

TEMA 3: Rectificación no Controlada

Índice

TEMA 3: Rectificación no Controlada	1
3.1.- Introducción	1
3.2.- Rectificadores tipo P o de media onda	3
3.2.- Rectificadores tipo P o de media onda	4
3.2.1.- Rectificador tipo P1 o monofásico de media onda.....	4
3.2.2.- Rectificador P2 o bifásico de media onda.....	10
3.2.3.- Rectificador P3 o Rectificador trifásico de media onda.	11
3.2.4.- Generalización a N fases.....	14
3.2.5.- Conmutaciones. Caída de voltaje en funcionamiento real.....	16
3.3.- Rectificadores tipo P.D. o rectificadores en onda completa con la fuente conectada en estrella:	19
3.3.1.- Rectificador P.D.2	19
3.3.2.- Rectificador PD3.....	20
3.3.3.- Rectificador P.D.6	23
3.3.4.- Generalización a N fases.....	25
3.3.5.- Caída de tensión en funcionamiento real.....	27
3.4.- Rectificadores tipo S. o rectificadores en onda completa con la fuente conectada en polígono.....	29
3.4.1.- Rectificador S.3.....	29
3.4.2.- Generalización a N fases.....	33
3.4.3.- Caída de tensión en funcionamiento real.....	34

3.1.- Introducción.

En la mayoría de aplicaciones de la electrónica de potencia, la entrada de potencia que está en forma de voltaje alterno de 50 o 60 Hz proporcionada por el sistema de distribución, debe ser transformada en voltaje continuo no regulado. Para tal efecto se utilizan los rectificadores.

Los rectificadores o convertidores de corriente se caracterizan **por transformar la corriente alterna en continua**. De esta manera permiten la conversión directa desde un circuito alimentado con voltaje alterno, poder alimentar a la carga con corriente continua. Los rectificadores no controlados están formados exclusivamente por diodos, no necesitando circuitos de mando, por lo que los diodos conmutan de manera natural forzados por la fuente de alimentación.

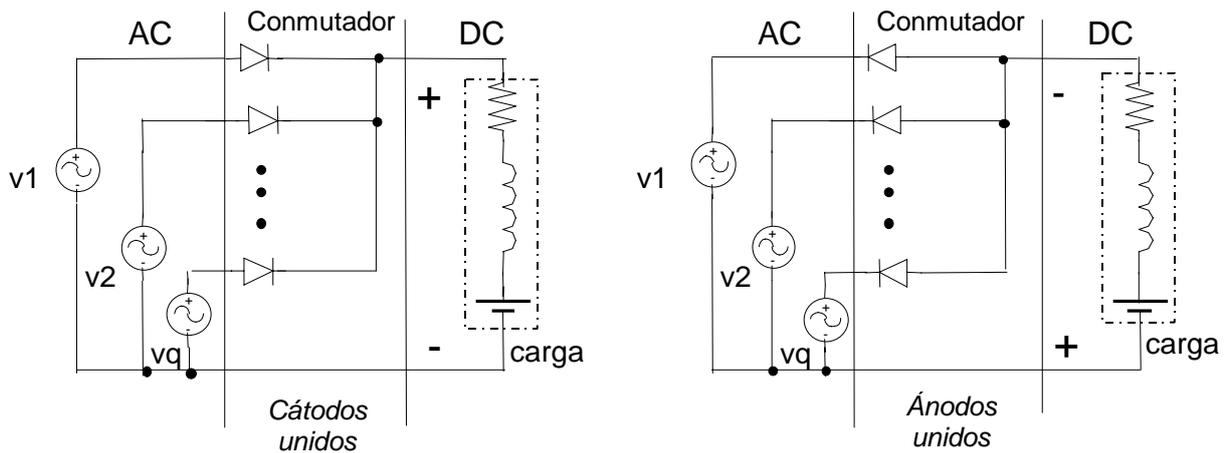
Para entender como funciona un rectificador bastan con fijarnos en dos aspectos:

1. Los conjuntos de diodos o conmutadores.
2. La forma como están conectados los devanados que suministran las tensiones alternas a rectificar: el tipo de montaje.

Para rectificar q tensiones alternas $v_1...v_q$ se utiliza un conjunto de q diodos que pueden estar conectados con los cátodos comunes o con los ánodos comunes, dando lugar a los dos tipos de conmutadores, cuyos esquemas se muestran en la siguiente figura:

a).- Los conmutadores con cátodos comunes o "más positivo", donde el voltaje de salida toma el valor en cada instante de la mayor tensión de entrada.

b).- Los conmutadores con los ánodos unidos o "más negativos", donde la tensión de salida toma en cada instante un valor igual al voltaje de entrada más negativo.



Circuitos rectificadores según el conmutador utilizado.

La única diferencia entre ambas configuraciones es que dan el voltaje de salida con polaridad distinta.

Tipos de rectificadores.

Para obtener un voltaje continuo se rectifica un conjunto de q voltajes alternos senoidales que forman un sistema polifásico equilibrado. Estos voltajes son suministrados por una red monofásica o trifásica a través de un transformador, cuyas misiones son:

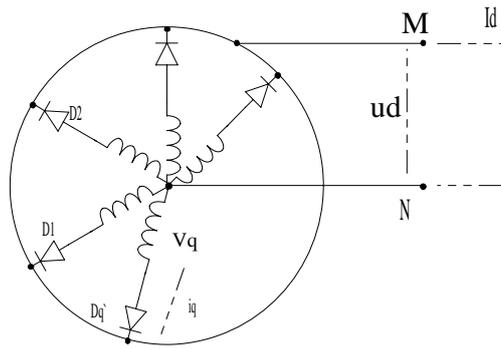
- Aislar galvánicamente la salida de corriente continua del generador de alterna.
- Acomodar el valor del voltaje de salida gracias a la relación de transformación.
- Mediante una configuración adecuada, contribuir a disminuir el rizado a la salida.

Una clasificación posible se basa en la forma como se conectan los devanados donde se encuentran las tensiones alternas:

* **Rectificador tipo paralelo (P) o de media onda** : Las q fases están conectadas en estrella. Los q devanados secundarios, cada uno en serie con su diodo, están montados en paralelo entre los bornes de salida. El punto M está siempre unido al borne más positivo 1, 2,..., q . El voltaje rectificado u_d se recoge entre M y el punto neutro N.

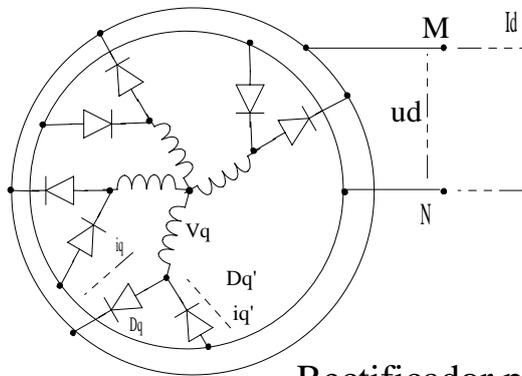
* **Rectificador tipo paralelo doble (PD) o en puente con la fuente conectada en estrella**: Los q devanados están también conectados en estrella, pero utilizando $2q$ diodos. Por tanto están formados por dos conmutadores de q diodos cada uno, uno con cátodos unidos y el otro con ánodos unidos. El voltaje rectificado es igual a la diferencia entre la más positiva y la más negativa de las tensiones alternas en cada instante.

* **Rectificador tipo serie (S) o en puente con la fuente conectada en polígono** : Los devanados donde aparecen las tensiones alternas se conectan en polígono (la suma de q tensiones que forman un sistema equilibrado es nula). Existen $2q$ diodos agrupados en dos conmutadores de q diodos cada uno, uno con cátodos unidos y el otro con ánodos unidos. Este tipo de rectificador trabaja no por comparación sino por suma, poniendo en serie, entre los bornes de salida, los devanados donde se encuentran las tensiones del mismo signo.



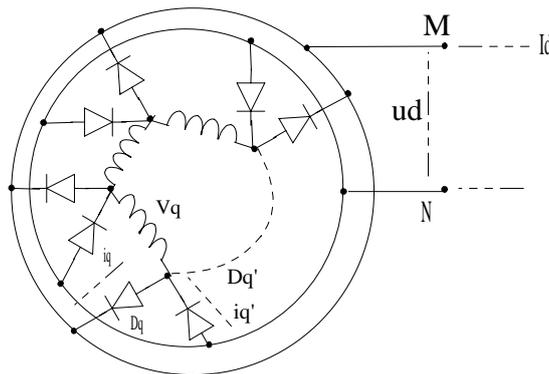
q fases en estrella.
 q secundarios en serie con diodo.
 i_{sec} unidireccional.

Rectificador polifásico de media onda (tipo P)



q fases en estrella.
 q secundarios \rightarrow 2q diodos.
 $U_d = V_{q^+} - V_{q^-}$.
 i_{sec} bidireccional.

Rectificador polifásico de puente con la fuente conectada en estrella (tipo P.D.)



q fases en polígono.
 q secundarios \rightarrow 2q diodos.
 $U_d = \Sigma V_{q^+} = \Sigma V_{q^-}$.
 $\Sigma V_q = 0 \rightarrow$ equilibrio.

Rectificador polifásico de puente con la fuente conectada en polígono (tipo S)

Diagramas y características de los diversos montajes rectificadores.

