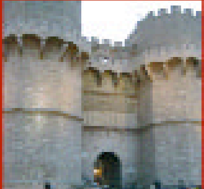
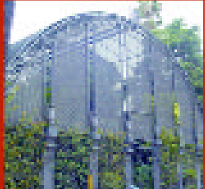
RUTAS MATEMÁTICAS POR VALENCIA

Onofre Monzó
Luis Puig
Tomàs Queralt

I

De las Torres de los Serranos al Jardín Botánico





Título: Rutas matemáticas por Valencia
I De las Torres de los Serranos al Jardín Botánico.

Onofre Monzó del Olmo
Luis Puig Espinosa
Tomás Queralt Llopis

I.S.B.N.: 978-84-370-665
D.L.:
Printed in Spain
Imprime:

RUTAS MATEMÁTICAS POR VALENCIA

El ser humano viene a este mundo con dos ojos, pero sólo después de paciente enseñanza aprende a ver. Mediante una observación intensiva y una creciente intuición interna la facultad óptica se robustece, capacitándolo para la creación de una forma genuina y, a través de un lento proceso de consideración selectiva, para la acuñación de conceptos valorativos de lo artístico. En nuestra época, con el énfasis libresco de su sistema educativo, la capacidad de percepción sensible ha permanecido sin desarrollar y, junto con ella, el sentido de la belleza.

Walter Gropius

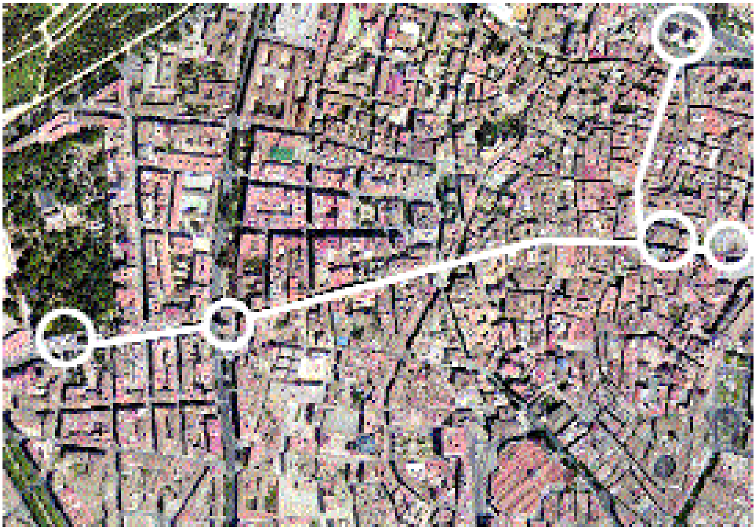
Vas a iniciar un recorrido en grupo por las calles, plazas y parques de Valencia con la intención de ver y apreciar las matemáticas que están presentes por todas partes. Ponte en disposición de ver matemáticas a tu alrededor, y ¡adelante!
¿Qué haremos y cómo?

INSTRUCCIONES Y NORMAS BÁSICAS

Lo más importante: sigue las instrucciones del monitor y de tu profesorado. El recorrido tiene una duración aproximada de tres horas, durante el cual haremos diversas paradas. Actúa con precaución durante toda actividad.

Hay preguntas y propuestas que requerirán acciones o respuestas individuales; otras, en parejas o en grupo. Habrás de hacer estimaciones, medidas, observaciones, dibujos o esquemas, cálculos..., e, incluso, algunas fotografías. Hay actividades que deberás realizar en un punto concreto del recorrido y otras durante todo él; algunas actividades habrás de hacerlas en el mismo momento, y otras, posteriormente, en clase. Observa especialmente el mobiliario urbano (farolas, bancos, papeleras, logotipos, anuncios, etc.), la geometría de la calle y los edificios (suelos, puertas, rejas, fachadas, etc.). Busca cuerpos y formas (cubos, cilindros, triángulos, cuadriláteros, cónicas, espirales, etc.) y propiedades como paralelismo y perpendicularidad, simetrías...

¡Trabaja y pásatelo lo mejor posible!



