solars:

Min.	$200TP + 230TS + 140SM + 320SW$	Materia primera (BREAM OIL)
s.a	$40TP + 50TS + 30SM + 80SW \geq 5000$	Benefici
	$20TP + 25TS + 10SM + 30SW \leq 1800$	Pressupost
	$TP + TS \geq 10$	Crema facial
	$SM + SW \geq 20$	Crema solar
	$TP, TS, SM, SW \geq 0$	

Variable	Value	Reduced Cost
TP	10.00000	0.000000
TS	0.000000	10.00000
SM	100.0000	0.000000
SW	20.00000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
MATERIA_PRIMERA	22400.00	-1.000000
BENEFICI	0.000000	-10.00000
PRESSUPOST	0.000000	16.00000
CREMA_FACIAL	0.000000	-120.0000
CREMA_SOLAR	100.0000	0.000000

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
TP	200.0000	10.00000	120.0000
TS	230.0000	INFINITY	10.00000
SM	140.0000	INFINITY	10.00000
SW	320.0000	20.00000	INFINITY

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
BENEFICI	5000.000	200.0000	333.3333
PRESSUPOST	1800.000	125.0000	66.66667
CREMA_FACIAL	10.00000	10.00000	10.00000
CREMA_SOLAR	20.00000	100.0000	INFINITY

Respon a les preguntes següents. Excepte en la 1, indica clarament:

- A) Dada o dades que uses en la resposta i la seua interpretació general (sense tindre en compte la pregunta o el context del problema).
- B) Interpretació de la dada o les dades en el context del problema (sense tecnicismes i sense tindre en compte la pregunta).
- C) (Si escau) resposta raonada a la pregunta.

1. **(0.2 punts.)** Indica breument què és el membre esquerre i el dret de cada restricció:

Benefici:	_____	>	_____
Pressupost:	_____	<	_____
Crema facial:	_____	>	_____
Crema solar:	_____	>	_____

2. **(0.2 punts.)** Si la solució de LINGO haguera sigut:

Row	Slack or Surplus	Dual Price
PRESSUPOST	100.0000	0.000000

Com s'interpretarien aquests valors?

- 3. **(0.3 punts.)** Què seria més convenient per a fer front a l'escassetat de BREAM OIL, que els laboratoris disminuïren la seua exigència de benefici en 100€ o que augmentaren el seu pressupost en 80€?
- 4. **(0.5 punts.)** Quin benefici addicional aconseguiria PLASTER S.A. si poguera comptar amb 100€ més de pressupost? Amb aquest pressupost addicional, convindria produir més crema facial?
- 5. **(0.3 punts.)** Els laboratoris volen produir certa quantitat de crema TALLOW SUPREME perquè la crema no deixi d'estar disponible en el mercat. Quants hectolitres podria fabricar sense que la producció total necessite més de 22 450 litres de BREAM OIL?
- 6. **(0.3 punts.)** Un tècnic de PLASTER S.A. ha comprovat que es pot produir un hectolitre de crema SAUTÉ FOR MEN emprant tan sols 120 litres de BREAM OIL sense que el producte perda les seues característiques. Si s'introdueix aquesta modificació en la seua composició, convindrà modificar les quantitats elaborades de cada producte?
- 7. **(0.2 punts.)** Raona si és vertader o fals:

*Com el cost reduït de TP és 0, PLASTER S.A. podria produir més hectolitres de TALLOW PLUS sense gastar més BREAM OIL que el que gasta amb la solució proposada per LINGO.*



COGNOMS: \_\_\_\_\_ NOM: \_\_\_\_\_

Un agricultor ha comprat 5 hectàrees de terreny i està planificant la manera en què li convé explotar-les. Per a això es planteja la possibilitat de cultivar arròs, bresquilla, civada, espinac, cereal per a farratge i gira-sol. Conscient que cada vegada hi ha més problemes amb el subministrament d'aigua de reg, vol triar quantes hectàrees dedica a cada cultiu de manera que l'aigua necessària siga la mínima possible, garantint un benefici mínim de 25 u.m. A més, vol obtindre almenys 2 900 kg de cereals i té expectatives que, a llarg termini, el cultiu del gira-sol serà especialment recomanable, per la qual cosa vol dedicar-li almenys una hectàrea. El problema següent determina la superfície que convé dedicar a cada cultiu:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Min.} & 1.7A + 8B + 1.7C + 3E + 1.5F + 2G \quad \text{dam}^3 \text{ d'aigua} \\
 \text{s.a} & 3A + 7B + 4C + 5E + 2F + 3.5G \geq 25 \quad \text{Benefici} \\
 & A + B + C + E + F + G \leq 5 \quad \text{Hectàrees disponibles} \\
 & 1300A + 1600C + 2100F \geq 2900 \quad \text{kg de cereal} \\
 & G \geq 1 \quad \text{Gira-sol} \\
 & A, B, C, E, F, G \geq 0
 \end{array}$$

Variable	Value	Reduced Cost
A	0.000000	2.725000
B	1.656250	0.000000
C	1.812500	0.000000
E	0.5312500	0.000000
F	0.000000	4.425000
G	1.000000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
AIGUA	19.92500	-1.000000
BENEFICI	0.000000	-2.500000
HECTAREES	0.000000	9.500000
CEREALS	0.000000	-0.0007500
GIRA-SOL	0.000000	-2.750000

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
A	1.700000	INFINITY	2.725000
B	8.000000	INFINITY	2.400000
C	1.700000	3.353846	1.200000
E	3.000000	0.8000000	INFINITY
F	1.500000	INFINITY	4.425000
G	2.000000	INFINITY	2.750000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
BENEFICI	25.00000	1.062500	3.312500
HECTAREES	5.000000	0.6625000	0.1517857
CEREALS	2900.000	566.6667	2900.000
GIRA-SOL	1.000000	0.3035714	1.000000

Respon a les preguntes següents. Excepte en la 1, indica clarament:

- A) Dada o dades que uses en la resposta i la seua interpretació general (sense tindre en compte la pregunta o el context del problema).
- B) Interpretació de la dada o les dades en el context del problema (sense tecnicismes i sense tindre en compte la pregunta).
- C) (Si escau), resposta raonada a la pregunta.