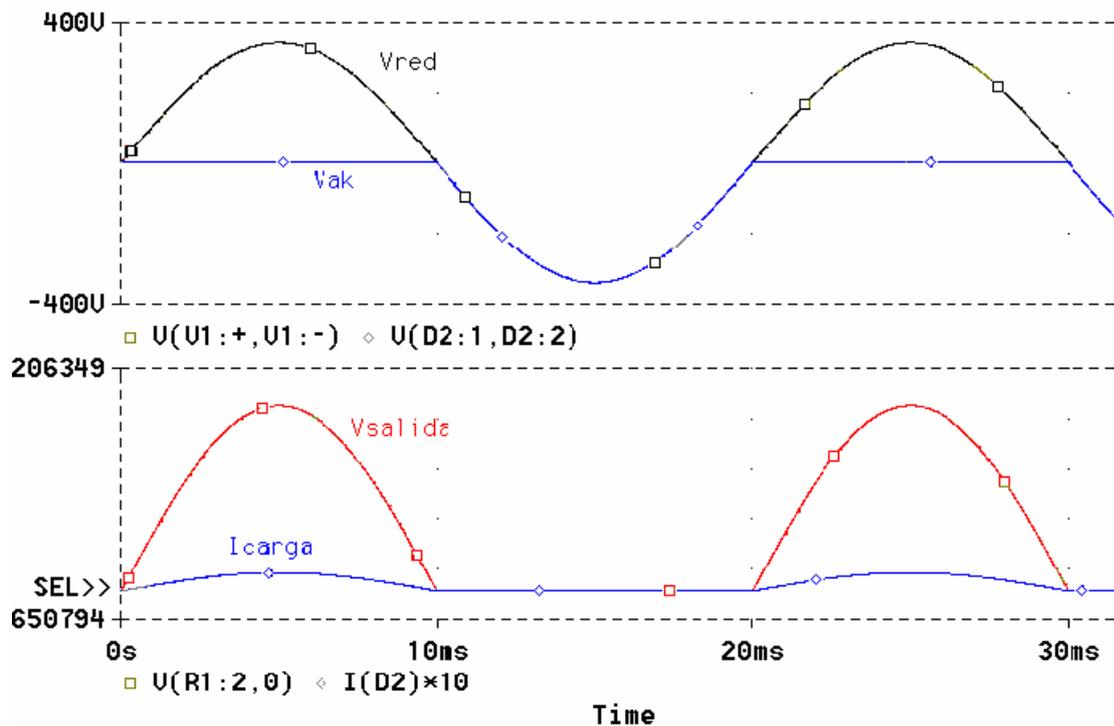
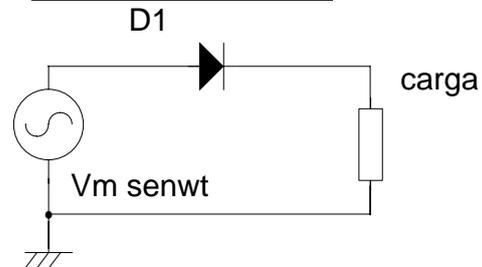
3.2.- Rectificadores tipo P o de media onda.

3.2.1.- Rectificador tipo P1 o monofásico de media onda.

Es el montaje más simple y únicamente utilizable para pequeñas potencias. El circuito básico y las formas de onda de su funcionamiento se muestran a continuación. El funcionamiento de dicho rectificador vendrá condicionado por el tipo de carga a la que este conectado.

La conducción del diodo se produce durante el intervalo $0 < \omega t < \pi$, durante el cual el voltaje $V_{ak} > 0$. Si el diodo es ideal, durante el semiciclo positivo el voltaje de la entrada se aplicará directamente a la carga. No habiendo conducción durante el semiciclo negativo de $\pi < \omega t < 2\pi$.

a.- Para carga resistiva:



Para tener referencia de la calidad de la señal rectificada podemos calcular los siguientes parámetros:

Valor medio del voltaje de salida o de carga:
$$U_{do} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u_d(t) \cdot dt$$

Valor promedio de la corriente de salida o de carga: I_{do}

Valor medio cuadrático (rms) o eficaz del voltaje de salida:
$$U_{rms} \text{ o } U_{d-ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T u_d(t)^2 \cdot dt}$$

El voltaje de salida rectificada tendrá por tanto la siguiente expresión:

$$v_o(t) = \begin{cases} V_m \cdot \text{sen}(\omega t) & 0 \leq \omega t \leq \pi \\ 0 & \pi \leq \omega t \leq 2\pi \end{cases}$$

con un valor medio igual a: $U_{do} = \frac{V_m}{\pi}$ y un valor eficaz o rms de: $U_{d-ef} = \frac{V_m}{2}$



Valor medio cuadrático (rms) o eficaz de la corriente de salida: Irms o Id-ef.

Factor de forma: $f_F \rightarrow$ indica la relación entre el valor eficaz y el valor medio. Si el factor de forma es grande, indica que la onda tiene poca componente continua y mucha alterna.

$$\text{Factor de forma : } f_F = \frac{U_{RMS}}{U_{d0}} = \frac{\pi}{2} = 1.57$$

El voltaje y/o la corriente de salida se puede descomponer en dos partes: el valor de continua y la componente de alterna u ondulatoria:

$$i = I_{DC} + \sum I_N \cdot \cos(n\omega t) = \langle i \rangle + i_{a-c}$$

$$I_{RMS}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 \cdot dt = \frac{1}{WT} \int_0^{2\pi} [I_{DC} + \sum I_n \cos(n\omega t)]^2 \cdot d\omega t$$

$$= I_{DC}^2 + \frac{2}{WT} I_{DC} \cdot \sum I_n \int_0^{2\pi} \cos(n\omega t) \cdot d\omega t + \frac{1}{WT} \sum I_n^2 \int_0^{2\pi} \cos^2 n\omega t \cdot d\omega t$$

$$\text{como : } \int_0^{2\pi} \cos(n\omega t) = 0 \qquad I_{RMS}^2 = I_{DC}^2 + I_{A-CRMS}^2$$

Factor de rizado: $r \rightarrow$ Indica la proporción de componente alterna que tiene la onda en relación con la componente de continua.

$$\text{Rizado de la señal rectificadora : } r = \frac{U_{rms-ac}}{U_{do}} = \frac{\sqrt{U_{rms}^2 - U_{do}^2}}{U_{do}} = \left(\sqrt{(f_F)^2 - 1} \right) \cdot 100 = 121\%$$

Si la señal es continua, el factor de forma es la unidad, y por lo tanto el rizado es nulo. Cuanto mayor sea el rizado peor será el montaje rectificador.

Potencia de salida en continua: $P_{cd} = U_{do} \cdot I_{do}$

es la potencia eléctrica continua consumida por la carga

Potencia en corriente alterna:

Potencia Media o Activa: Es la potencia consumida por un receptor sometido a un voltaje $v(t)$ y recorrido por una corriente $i(t)$. Es el valor medio de la potencia instantánea.

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t) \cdot i(t) \cdot dt \neq U_{do} \cdot I_{do}$$

Si $v(t)$ es senoidal en fase y consideramos que $i(t)$ está desfasada un ángulo θ , la potencia media se puede calcular como:

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t) \cdot i(t) \cdot dt = U_{rms} \cdot I_{rms} \cdot \cos(\theta) = S \cdot \cos(\theta)$$

Potencia Aparente: Es el producto de los valores eficaces de voltaje y corriente: $S = U_{rms} \cdot I_{rms}$

Potencia Reactiva: Es la parte imaginaria de la potencia aparente $Q = U_{rms} \cdot I_{rms} \cdot \sin(\theta)$

Así dado una tensión y una corriente periódica, las componentes de v e i en fase contribuyen a la potencia activa, mientras que las componentes en cuadratura son las que contribuyen a la potencia reactiva.

Para comparar la calidad del rectificador en el uso que se realiza del transformador, se puede cuantificar mediante los siguientes parámetros:

Factor de utilización de secundario (FU_S): Se define como el cociente entre la potencia en continua suministrada por el rectificador a la carga por fase y la potencia aparente en el secundario del transformador. En este caso, en carga resistiva, se obtiene un valor igual a:

$$FU_S = \frac{P_{\text{continua_carga}}}{P_{\text{aparente_secundario}}} = \frac{U_{do} \cdot I_{do}}{U_{SEC-RMS} \cdot I_{SEC-RMS}} = \frac{U_{do}^2 \cdot \frac{1}{R_{\text{carga}}}}{U_{SEC-RMS} \cdot \frac{V_{o-RMS}}{R_{\text{carga}}}} = \frac{\left(\frac{V_m}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{R_{\text{carga}}}}{\left(\frac{V_m}{\sqrt{2}}\right) \cdot \frac{V_m}{2 \cdot R_{\text{carga}}}} = \left(\frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\pi^2}\right) = 0.287$$

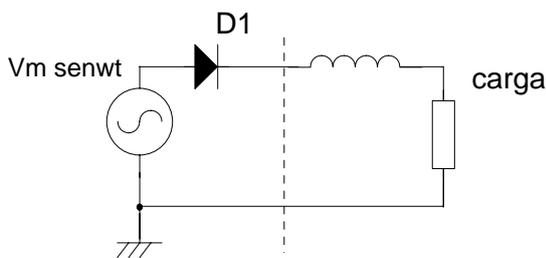
1/F_s=3.49, lo que significa que el transformador debe ser 3.49 veces mayor de lo que tendría que ser para proporcionar energía a partir de un voltaje de corriente alterna puro. Además tiene que conducir continua, pudiendo dar un problema de saturación.

Cuando utilizamos un transformador, la potencia de alterna por cada fase consumida por la carga del rectificador es menor que la que consume la fase correspondiente del primario, pues aunque las intensidades sean iguales, la tensión eficaz del rectificador es menor que la de primario (V_m/√2), ya que en el secundario no hay una senoide, sino una onda rectificada.

Factor de conversión o Rendimiento (η): Se define como la relación entre la potencia continua entregada a la carga y la potencia aparente cedida por la fuente a la carga. Este parámetro sirve para comparar la efectividad del montaje para rectificar la tensión alterna disponible. En este rectificador obtenemos:

$$\eta = \frac{P_{\text{dc-carga}}}{P_{\text{aparente-carga}}} = \frac{\frac{U_{do}^2}{R_{\text{carga}}}}{U_{d-RMS} \cdot I_{d-RMS}} = \frac{\left(\frac{V_m}{\pi}\right)^2}{\frac{U_{d-RMS}^2}{R_{\text{carga}}}} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 = 0.405$$

b.- Para carga mixta RL:



El circuito y las formas de onda más características se muestra a continuación. Al tener una carga no lineal, la bobina almacenará energía durante el intervalo en que la corriente es creciente, siendo devuelta posteriormente. Por efecto de la energía almacenada, se provocará la conducción del diodo a partir del instante wt=π, punto de cruce por cero del voltaje de entrada. Así el diodo conducirá durante el semiperíodo negativo, reduciendo el valor continuo a la salida.