DE LAS TORRES DE LOS SERRANOS AL JARDÍN BOTÁNICO

El recorrido

Comenzaremos el recorrido en las Torres de los Serranos y finalizaremos en el Jardín Botánico. A lo largo del itinerario nos iremos fijando en los diferentes elementos que pueden tener relación con las matemáticas y haremos unas paradas en las que resolveremos las actividades propuestas. Debemos prestar atención al tráfico que hay a lo largo de la ruta y seguir las indicaciones de los monitores y profesores.
Las paradas:

1. **Torres de los Serranos**
2. **Palacio de la Generalitat**
3. **Plaza de la Virgen**
4. **Plaza de la Reina**
5. **Torres de Cuarte**
6. **Jardín Botánico.**

Actividad para todo el recorrido

Durante el recorrido observarás la geometría que te rodea. Además, trata de localizar el lugar donde se han tomado las fotos que aparecen a continuación, e indica qué ideas matemáticas contienen.

PARADA 1
LAS TORRES DE LOS SERRANOS

Situación y contexto

Comenzadas a construir en 1392 por Pedro Balaguer, las Torres nacen como defensoras de uno de los accesos más usados de la Valencia antigua. Circundadas por un foso, daban acceso a los viajeros procedentes de la serranía, conduciendo desde el río hasta el mismo centro histórico. Desde 1586 hasta 1887 se utilizaron como prisión de nobles. En 1865 se derriban las murallas, con lo que las Torres quedan exentas. Posteriormente, su parte posterior fue descubierta, de forma que desde la Plaza de los Fueros se pueden observar cinco salas, con arcos de ojiva y bóvedas enervadas. Las Torres son un magnífico exponente de la arquitectura gótica.

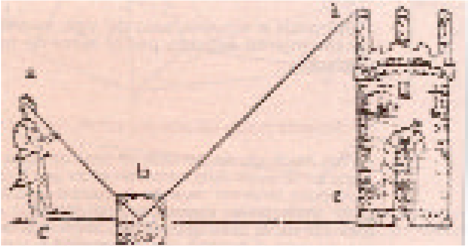
Actividad

Las Torres de los Serranos es una de las puertas por las que se accedía al interior de la ciudad amurallada de Valencia. En su construcción se tuvieron en cuenta distintos factores que hacían que su defensa fuera lo más fácil posible.

A Observa la forma que tiene cada una de las dos torres. Su base es un polígono. ¿Cuál?

B Enumera los elementos geométricos presentes en la fachada.

C Observa la parte posterior que daba al interior de la ciudad cuando estaba amurallada. Parece que hay un plano de simetría que pasaría exactamente por el centro de la puerta de entrada a la ciudad. También hay un plano ima-



ginario que parece haber cortado las torres de arriba abajo perpendicularmente al suelo, de manera que nos aparecen las secciones de los pasadizos interiores. Describe cómo son esas secciones.

D En el primer piso hay una ventana muy curiosa. Si tuviéramos que taparla, ¿qué figura geométrica necesitaríamos?

E Desde lo alto de las torres se divisa la ciudad. Si dispones de un plano y una brújula, ¿serías capaz de orientar el plano?

F Estima la altura de las torres. Después usa un espejo para calcular su altura aproximadamente. Compara tu estimación con tu cálculo y el de tus compañeros.

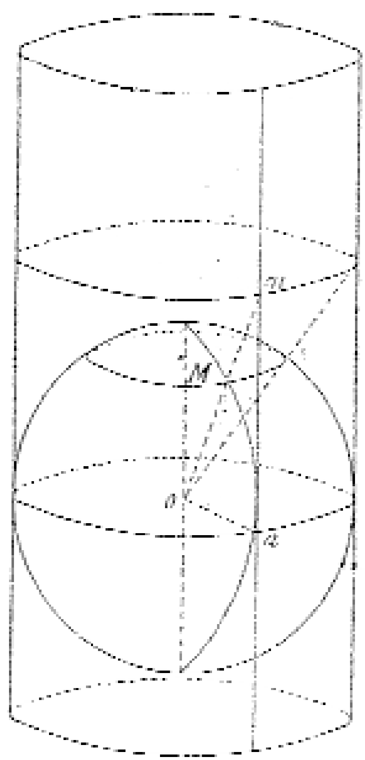
La representación de la superficie de la Tierra en un plano