1. **(0.2 punts.)** Indica breument què és el membre esquerre i el membre dret de cada restricció:

Benefici:		$\geq$	
Has. disponibles:		$\leq$	
kg de cereal:		$\geq$	
Gira-sol:		$\geq$	

2. **(0.2 punts.)** Si la solució de LINGO haguera sigut:

Row	Slack or Surplus	Dual Price
HECTAREES	0.500000	0.000000
CEREALS	100.0000	0.000000

com s'interpretarien el 0.5 i el 100?

- 3. **(0.2 punts.)** L'agricultor estaria interessat en diversificar la seua producció dedicant almenys mitja hectàrea de terreny al cultiu d'arròs o de cereal de farratge. Quina opció seria preferible?
- 4. **(0.3 punts.)** Implantant un sistema de reg més eficient es podria reduir en 1.3 dam<sup>3</sup> la quantitat d'aigua que requereix cada hectàrea de civada. Convindria llavors dedicar més terreny al civada? Convindria alterar el terreny dedicat als altres productes? Si s'aplicara aquesta tècnica a altres productes les respostes serien les mateixes?
- 5. **(0.7 punts.)** L'agricultor té la possibilitat d'adquirir un terreny proper de 0.5 hectàrees. Augmentarien amb això les seues necessitats d'aigua?, en quant? Quin benefici adicional aconseguiria amb això? Convindria cultivar en ells algun producte dels quals no recomana LINGO?
- 6. **(0.2 punts.)** Corregeix l'afirmació següent perquè siga correcta: *El cost reduït de la variable G indica que l'agricultor podria destinar més superfície al cultiu de gira-sol sense que varie el seu benefici.*
- 7. **(0.2 punts.)** Quanta aigua adicional caldria per a dedicar 0.1 hectàrees més al cultiu de gira-sol?

COGNOMS: \_\_\_\_\_ NOM: \_\_\_\_\_

Una empresa disposa de 5 fàbriques en les quals planeja ampliar la plantilla per a augmentar la producció diària de quatre productes. Les dues primeres fàbriques podrien albergar fins a 10 nous treballadors cadascuna, i les tres últimes fins a un màxim de 30 cadascuna, però els recursos disponibles no permeten contractar més de 70 treballadors en total.

La taula següent recull la productivitat esperada de cada nou treballador en cadascuna de les fàbriques (és a dir, la quantitat de productes addicionals que s'aconseguiria amb cada treballador) juntament amb el salari mensual que cobraria cadascun.

	Fàbrica 1	Fàbrica 2	Fàbrica 3	Fàbrica 4	Fàbrica 5
Producte 1	500	550	490	600	480
Producte 2	30	20	60	50	60
Producte 3	120	90	70	100	130
Producte 4	5	1	8	7	4
Salari	2 500	2 300	2 600	2 200	2 100

Amb la contractació dels nous treballadors, l'empresa aspira a aconseguir almenys 9 000 unitats diàries del primer producte, 3 200 del segon, 2 000 del tercer i 310 del quart.

Per raons de logística, a les fàbriques quarta i cinquena no convé que el nombre de nous treballadors contractats en una excedisca al doble dels contractats en l'altra.

D'altra banda, l'empresa es planteja negociar la contractació d'un grup de treballadors que han quedat en atur recentment per la fallida d'una altra empresa. Això permetria reduir en 500 € el salari de cada treballador, però la negociació exigiria contractar almenys 5 treballadors en cada fàbrica.

Determina quants treballadors convé contractar en cada fàbrica per a aconseguir la producció desitjada de cada article amb cost mínim, així com si convé contractar els nous treballadors d'entre la plantilla de l'empresa en fallida.

COGNOMS: \_\_\_\_\_ NOM: \_\_\_\_\_

Una empresa de reprografia té en una ciutat un local central i tres sucursals, i el propietari està pensant en dotar-les de noves impressores més potents. Concretament, es planteja comprar fins a 10 en la central i fins a 6 en cada sucursal. Després d'haver seleccionat el model d'impressora més convenient per a cada local, resulta que el cost per unitat seria de 90 u.m. per a les de la central i de 100, 120 i 180 u.m., respectivament, en les tres sucursals. Per no concentrar l'equip, el propietari no vol que les impressores que reba la central siguin més del doble de les que rep qualsevol de les sucursals.

La taula següent mostra els beneficis mensuals que cada impressora proporcionaria en cada local:

	Central	$S_1$	$S_2$	$S_3$
Fotocòpies	60	50	50	90
Impressió publicitat	30	40	70	80
Impressió llibres	35	70	60	70

D'altra banda, el gerent considera la possibilitat de comprar les impressores a un altre distribuïdor que li permetria reduir en 15 u.m. el cost de cadascuna aollint-se a una oferta promocional que li exigiria instal·lar almenys dues impressores en cada local.

Determina quantes impressores convé adquirir per a cada local per a aconseguir almenys un benefici mensual de 1500 u.m. en fotocòpies, de 800 en publicitat i de 600 en llibres amb una inversió inicial de cost mínim, així com si li convé comprar-les al primer proveïdor o al que li fa l'oferta promocional.