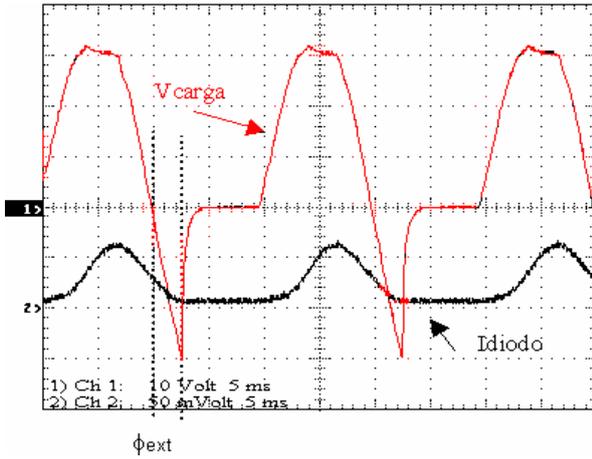
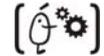
Analizando el circuito obtenemos las siguientes ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} V_{\text{carga}} &= V_L + V_R = L \frac{di}{dt} + Ri \\ V_{\text{secundario}} &= V_m \sin(\omega t) = L \frac{di}{dt} + Ri \end{aligned} \right\} \text{durante } 0 < \omega t < \omega t_3$$

Resolviendo esta ecuación diferencial de primer orden con coeficientes constantes, obtenemos:

$$i_d(t) = \frac{V_m}{Z} \cdot \sin(\omega t - \phi) + A \cdot e^{-Rt/L}$$

donde $Z \equiv \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ y $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$



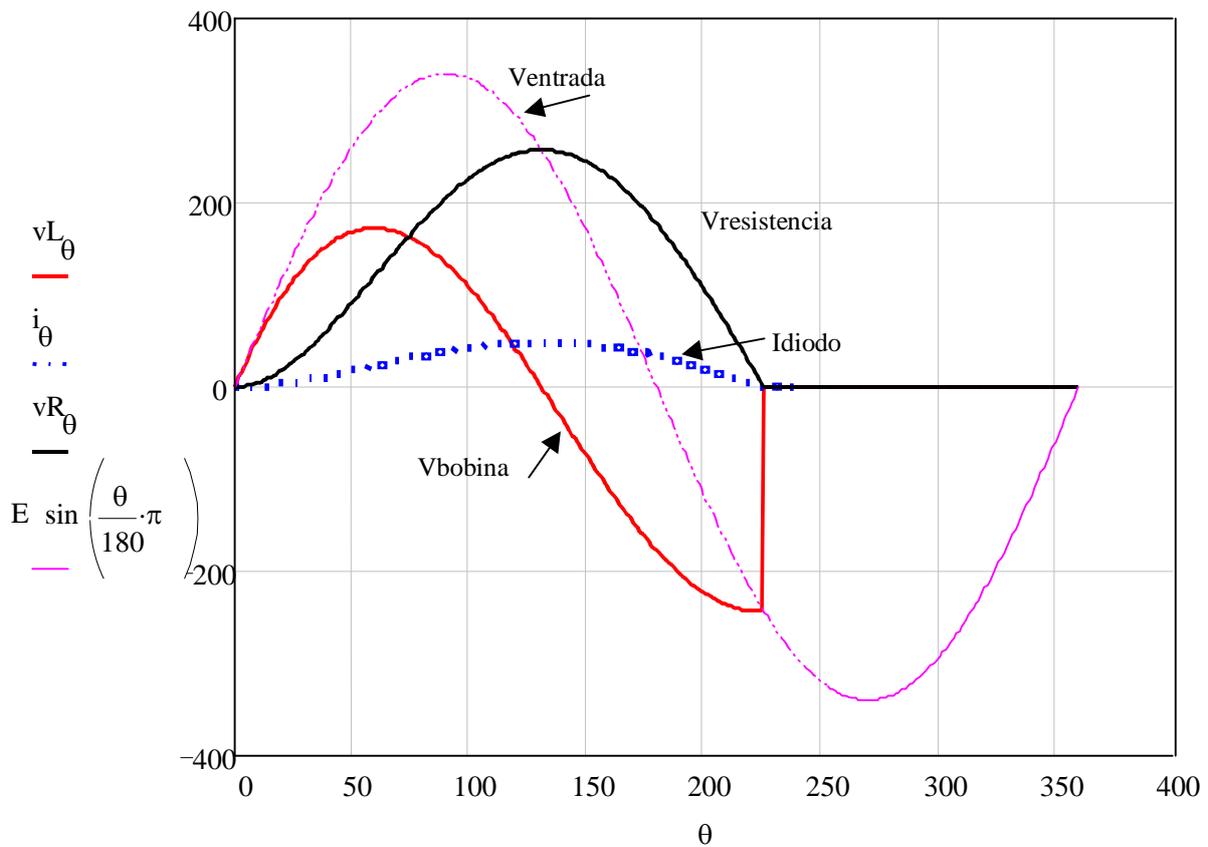
Para obtener el valor de A aplicamos las condiciones iniciales: la corriente en el instante inicial es nula:

$$i_d(0) = 0 \rightarrow A = \frac{V_m}{Z} \cdot \sin\phi = \frac{V_m \omega L}{Z^2}$$

El **ángulo de extinción** es aquel en el que la corriente se anula, habiendo sido forzada por la bobina, y se puede calcular resolviendo la ecuación trascendente

$$i_d(\omega \cdot t_3) = i_d(\phi_{ext.}) = 0, \text{ es decir,}$$

$$\text{sen}(\phi_{ext} - \phi) + \text{sen}(\phi) \cdot e^{-\frac{R \cdot \phi_{ext}}{L\omega}} = 0$$



Analicemos la tendencia del tiempo de extinción para diferentes condiciones de la carga RL.
Si $R \gg L\omega$

$$Q = \tan(\phi) = \frac{L\omega}{R} \rightarrow 0 \quad \Rightarrow \quad \text{sen}(\phi) = 0 \quad \Rightarrow \quad \phi = 0, \pi, 2\pi$$

entonces substituyendo, obtenemos:

$$i(t)_{R \gg L\omega} = \frac{V_m}{R} \cdot [\text{sen}(\omega t - 0) + 0] \quad \Rightarrow \quad i(t) = 0 \Rightarrow \omega t_3 = 0, \pi \Rightarrow t_3 = \begin{cases} 0 \\ \frac{\pi}{\omega} = \frac{T}{2} \end{cases}$$

En este caso la corriente está en fase con la tensión y la corriente del diodo se anula al pasar por cero la tensión en $T/2$.

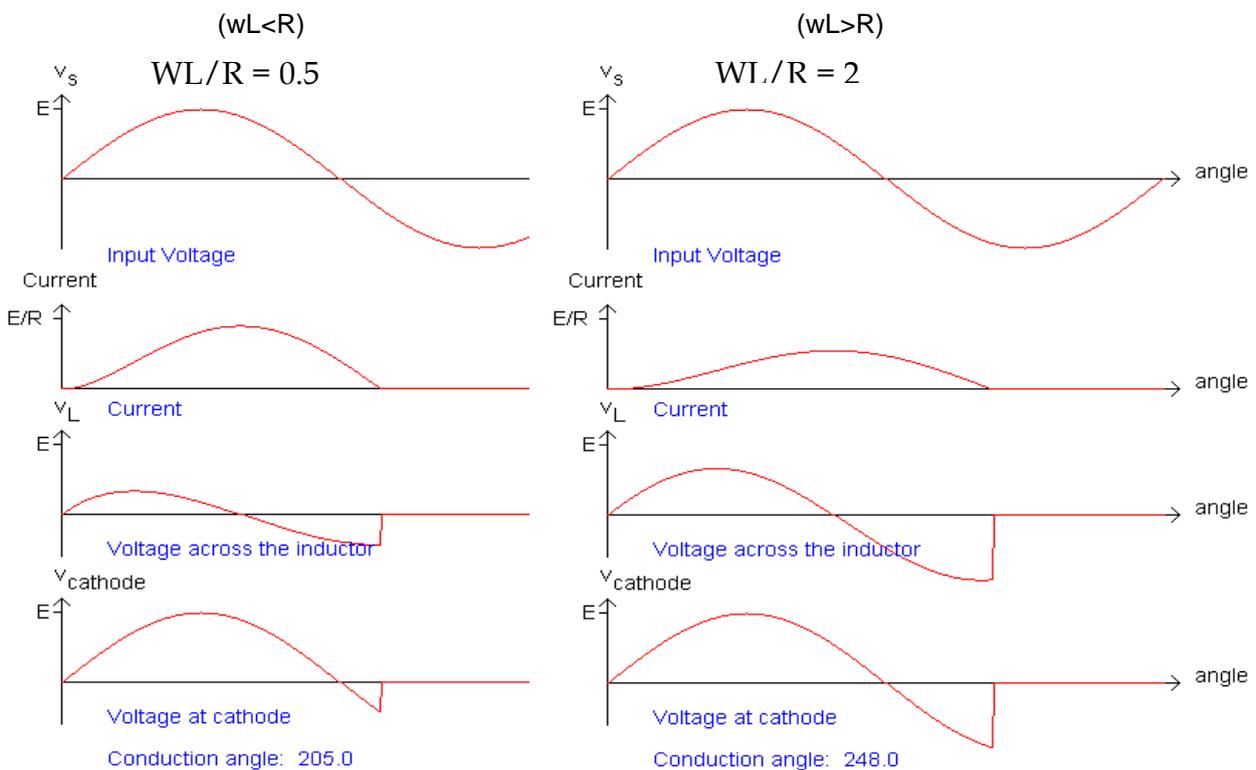
Ahora si $L\omega \gg R$ y $L \gg R$

$$Q = \tan(\varphi) = \frac{L\omega}{R} \rightarrow \infty \quad \Rightarrow \quad \cos(\varphi) = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

entonces substituyendo, obtenemos:

$$i(t)_{L\omega \gg R} = \frac{V_m}{L\omega} \cdot \left[\text{sen}(wt - \frac{\pi}{2}) + 1 \right] = \frac{V_m}{L\omega} \cdot [1 - \cos(wt)] \Rightarrow i(t_3) = 0 \Rightarrow wt_3 = 0, 2\pi \Rightarrow t_3 = \begin{cases} 0 \\ \frac{2\pi}{\omega} = T \end{cases}$$

Cuando la carga se hace cada vez más inductiva, la corriente por la bobina está cada vez más retrasada de la tensión y mantiene al diodo conduciendo durante el semiperiodo negativo, estando para una carga puramente inductiva conduciendo todo el periodo T.



Calculemos las especificaciones del voltaje de salida rectificada:

El valor medio de la tensión en la carga es: $V_o = V_R + V_L$

$$V_{entrada} - L \cdot \frac{di_d}{dt} - R \cdot i_d = 0 \quad \rightarrow \quad i_d(wt) = \frac{V_m}{R} \text{sen}(wt) - \frac{wL}{R} \cdot \frac{di_d}{d(wt)}$$

$$I_{do} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{\phi_{ext}} i_d(wt) \cdot dwt = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{2\pi R} \cdot (1 - \cos \phi_{ext}) \quad \text{como } \langle V_L \rangle = 0$$

$$U_{do} = \langle V_L \rangle + \langle V_{Rload} \rangle = 0 + \frac{R}{2\pi} \cdot \int_0^{\phi_{ext}} i_d(t) \cdot dwt = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{2\pi} \cdot (1 - \cos \phi_{ext})$$

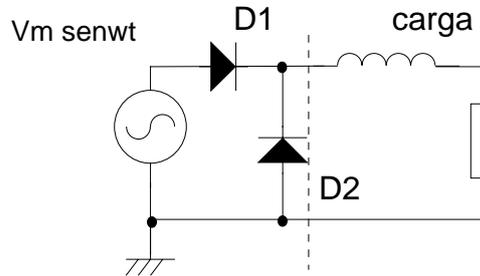
y el valor eficaz:

$$U_{d_rms} = \sqrt{\frac{V_m^2}{2\pi} \cdot \left(\frac{\phi_{ext}}{2} - \frac{\text{sen}(2\phi_{ext})}{4} \right)}$$



Una característica interesante pero a la vez desafortunada, es la dependencia del voltaje de salida con la carga, lo cual indica que este rectificador **posee regulación de carga**. Para evitar este fenómeno se utilizará un diodo adicional en el montaje anterior, diodo denominado de libre circulación permitiendo que la corriente en la carga sea continua, y previniendo que el voltaje en la carga sea negativo. Esta configuración se muestra en la siguiente figura, junto con las formas de onda más representativas.

c.- Diodo volante para carga mixta RL:



Sin el diodo volante la corriente en la carga RL es discontinua, ahora con D2 como diodo volante la corriente será continua. Cuando $0 < \omega t < \pi$, el diodo D_1 conduce. Cuando cruce π , v_s se hace negativa para $\pi < \omega t < 2\pi$. Durante este periodo, el inductor no descarga su energía hacia la entrada, dado que hay un camino con un bajo potencial a través de D2. Cuando $\pi < \omega t < 2\pi$, la corriente circula por la carga decreciendo exponencialmente. Cuando la corriente responde periódicamente en $\omega t = 0$ con el mismo valor. De esta forma al valor de la corriente en $\omega t = 0$ le denominamos A.