El problema de representar la superficie de la Tierra en un plano es antiguo. Desde los primeros mapas persas y chinos hasta la actualidad, la cartografía ha intentado dar diferentes soluciones al problema de representar la superficie de la tierra (de forma casi esférica y por tanto no desarrollable) en un plano. Todas las soluciones utilizan un procedimiento llamado *proyección*, que consiste en poner en correspondencia los puntos de la superficie de una esfera con las de una figura que pueda desarrollarse en un plano. Así se puede representar entonces una región de la superficie de la Tierra sobre un plano.
Hay diversas maneras de poner en correspondencia los puntos de la superficie terrestre y los de un plano. En todas ellas, hay propiedades de las regiones que

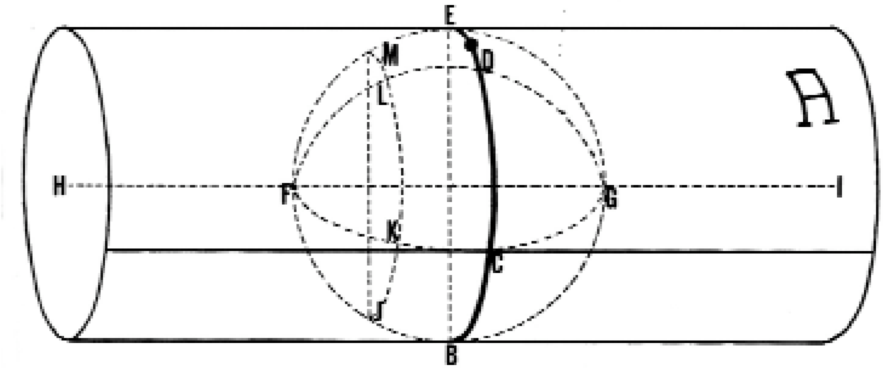
se conservan y propiedades que no se conservan. La *proyección conforme*, conserva los ángulos: a dos curvas cualesquiera de la superficie terrestre que se cortan en un punto, según un ángulo α, les corresponde dos curvas sobre el plano que también se cortan según el mismo ángulo α. Conservar los ángulos es lo más importante si el mapa se quiere usar para trazar rumbos.

Proyecciones de este estilo son las que se usan habitualmente para los mapas hechos a gran escala. Los sistemas de Mercator y de Lambert, que son los más usados, son ambos proyecciones conformes de la esfera, en el primer caso sobre una superficie cilíndrica y en el segundo sobre una superficie cónica. Fijaos que tanto la superficie cilíndrica como la cónica se pueden desarrollar en un plano, cortando por una generatriz y aplanando la superficie.

Mercator (1512-1594) proyectó la superficie de la Tierra en un cilindro tangente en el Ecuador, con lo que el eje del cilindro coincide con el eje de rotación de la Tierra. Meridianos distantes ángulos iguales se transforman en rectas paralelas equidistantes entre sí, pero los paralelos distantes ángulos iguales se transforman en rectas perpendiculares a las anteriores, cuyas distancias aumentan a medida que éstos están más lejos del Ecuador. El sistema de Mercator conserva los ángulos, pero no conserva la igualdad de áreas, ya que superficies con la misma área en la Tierra, aparecen más grandes en la proyección si están cercanas a los Polos que si están cercanas al Ecuador. Esta deformación de la superficie que hace la representación de Mercator se nota poco cuando el mapa no es de todo el mundo sino sólo de una parte en la que no hay mucha diferencia de latitud.

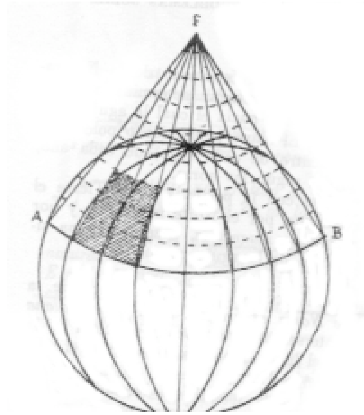


Lambert (1728-1777) inventó una variante de la proyección de Mercator, que se llama Proyección Transversa de Mercator. En esta proyección, el cilindro es tangente a un meridiano, en vez de al Ecuador, por eso se llama "Transversa de Mercator", ya que se ha girado 90º con respecto a la de Mercator. Como con-



secuencia de ese cambio de posición, ahora se conserva la distancia entre los paralelos, pero los meridianos ni se transforman en rectas ni conservan las distancias. La proyección que actualmente más se utiliza es la que se llama Tranversa Universal de Mercator (UTM, en sus siglas en inglés), que es una variante de la Transversa de Mercator en la que se tiene en cuenta que la Tierra no es una exactamente una esfera.

Lambert inventó también otra proyección que utiliza un cono en vez de un cilindro. El cono se coloca con su eje coincidente con el eje de rotación de la Tierra, con lo que la superficie del cono es tangente a un paralelo. Al desplegar la superficie del cono se obtiene un sector circular en el que los meridianos son rectas que pasan por el vértice del sector circular y los paralelos son arcos con centro en ese vértice.



PARADA 2

EL PALACIO DE LA GENERALITAT

Situación y contexto

El Palacio de la Generalitat está situado en el barrio de la Seo, la parte más antigua de la ciudad de Valencia. En este barrio estuvieron desde los más remotos orígenes fundacionales los principales edificios civiles y religiosos, como el foro romano, la basílica visigótica, el palacio real árabe y la mezquita; y, tras la conquista de Jaume I, la Seo, el palacio arzobispal y otros.

Espléndido ejemplo del gótico civil, con algunos añadidos renacentistas, la fachada que da a la plaza de Manises fue dirigida por el arquitecto Pere Comte, en 1481. Ha sido sede de las Cortes Valencianas, tras serlo de la Diputación y actualmente es la sede de la Presidencia de la Generalitat. Fue declarado Monumento Histórico Artístico en 1931.

Mosaicos

Un mosaico es un diseño formado por combinaciones de figuras geométricas planas, que cubren el plano sin dejar huecos ni solaparse. También se llama teselación, del latín *tessella*, nombre que daban los romanos a los azulejos usados en los pavimentos. Las culturas y civilizaciones más antiguas han usado los mosaicos para decoración, pero también hay muchos ejemplos en la naturaleza en la que una superficie está recubierta con formas geométricas sin dejar huecos ni solaparse.
El mosaico se construye repitiendo, de forma ordenada, una o varias figuras geométricas hasta completar una superficie. Un mosaico se llama *regular* si está construido usando únicamente un único polígono regular, y los vértices del mosaico son también vértices de todos los polígonos que concurren en él. Un mosaico se llama *semirregular* si está construido con varios polígonos regulares distintos (por ejemplo, triángulos y cuadrados), con la condición de que todos sus vértices sean iguales. Que dos vértices del mosaico sean iguales quiere decir que la serie

de polígonos que concurren en cada uno de ellos es la misma (por ejemplo, triángulo, triángulo, cuadrado, triángulo, cuadrado). Un mosaico se llama *uniforme de tipo 2* cuando está formado por polígonos regulares con dos tipos distintos de vértices. Para describir los mosaicos utilizamos el símbolo de Schläfi, que consiste en indicar qué polígonos concurren en cada vértice utilizando el número de lados como abreviatura del polígono regular correspondiente. Así, el mosaico regular de hexágonos se llamará (6,6,6) o bien 6^3, y el mosaico que hemos mencionado como ejemplo de semirregular se llamará (3,3,4,3,4).
El *motivo mínimo* de un mosaico es la figura más pequeña a partir de la cual es posible construir el mosaico completo, mediante las translaciones, giros y simetrías que dejan el mosaico invariante, es decir, mediante lo que se llama las autosimetrías, o simplemente las simetrías, del mosaico.

Actividad

El Palacio de la Generalitat consta de tres cuerpos: dos torreones y un cuerpo central más bajo. Es un edificio exento con tres puertas: la de la calle Caballeros, la de la plaza de Manises y la de la plaza de San Bartolomé.

A En la fachada que da a la plaza de Manises las ventanas de la planta baja tienen decoración geométrica. Examina los elementos de cada ventana. También se pueden observar regularidades en la distribución de las ventanas. Además, la marquetería de las ventanas forma mosaicos. Determina el motivo mínimo de cada uno de ellos. Describe de qué tipo de mosaicos se trata, usando el símbolo de Schläfi.

B En la fachada que da a la plaza de San Bartolomé se puede ver ele-

mentos propios del arte del renacimiento: los frontones, las simetrías, las proporciones en las ventanas… Pero no todas las ventanas guardan las mismas proporciones, ya que hay ventanas cuadradas.

C La fachada que da a la calle de Caballeros es muy similar a la que da a la plaza de Manises. Intenta recordar si hay alguna diferencia, y después compruébalo.