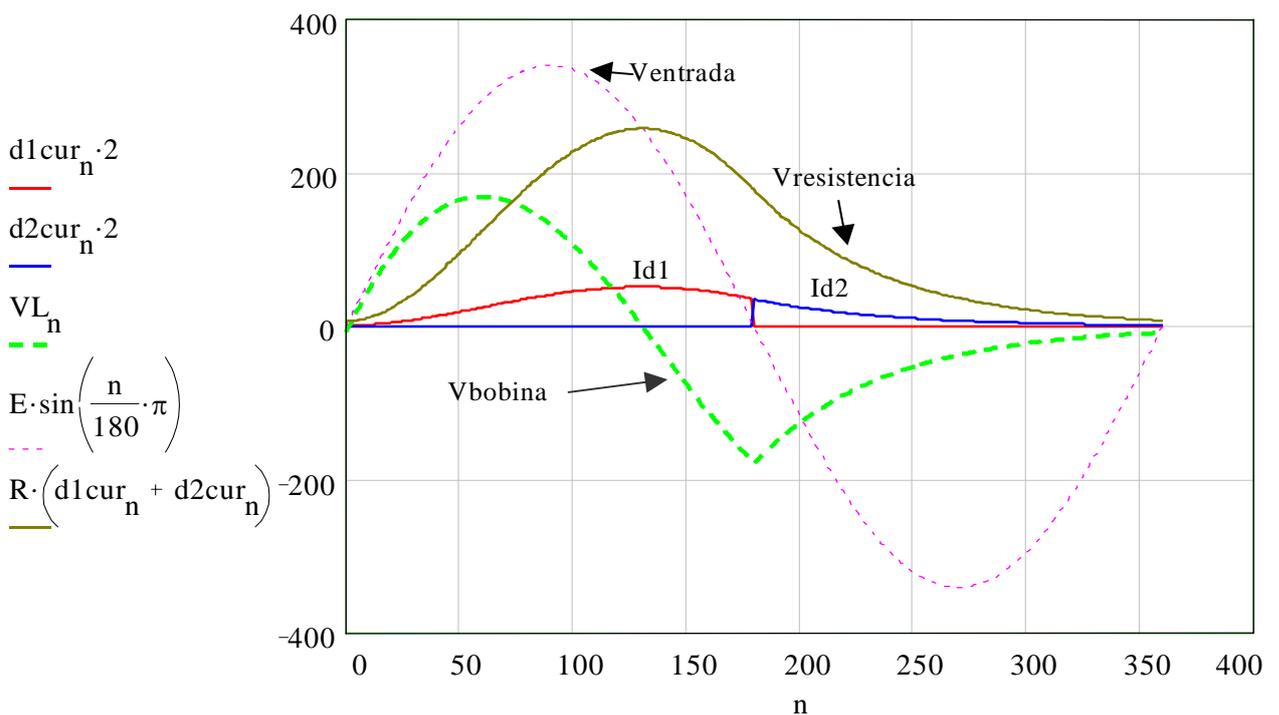
Entonces

$$A = i(\pi) * \exp[- R\pi / (\omega L)].$$

Además, $i(\omega t) = [V_m/Z] * \sin(\omega t - \alpha) + A * \exp[- (R\omega t)/(\omega L)]$, donde $\alpha = \text{atan}(\omega L/R)$ y $Z^2 = R^2 + (\omega L)^2$.

El valor de A se puede obtener de las dos expresiones anteriores:

$$A := \left(\frac{E}{Z} \right) \cdot \frac{\sin(\alpha) \cdot e^{\frac{R \cdot \pi}{\omega L}} + \sin(\pi - \alpha)}{e^{\frac{R \cdot \pi}{\omega L}} - e^{-\frac{R \cdot \pi}{\omega L}}}$$



En el análisis del circuito podemos diferenciar tres estados:

$$V_{output} = \begin{cases} V_m \cdot \text{sen}(wt) & 0 < wt < \pi \\ -V_{AK} \text{ (diodo volante)} & \pi < wt < \Phi_{ext.} \\ 0 & \Phi_{ext} < wt < 2\pi \end{cases}$$

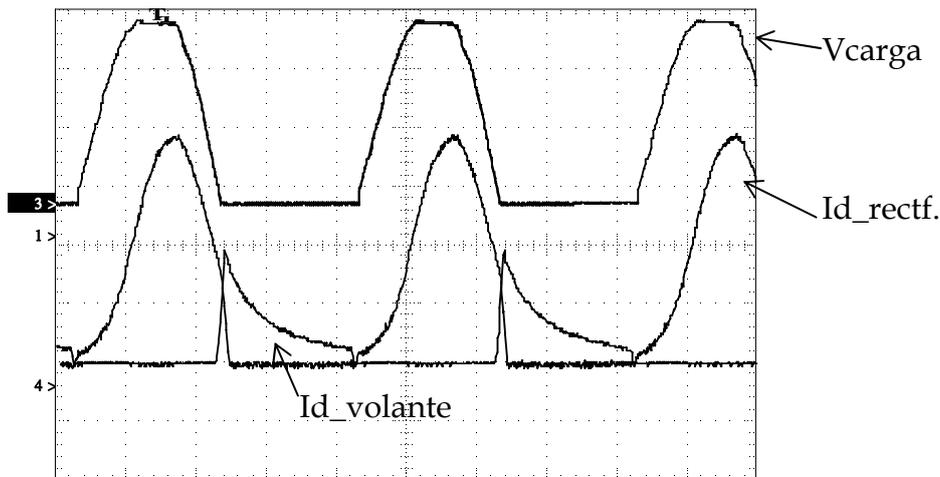
Si el inductor es lo suficientemente grande, la corriente por la carga no se anula (conducción continua sí $L/R \gg \pi/\omega$). De manera que dispondríamos de dos estados donde siempre estuviera un solo diodo en conducción. Las ecuaciones que gobiernan al circuito son las siguientes:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Directif. ON} \\ \text{Dvolante OFF} \end{array} \right\} \frac{di_{load}}{dt} + \frac{R \cdot i_{load}}{L} = \frac{V_m}{L} \sin(wt) \quad 0 < wt < \pi$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Directif. OFF} \\ \text{Dvolante ON} \end{array} \right\} \frac{di_{load}}{dt} + \frac{R \cdot i_{load}}{L} = 0 \quad \pi < wt < \phi_{ext}$$

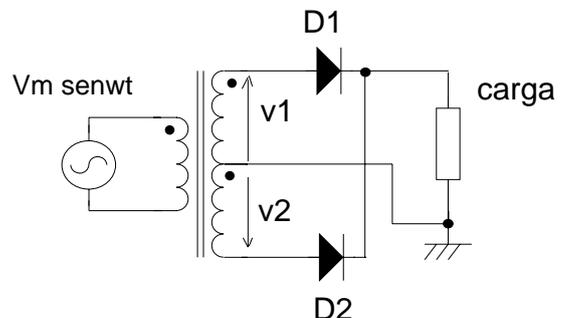
Resolviendo este sistema de ecuaciones podemos calcular el valor medio y eficaz del voltaje a la salida, para comprobar que es independiente del valor de L o de R, es decir, no exhibe regulación de carga.

$$U_{do} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^\pi V_m \text{sen}(wt) \cdot dwt = \frac{V_m}{\pi} \quad U_{d-ef.} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^\pi V_m^2 \text{sen}(wt)^2 \cdot dwt} = \frac{V_m}{2}$$

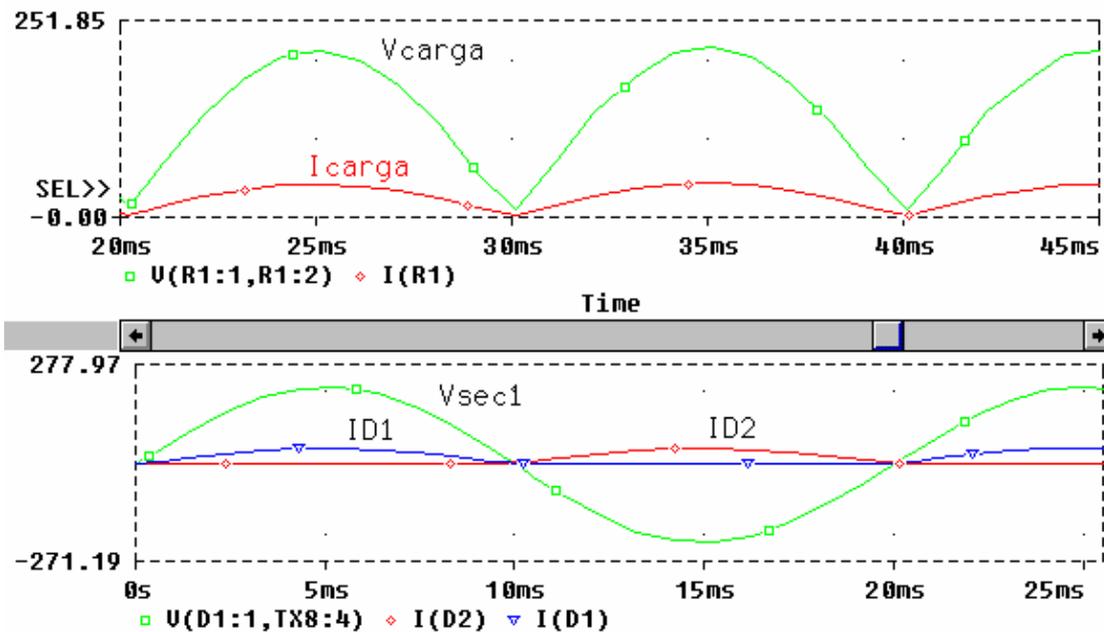


3.2.2.- Rectificador P2 o bifásico de media onda.