PARADA 3

LA PLAZA DE LA VIRGEN

Situación y contexto

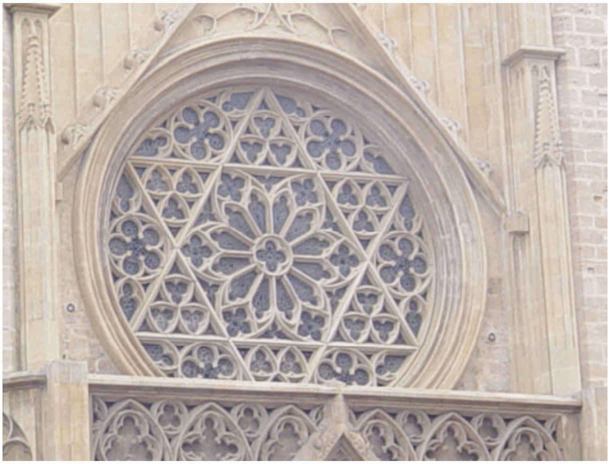
La plaza de la Virgen debió haber formado parte del gran foro de la Valencia romana, donde se cruzaban el *Cardo*, que debía corresponder a la actual calle del Salvador, y el *Decumanus*. El *Cardo* llegaba por el norte, más allá del puente sobre el Turia, hasta la vía de *Saguntum*, y por el sur acababa en una puerta situada en la actual calle del Mar. El *Decumanus*, siguiendo hacia el oeste la actual calle de los Caballeros, llegaba hasta las torres de Cuarte, y por el este acababa en la calle del Gobernador Viejo. Precisamente en esta noble vía del *Decumanus* es donde está ahora el Palacio de la Generalitat y donde los nobles valencianos se hicieron edificar, en la misma calle y en las plazas próximas, muchos palacios cuyos nombres aún corresponden a los de sus propietarios más importantes.

Actividad

A Localiza el lugar de la plaza donde las dos vías que eran los ejes de la ciudad romana se cruzaban perpendicularmente. ¿Podrías estimar la superficie de la plaza? ¿Cuántas personas crees que cabrían si estuviera llena de gente?

B La fuente de la plaza representa el río Turia rodeado por unas doncellas, que simbolizan las acequias de Valencia construidas por los romanos. ¿Sabrías identificar la forma de la fuente?

C En la fachada de la Basílica observamos tres puertas de acceso, una de ellas inutilizada. Fijémonos que cada puerta tiene sobre ella un balcón y que el tamaño de los tres balcones está en proporción con el de las tres puertas.



D Observa la puerta de los Apóstoles. Seguro que encontrarás elementos proporcionales entre sí. Sobre ella hay una vidriera en la que hay inscrita una estrella de seis puntas, compuesta por dos triángulos equiláteros. La vidriera está rodeada por círculos concéntricos, y sobre ella hay una cornisa paralela a los lados de uno de los triángulos. Haz una foto de la puerta de manera que aparezca el rosetón e identifica las figuras geométricas que te aparezcan en la foto.

Mide las dimensiones de la puerta. Si el diámetro del rosetón es de 6′5 m., calcula:

- la escala de la foto que has hecho;
- el área del rosetón.

E Mide el ángulo con el que se ve la linterna o cimborrio con un goniómetro o un clinómetro. Lo usaremos para estimar la altura de la torre. Habrá que medir también desde qué distancia a la torre tomas esta medida. Por cierto, ¿a qué poliedro corresponde la forma de la torre?

F Observa la placa conmemorativa, en el suelo entre la Basílica y la Catedral, que recoge el testimonio literario de Tito Livio sobre la fundación de Valentia.

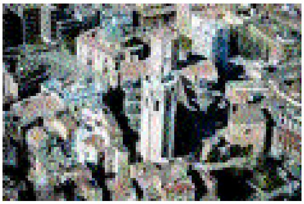
IUNIUS BRUTUS CONSUL IN HISPANIA IS QUI SUB VIRIATHO MILITAVERANT AGROS ET OPPIDUM DEDIT QUOD VOCATUM EST VALENTIA.

(El cónsul Junio Bruto dio en Hispania tierras y un lugar fortificado, que recibió el nombre de Valentia, a los que lucharon en época de Viriato.)

Además hay una indicación del año en números romanos. Investiga este tipo de numeración y compárala con la actual.

PARADA 4

LA PLAZA DE LA REINA



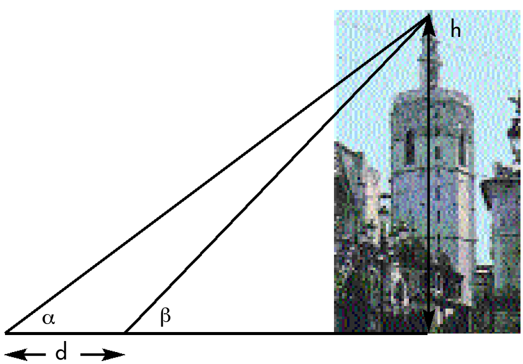
Situación y contexto

El lugar que actualmente ocupa la plaza de la Reina estaba constituido por edificios y un laberinto de calles similar al que se encuentra alrededor de la Seo. Estos edificios se demolieron a comienzos del siglo XX, dando lugar a lo que es actualmente la plaza.

Actividad

Lo que primero llama la atención de la plaza de la Reina es la torre-campanario de la Catedral, que llamamos el Miguelete. La torre se construyó en un momento en el que la ciudad pugnaba en importancia con otras, en un intento de dotarse de construcciones emblemáticas que la identificaran y mostraran como la más importante del antiguo Reino.

A Estima la altura del Miguelete, y después haz el cálculo utilizando algún instrumento de medida. Puedes utilizar el esquema que se adjunta y tomar las medidas con un clinómetro y una cinta métrica.



B Delante de la puerta barroca de la Catedral, un poco hacia la derecha, hay una maqueta del conjunto catedralicio. Observa los elementos de simetría y descríbelos. ¿Qué le haría falta para ser simétrica? ¿Cuál crees que puede ser la escala utilizada para hacer la maqueta?

C En la misma maqueta, pensada para que las personas ciegas puedan apreciar lo que es la Catedral, hay otra más pequeña de la ciudad. Intenta localizar distintos lugares de la ciudad con los ojos cerrados.

D Muchos de nosotros no sabemos el código que usan las persones ciegas para leer: se denomina el código Braille. Intenta identificar alguna letra del texto que aparece. ¿Qué puedes hacer para descubrir el código, aprovechando que el texto está escrito en castellano?

E En la fachada de la Catedral, puede verse una ventana, cuya forma es peculiar. El perímetro del vano de la ventana es una figura geométrica que se obtiene trazando tres arcos de circunferencia desde los tres vértices de un triángulo equilátero, tomando como radio el lado del triángulo. Esa figura geométrica se conoce con el nombre de triángulo de Reuleaux y tiene la interesante propiedad de que es una curva de anchura constante. Esta propiedad le permite rodar entre rectas paralelas tocando siempre a ambas rectas, cada una en un solo punto, y rodar en el interior de un cuadrado tocando siempre a sus cuatro lados, cada uno en un punto.

Además, es la figura de anchura constante de menor área, para un valor dado de la anchura.
Estas propiedades geométricas hacen que el triángulo de Reuleaux sea adecuado para hacer piezas industriales con esa forma para varios usos: las taladradoras que perforan agujeros cuadrados, algunos mecanismos de los proyectores de cine, o el llamado motor Wankel, en el que el pistón de los motores de explosión clásico es substituido por una pieza con forma de triángulo de Rouleaux, lo que hace, entre otras cosas, que el movimiento sea más suave y silencioso.

F En la calle de la Barchilla observarás una pasarela que conecta la catedral con el Palacio arzobispal. En el muro del Palacio arzobispal hay una piedra, datada de la época romana, que sirvió de molde para el recipiente que se utilizaba como medida de los cereales. Esa medida se llamaba "barchilla". En el Museo de Historia de Valencia está la barchilla original. Investiga sobre la forma del recipiente, su capacidad y las medidas tradicionales relacionadas con la barchilla.

PARADA 5

LAS TORRES DE CUARTE

Situación y contexto

El Portal de Cuarte, constituye junto al de los Serranos, anterior en construcción, el principal testimonio de los restos de una ciudad amurallada, como lo fue la Valencia medieval. Se trataba de la puerta que enlazaba con el camino que, pasando por Cuarte, se dirigía hacia Castilla, y por tanto constituía una de las principales puertas de acceso a la ciudad, junto con la de los Serranos abierta hacia el norte y otras ya desaparecidas (como la de San Vicente hacia el sur, o la del Mar, hacia el este y por tanto hacia el Grao). Se construyó entre 1441 y 1460 y vino a sustituir un portal menor anterior que no se encontraba acorde con la importancia de este acceso a la ciudad.