A partir de la red monofásica se puede obtener un sistema bifásico, es decir, dos tensiones iguales y desfasadas π , gracias a un transformador con toma intermedia. El montaje que rectifica estas dos tensiones es el que se muestra a continuación, siendo también conocido como rectificador monofásico de doble onda.



$$v_1 = V_m \cdot \text{sen}(wt) = -v_2$$

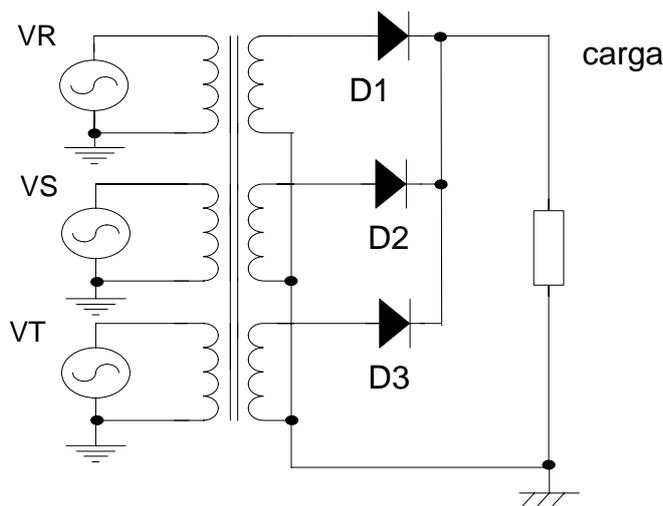


La expresión del voltaje a la salida será:

$$v_o(t) = \begin{cases} V_m \cdot \text{sen}(wt) & 0 < wt < \pi \\ -V_m \cdot \text{sen}(wt) & \pi < wt < 2\pi \end{cases} \quad \text{con } U_{do} = \frac{2V_m}{\pi}, U_{d_rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}, f_F = 1.11, r = 48.3\%$$

Los inconvenientes de este rectificador residen en la utilización de un transformador con toma intermedia, además del elevado voltaje inverso que deben soportar los diodos rectificadores (2 Vsec.). Como ventaja indicar que la frecuencia de salida es del doble de la frecuencia de entrada, necesitando menos filtro a su salida.

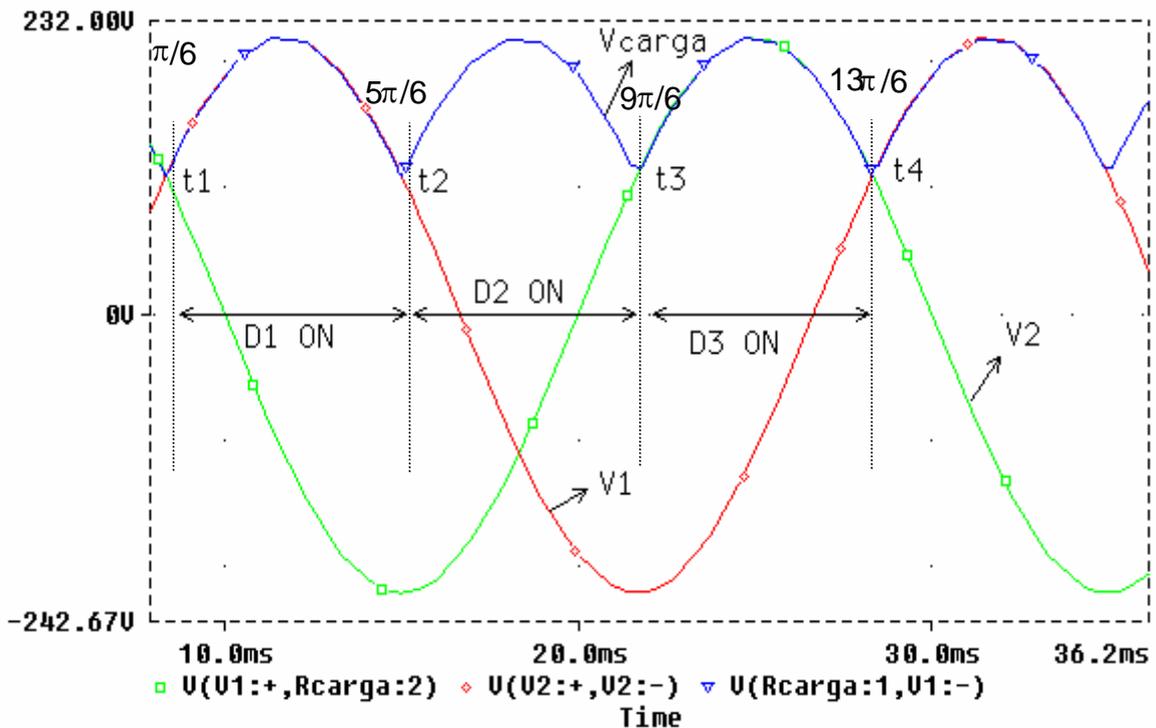
3.2.3.- Rectificador P3 o Rectificador trifásico de media onda.



Es el montaje más sencillo para los rectificadores alimentados desde la red trifásica. Su esquema se muestra en la siguiente figura.

Tal como muestra la figura este rectificador está formado por un conmutador con cátodos comunes o del tipo "más positivo", de forma que a la salida se obtiene el voltaje mayor en cada instante. Por tanto si la red de acometida trifásica la consideramos como tres tensiones senoidales de valor eficaz y frecuencia iguales pero desfasadas 120° ($2\pi/3$), entonces cada diodo conducirá un tercio de T.

Veamos las formas de onda características de este rectificador :



A partir del análisis del circuito podemos obtener los intervalos de conducción de cada uno de los diodos, pues por ejemplo para el diodo D1, su duración dependerá del instante en que $V_1=V_2$ y $V_1=V_3$:

$$\text{Sean } \begin{cases} V_R = V_m \cdot \text{sen}(wt) \\ V_S = V_m \cdot \text{sen}(wt - \frac{2\pi}{3}) \\ V_T = V_m \cdot \text{sen}(wt - \frac{4\pi}{3}) \end{cases}$$

estando D1 conduciendo, D2 comienza a conducir cuando $V_R = V_S \rightarrow$

$$\text{sen}(wt_1) = \text{sen}(wt_1 - \frac{2\pi}{3}) \rightarrow wt_1 = \frac{\pi}{6} \dots \frac{5\pi}{6}$$

Operando análogamente se obtienen los siguientes intervalos de funcionamiento:

$$\text{Para } \frac{\pi}{6} \leq wt \leq \frac{5\pi}{6} \quad V_R \equiv V_1 \text{ es la mayor de las tensiones: D1 ON}$$

$$\text{Para } \frac{5\pi}{6} \leq wt \leq \frac{9\pi}{6} \quad V_S \equiv V_2 \text{ es la mayor de las tensiones: D2 ON}$$

$$\text{Para } \frac{9\pi}{6} \leq wt \leq \frac{13\pi}{6} \quad V_T \equiv V_3 \text{ es la mayor de las tensiones: D3 ON}$$

De esta manera el voltaje rectificado estará formada por q (q=número de tensiones a rectificar) cúspides de senoide, de amplitud la tensión eficaz de los voltajes a rectificar, por período T. El período del voltaje rectificado será T/q.

Por otra parte nos interesa calcular el voltaje inverso máximo que debe soportar cada diodo. Suponiendo D1 en conducción, el voltaje inversa en D2 será:



$V_{inversa} = V_R - V_S = V_m \cdot (\text{sen}(wt) - \text{sen}(wt - 2\pi / 3))$ calculemos su valor máximo derivando la expresión e igualandola a cero, obteniendo :

$$wt = \arctg(\sqrt{3}) = \begin{cases} \pi / 3 \\ 4\pi / 3 \text{ no posible pues D2 está en ON} \end{cases}$$

entonces $V_{inversa} (\text{máx}) = \sqrt{3} \cdot V_m$

Calculemos ahora las características del rectificador:

$$V_{output} = \begin{cases} V_R = V_m \cdot \text{sen}(wt) & \pi/6 \leq wt \leq 5\pi/6 \\ V_S = V_m \cdot \text{sen}(wt - 2\pi / 3) & 5\pi/6 \leq wt \leq 9\pi/6 \\ V_T = V_m \cdot \text{sen}(wt - 4\pi / 3) & 9\pi/6 \leq wt \leq \pi/6 + 2\pi \end{cases}$$

El valor medio resulta igual a : $U_{do} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\pi/6}^{5\pi/6} V_m \cdot \text{sen}(wt) \cdot dwt = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} \cdot V_m \cong 0.826 \cdot V_m$

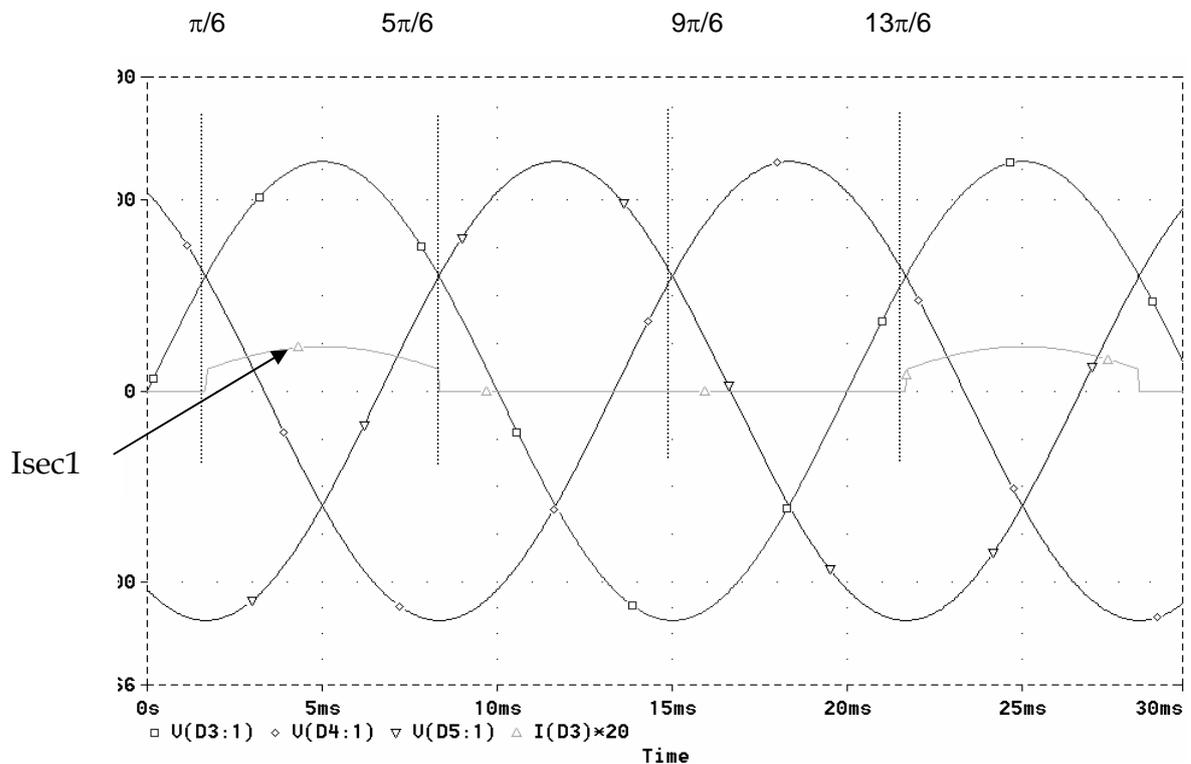
El valor eficaz resulta igual a :

$$U_{d-ef.} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\pi/6}^{5\pi/6} (V_m \cdot \text{sen}(wt))^2 \cdot dwt} = V_m \cdot \sqrt{\frac{3}{2\pi} \cdot \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)} \cong 0.84 \cdot V_m$$

Por último el factor de forma y el rizado resultan igual a :

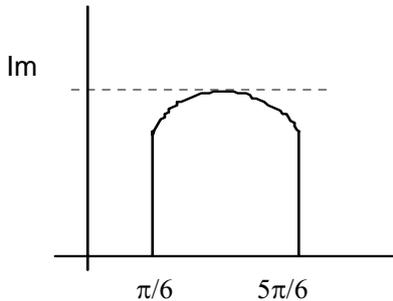
$$f_F = \frac{U_{d-ef.}}{U_{do}} = \frac{\sqrt{2\pi}}{3} \cdot \sqrt{\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)} \cong 1.0165 \quad r = \sqrt{f_F^2 - 1} = 0.18 \cong 18\%$$

El factor de rizado que se obtiene es siempre menor que el de los rectificadores monofásicos. Si a pesar de ello se desea obtener menor rizado, será más fácil pues la frecuencia del voltaje rectificado es 3 veces la de la red.



Calculemos el factor de conversión y el factor de utilización del secundario:

$$\eta = \frac{P_{dc-output}}{S_{output}} = \frac{\frac{U_{do}^2}{R_{load}}}{\frac{U_{d-ef.}^2}{R_{load}}} = \frac{\frac{(3\sqrt{3})^2}{(2\pi)^2} \cdot V_m^2}{\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right) \cdot \frac{3}{2\pi} \cdot V_m^2} \cong 96.77\%$$



Para calcular el F.U.S. debemos tener en cuenta la corriente que circula por cada fase durante un período. Así con carga resistiva el valor eficaz de la corriente será:

$$I_{sec1(RMS)}^2 = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\pi/6}^{5\pi/6} \left(\frac{V_m}{R_{load}}\right)^2 \cdot \sin^2(\omega t) \cdot d\omega t$$

$$I_{sec1(RMS)} = \left(\frac{V_m}{R_{load}}\right) \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)}$$

Entonces el F.U.S. se calcula como:

$$F.U.S. = \frac{P_{continua\ en\ la\ carga\ por\ fase}}{P_{aparente\ un\ secundario}} = \frac{\frac{P_{do}}{fase}}{V_{RMS_sec} \cdot I_{RMS_sec}} = \frac{\frac{V_{do}^2}{R_{load}} \cdot \frac{1}{3}}{V_{RMS_sec} \cdot I_{RMS_sec}} = \frac{\left(\frac{3\sqrt{3} \cdot V_m}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{R_{load}}}{3 \cdot \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{V_m}{R_{load}}\right) \cdot \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)}} \cong 66.4\%$$

Para cargas R-L, la forma de onda de corriente será más alisada cuanto más L se disponga, si consideramos la corriente prácticamente continua, la corriente rms y el F.U.S. se calcularía como sigue:

$$I_{sec1(RMS)} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\pi/6}^{5\pi/6} I_d^2 \cdot d\omega t} = I_d / \sqrt{3}, \quad F.U.S. = \frac{\left(\frac{3\sqrt{3} \cdot V_m \cdot I_d}{2\pi}\right) \cdot \frac{1}{3}}{\frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_d}{\sqrt{3}}} \cong 67.5\%$$

3.2.4.- Generalización a N fases.

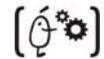
Sea $v_q(V_m, \omega t) := V_m \cdot \sin\left[\omega t - \frac{2 \cdot \pi}{q} \cdot (q - 1)\right]$ $q := 3$ (q=3 red trifásica)

voltaje medio U_{do} de salida igual a: $U_{do}(q, V_m) := \frac{q}{\pi} \cdot V_m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)$

valor eficaz U_{d-ef}=U_{d-rms} igual a: $U_{drms}(q, V_m) := V_m \cdot \sqrt{\sin^2\left(\frac{2 \cdot \pi}{q}\right) \cdot \frac{q}{4 \cdot \pi} + \frac{1}{2}}$

Factor de Ondulación (K_{ud}): Es la diferencia entre su valor instantáneo máximo y su valor instantáneo mínimo:

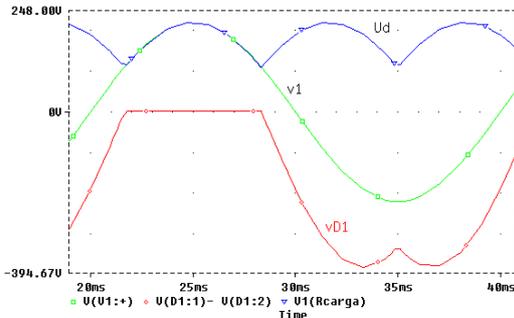
$$K_{ud}(q, V_m) = \frac{u_d(V_m, \omega t)_{MÁX} - u_d(V_m, \omega t)_{MÍN}}{2 \cdot U_{do}(V_m, \omega t)} \quad K_{ud}(q, V_m) := \frac{\pi}{2 \cdot q} \cdot \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi}{q}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{q}\right)}$$



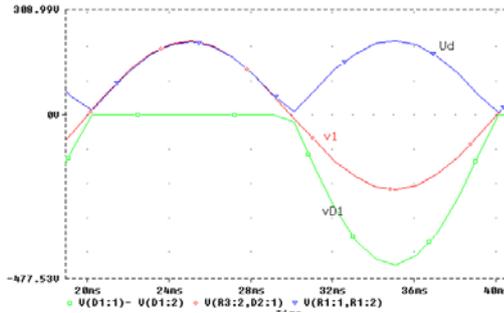
Factor de forma: $f_F(q, V_m) := \frac{U_{drms}(q, V_m)}{U_{do}(q, V_m)}$ $f_F(q, V_m) := \frac{V_m \cdot \sqrt{\sin^2\left(\frac{2\cdot\pi}{q}\right) \cdot \frac{q}{4\cdot\pi} + \frac{1}{2}}}{\frac{q}{\pi} \cdot V_m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)}$

Voltaje inverso en los diodos:

Para q par: $V_{i_MÁX} = 2 \cdot V_m$ Para q impar: $V_{i_MÁX}(q, V_m) := 2 \cdot V_m \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2\cdot q}\right)$



Ejemplo para el rectificador P3



Ejemplo para el rectificador P2

Estudio de las corrientes:

Dado que se supone que el rectificador suministra una corriente continua I_d constante, cada diodo es recorrido por I_d durante el intervalo T/q . De ahí que los valores característicos sean:

$I_{diodo_MÁX} = I_d$ $I_{diodo_Media} = \frac{I_d}{q}$ $I_{diodo_RMS} = \frac{I_d}{\sqrt{q}}$

La corriente de un devanado secundario del transformador es la misma que la que atraviesa el diodo por el cual circula. Igual a I_d durante T/q y nula durante el resto de período. Por tanto se valor eficaz será:

$I_s = \frac{I_d}{\sqrt{q}}$

Dado que hemos supuesto la corriente i_d constante, la potencia activa suministrada por el rectificador será :

$P_d = \frac{1}{T} \int_0^T v_d \cdot i_d dt = U_{do} \cdot I_d$

Si despreciamos las pérdidas en los diodos, la potencia activa calculada anteriormente es también la potencia que sale del transformador. Así la potencia aparente del secundario, formado por q devanados de tensiones de valor eficaz V y recorridos por corrientes de valor eficaz I_s , será:

$S_s = q \cdot V \cdot I_s = q \cdot \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_d}{\sqrt{q}}$

La potencia aparente de secundario determina el tamaño del secundario del transformador, la cual para la misma P activa, es tanto mayor cuanto mayor sea q.

1.- F_s : Factor de utilización de secundario $FUs = P_d / S_s$.

$F_s(q, V_m, I_d) := \frac{\frac{q}{\pi} \cdot V_m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot I_d}{q \cdot \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_d}{\sqrt{q}}}$ $F_s(q, V_m, I_d) := \frac{\sqrt{2} \cdot q \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)}{\pi}$

2.-Factor de conversión del rectificador:

$\eta(q, V_m) := \frac{2 \cdot q \cdot \left(\sin\left(\frac{\pi}{q}\right)\right)^2}{\pi \cdot \left(\frac{\pi}{q} + \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{q}\right)\right)}$

3.2.5.- Conmutaciones. Caída de voltaje en funcionamiento real.

En la exposición anterior hemos supuesto la fuente y los elementos del rectificador como elementos ideales. Si ahora consideramos el comportamiento real, habrá que considerar las impedancias de los elementos del rectificador y de la red que lo alimentan, las cuales supondrán una disminución de la tensión rectificada a la salida.