Actividad

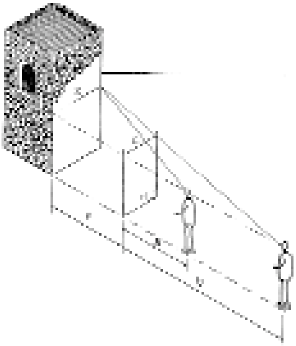
A Si observas las Torres desde la parte interior de la antigua ciudad amurallada, verás ciertas semejanzas con las Torres de los Serranos. Indícalas.

B En el interior de la Torre observarás un hueco de forma octogonal. Determina la superficie que abarca. ¿Sabrías dibujar un octógono regular con regla y compás?

C En líneas generales, el Portal sigue también el modelo de puerta flanqueada por torres, pero con unas peculiaridades que la distinguen de la Puerta de los Serranos. La más importante es que las torres prismáticas se substituyen por torres semicilíndricas. Esta característica ha

hecho que estas Torres se relacionen con el modelo del Arco de Triunfo de Castel Nuovo de Nápoles. ¿Cómo estimarías el volumen de cada torre, al ser semicilíndricas?

D Imagina que eres un atacante a las torres y no te puedes aproximar para medir su anchura. Estima esa anchura con algún método indirecto de cálculo.



PARADA 6

EL JARDÍN BOTÁNICO

Situación y contexto

Tras instalarse en diversas localizaciones, en el año 1802 se decide emplazar el jardín botánico de la Universidad en el huerto de Tramoieres, extramuros de la ciudad. Esta instalación fue impulsada por el rector de la Universitat de València Vicente Blasco, con el asesoramiento del botánico Cavanilles. Después de varias épocas de declive, la Universidad emprendió una renovación integral del jardín, bajo la dirección de Manuel Costa, gracias a la cual se pudo conmemorar su 200 aniversario con el espléndido jardín del que disfrutamos actualmente.

Actividad

A Observa la fachada exterior del Jardín Botánico que da a la calle Cuarte y describe los elementos geométricos que detectas.

B ¿Cuál es la luz de cada ventana circular?

C La dependencia de entrada al jardín tiene una forma característica, puesto que parece un cilindro. ¿Para qué piensas que el arquitecto la diseñó de esta forma?

D En el interior del jardín observarás múltiples conexiones entre las matemáticas y formas de la naturaleza. Describe alguna de esas formas.

E Observa el umbráculo. Determina qué modelo funcional serviría mejor para describir la forma de su cubierta.

Matemáticas y naturaleza

Seguramente observarás que muchas formas de la naturaleza tienen que ver con modelos geométricos: la esfera, la onda, el hexágono, el fractal, la parábola, la hélice, la espiral... Pero, ¿por qué hay formas que son más frecuentes que otras? ¿Qué razón determina estas formas?

Muchas hojas de árboles tienen un eje de simetría. Los pétalos de muchas flores tienen disposiciones pentagonales o hexagonales regulares. Los helechos reproducen la idea de fractal. Los troncos de ciertas palmeras tienen disposición en hélice. La espiral empaqueta, por lo que es una buena manera de crecer sin ocupar mucho espacio. Si cortamos un panal de abejas con un cuchillo, el corte es un mosaico de hexágonos. Esto es eficaz porque los hexágonos cubren el plano usando relativamente menos material para sus lados que cualquier otra figura geométrica.

ALGUNAS LECTURAS RECOMENDADAS

Meavilla, V. (1995). *Medir sin esfuerzo*. Colección Saber Hacer. Madrid: Alhambra Longman.

Mora, J. A. y Rodrigo, J. (1993). *Mosaicos*. Colección dos puntos. Granada: Proyecto Sur de Ediciones.

VNIVERSITAT DE VALÈNCIA

CÀTEDRA DE DIVULGACIÓ DE LA CIÈNCIA

MUSEU DE LES CIÈNCIES PRÍNCIPE FELIPE
VALENCIA

CSIC

MINISTERIO DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

CAM
OBRES SOCIALS

Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "al-Khwarizmi"