Podemos considerar que la tensión real será:

$$U_d = U_{do} - \Delta U_d, \text{ donde } \Delta U_d = \Delta_1 U_d + \Delta_2 U_d + \Delta_3 U_d$$

Donde la caída total se obtiene sumando:

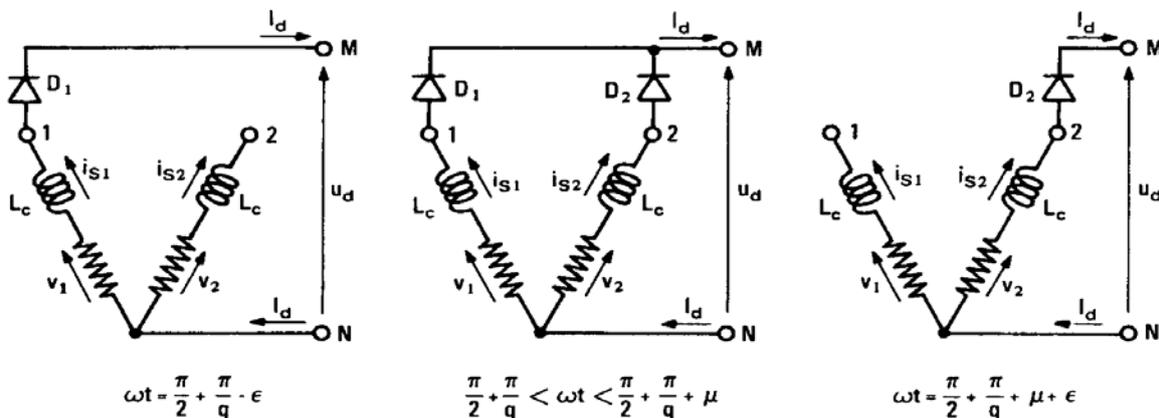
- a- $\Delta_1 U_d$: La caída debida a las conmutaciones.
- b- $\Delta_2 U_d$: La caída debida a las resistencias.
- c- $\Delta_3 U_d$: La caída debida a los diodos

a.- Caída de tensión debida a las conmutaciones:

Cuando un diodo pasa a conducir, la corriente que lo atraviesa no puede pasar de 0 a I_d de forma instantánea, al igual que ocurre en el proceso a corte. Además la presencia de la inductancia de dispersión del transformador y la inductancia de la red de alimentación hacen imposible estas discontinuidades. Así cuando un diodo entra en conducción hay una conmutación de la corriente I_d de una fase a otra. Esta transferencia de corriente supone la conducción simultánea del diodo que va a dejar de conducir y del que empieza a conducir, habrá una superposición de los intervalos de conducción, fenómeno que dará lugar a la disminución de la tensión media rectificada.

Veamos el proceso de transferencia de I_d entre la fase 1 y la 2:

- Cuando D1 conduce, $i_{s1}=I_d$ y constante.



En el instante $\omega t = \pi/2 + \pi/q$, V_2 se hace mayor que V_1 y D2 pasa a conducir. Durante este intervalo en el circuito formado por las dos fases, la tensión de conmutación $V_2 - V_1$ hace crecer i_{s2} y disminuir i_{s1} . Esta transferencia acaba para $\omega t = \pi/2 + \pi/q + \mu$ cuando $i_{s1} = 0$, μ es el ángulo de conmutación o de superposición.

Durante el intervalo de solape la expresión de la tensión rectificada es:

$$u_d = \begin{cases} V_1 - L_c \cdot \frac{di_{s1}}{dt} \\ V_2 - L_c \cdot \frac{di_{s2}}{dt} \end{cases} \quad \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} < \omega t < \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \mu$$



dado que la suma $i_{s1} + i_{s2} = I_d$ (cte.) derivando la expresión

$$\frac{di_{s2}}{dt} = -\frac{di_{s1}}{dt} \Rightarrow 2 \cdot u_d = V_1 + V_2 - L_c \frac{di_{s1}}{dt} - L_c \frac{di_{s2}}{dt} \Rightarrow u_d = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

El valor del ángulo de superposición se calcula de:

$$\frac{di_{s2}}{dt} = \frac{V_2 - V_1}{2 \cdot L_c} = \frac{V_m}{2 \cdot L_c} \cdot \left(\sin\left(\omega t - \frac{2 \cdot \pi}{q} \right) - \sin(\omega t) \right) = -\frac{V_m}{L_c} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q} \right) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{q} \right)$$

utilizaremos que: $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2\cos(\alpha)\sin(\beta)$, siendo $\alpha + \beta = \omega t - 2\pi/q$ y $\alpha - \beta = \omega t$

La corriente i_{s2} es de la forma:
$$i_{s2} = \frac{-V_m}{\omega \cdot L_c} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q} \right) \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{q} \right) + Cte$$

imponiendo las condiciones iniciales calculamos el valor de la Cte.:
$$i_{s2}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} \right) = 0$$

resultando:
$$i_{s2} = \frac{V_m}{\omega \cdot L_c} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q} \right) \cdot \left(1 - \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{q} \right) \right)$$

Para obtener el valor del ángulo de solape imponemos la siguiente condición:
$$i_{s2}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \mu \right) = I_d$$

$$1 - \cos(\mu) = \frac{L_c \cdot \omega \cdot I_d}{V_m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q} \right)}$$

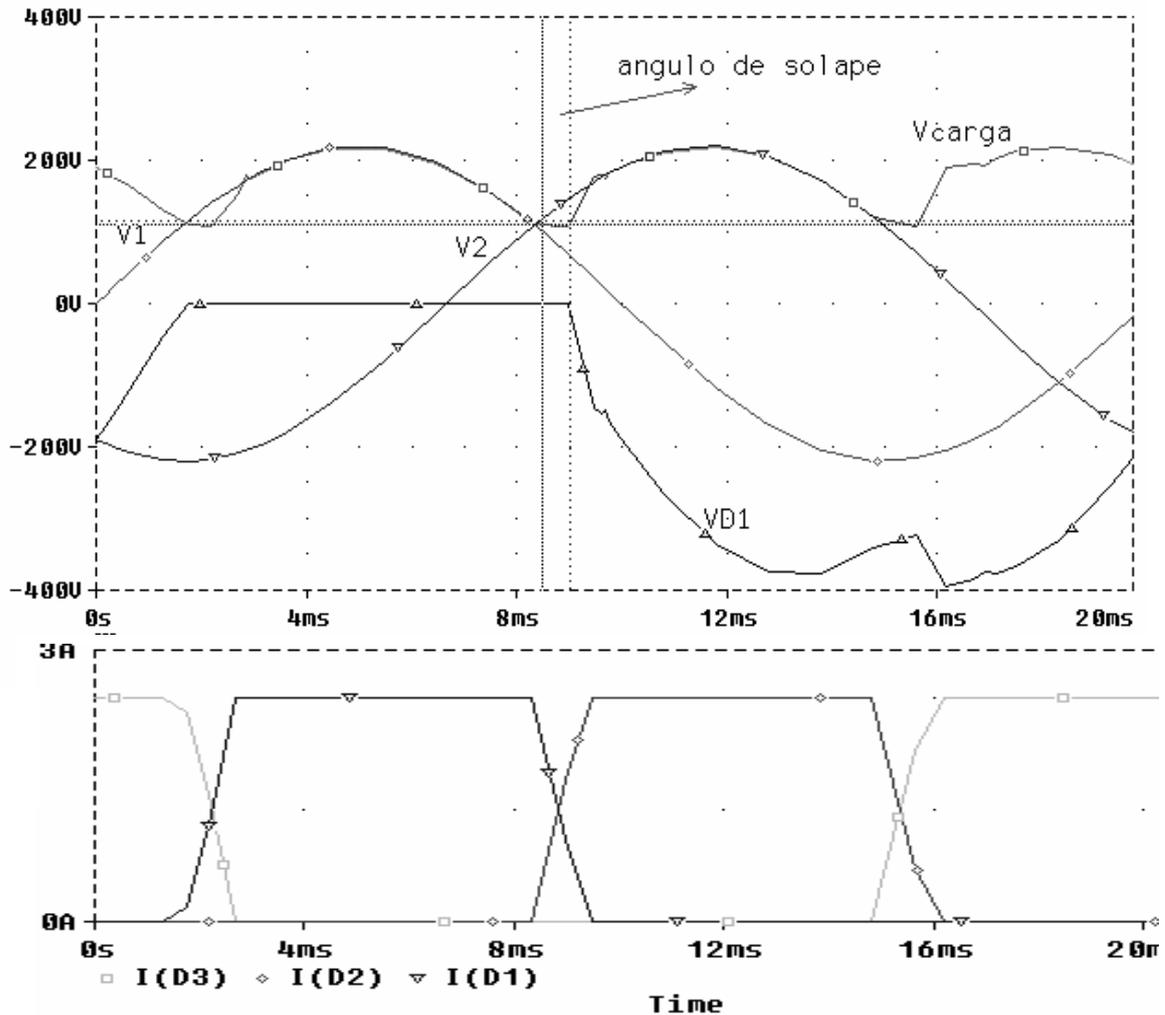
Durante el intervalo de conmutación, la tensión rectificadora U_d no es igual a V_2 sino sólo es igual a $(V_1 + V_2)/2$, de ahí que haya una caída de tensión instantánea:

$$V_2 - \frac{V_1 + V_2}{2} = \frac{V_2 - V_1}{2} = L_c \cdot \frac{di_{s2}}{dt}$$

Como hay q conmutaciones por período, la caída de tensión media será:

$$\Delta 1U_d = \frac{q}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q}}^{\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \mu} \left(V_2 - \frac{V_1 + V_2}{2} \right) d\omega t = \frac{q}{2 \cdot \pi} \cdot L_c \cdot \omega \cdot I_d$$

La caída de tensión es proporcional a la intensidad de salida, a la inductancia de dispersión y al número de fases. De aquí el inconveniente de los montajes con alto q . Veamos a continuación las modificaciones de las formas de onda para el caso $q=3$, debido a las conmutaciones:



b.- Caída debida a las resistencias.

La caída de tensión en las resistencias de los devanados del transformador se calculan a partir de las pérdidas en el cobre:

$$P_J = q \cdot r_S \cdot I_S^2 + q_p \cdot r_P \cdot I_P^2 + q_p \cdot r_L \cdot I_L^2$$

siendo q : número de fases secundario, q_p : número de fases primaria

r_S : resistencia de una fase secundaria, r_P : resistencia por fase primario

I_S : Valor eficaz corriente secundario, I_P e I_L : corrientes eficaces primarias y de línea

Si expresamos las corrientes de línea, primario y secundario en función de I_d , y expresando por R_d la resistencia total del montaje rectificador y de la fuente referida al lado de continua, la caída óhmica total puede expresarse como:

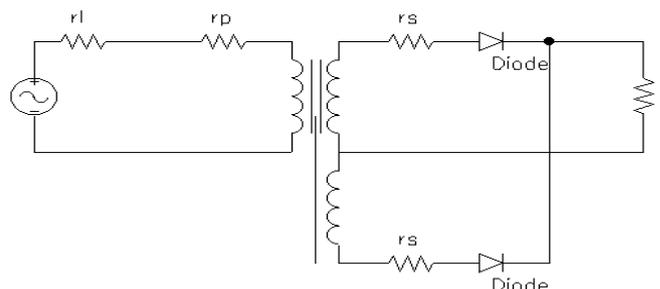
Las pérdidas por efecto Joule $P_J = R_d \cdot I_d^2 \Rightarrow \Delta_2 U_d = R_d \cdot I_d = \frac{P_J}{I_d}$

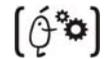
* Para el rectificador P2:

$q = 2, \quad q_p = 1$

$I_S = I_d / \sqrt{2}, \quad I_P = \frac{n_2}{n_1} \cdot I_d$

$$\Rightarrow \Delta_2 U_d = \left[r_S + (r_P + r_L) \cdot \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \right] \cdot I_d$$





c.- Caída debido a los diodos:

En todo instante la intensidad de salida pasa por un diodo, cuya caída contribuirá a la caída total:

$$\Delta_3 U_d = [v_{forward}]_{I_d}$$

De todas las caídas de tensión la más importante es la debida al solape de conducción de los diodos, si suponemos despreciables las demás caídas, podemos calcular la tensión media real a la salida de un rectificador de tipo P de la siguiente manera:

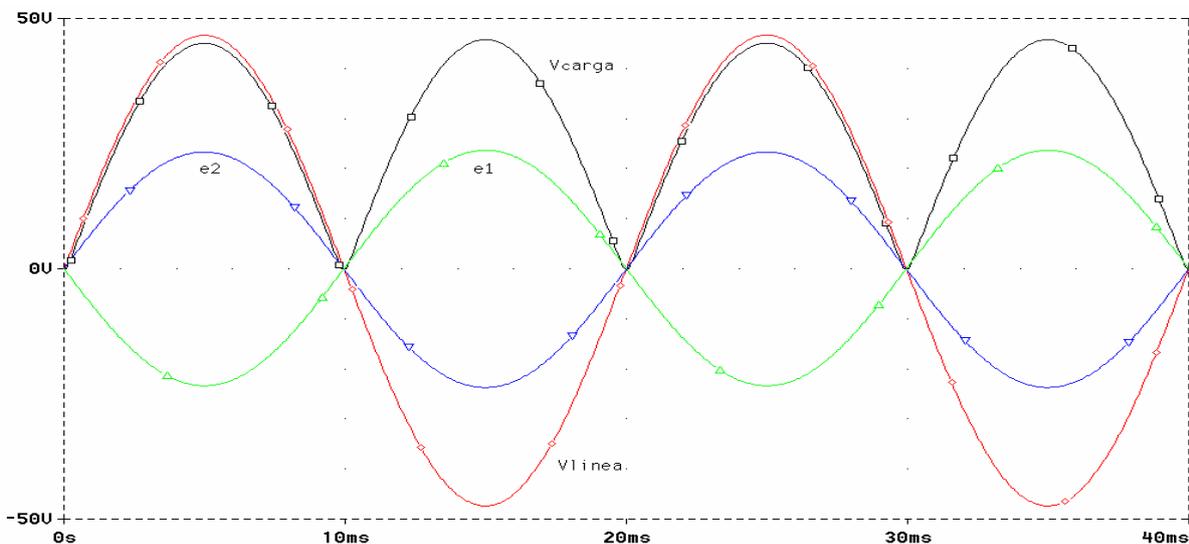
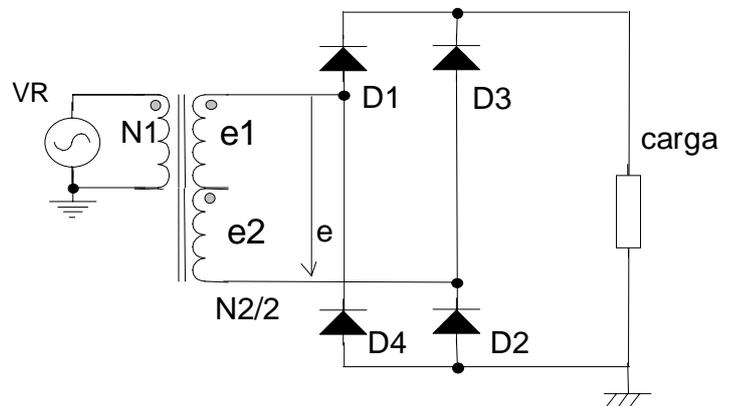
$$U_{d_real} = U_{do_vacio} - \Delta U_{d1} = \frac{q}{\pi} \cdot \left[V_m \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{q}\right) - \frac{L_c \cdot w \cdot I_d}{2} \right]$$

3.3.- Rectificadores tipo P.D. o rectificadores en onda completa con la fuente conectada en estrella:

Estos montajes utilizan 2q diodos para rectificar q tensiones. Si bien el conexionado de los devanados en los que se inducen las tensiones a rectificar no interviene en lo referente a la tensión rectificada, si hay que considerarlo para el cálculo de las corrientes de estos devanados y para el efecto de las inductancias de dispersión. Consideremos en este caso cuando la fuente está conectada en estrella.

3.3.1.- Rectificador P.D.2.

Es el montaje más sencillo, formado por 4 diodos y por tanto dos fases, aunque a primera vista podría ser monofásico si se considera el punto medio de transformador como ficticio. Su estructura y formas de onda más características se pueden ver a continuación:



La tensión en el secundario es $e=2V_m \sin \omega t$, está formada por las dos tensiones $e_1=e/2$ y $e_2=-e/2$, ambas en oposición de fase. En cada instante la tensión de salida es igual a la diferencia entre la tensión más positiva y la más negativa de las tensiones en el secundario del transformador:

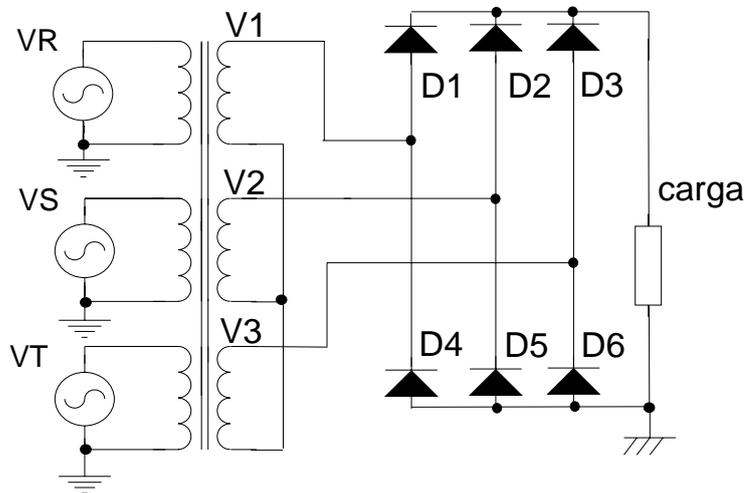
- * Para $0 \leq t \leq T/2$ es $e_1 > e_2$ y conducen D1 y D2, siendo la tensión a la salida $u_d = e_1 - e_2 = e$
- * Para $T/2 \leq t \leq T$ es $e_2 > e_1$ y conducen D3 y D4 con una tensión a la salida $u_d = e_2 - e_1 = e$

Hay que destacar que tanto para este rectificador como para el PD3 el transformador no multiplica el número de fases, además el punto neutro del transformador no se utiliza en la parte de continua. Por tanto el transformador se puede suprimir, a no ser que interese una relación alterna-continua distinta o para limitar la corriente de cortocircuito. Sin embargo la intensidad media por el secundario del transformador es nula no habiendo peligro de saturación del mismo. Otra diferencia respecto del montaje rectificador P2, es que se obtiene el doble de tensión continua de salida siendo la tensión inversa que deben soportar los diodos, solo la $2V_{sec}$.

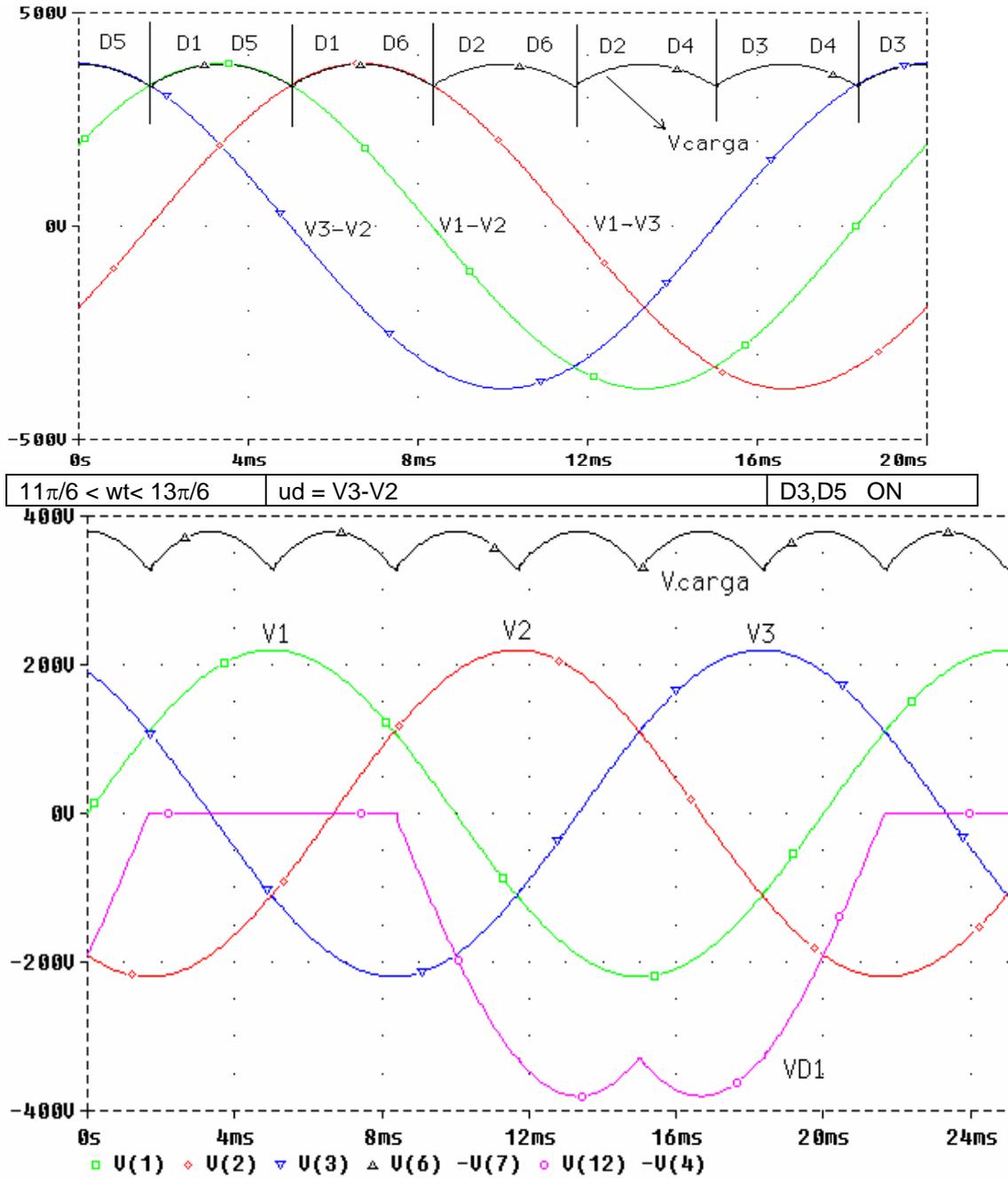
3.3.2.- Rectificador PD3.

Este rectificador alimentado de la red trifásica, compuesto por seis diodos es uno de los más utilizados. Su estructura se muestra en la siguiente figura.

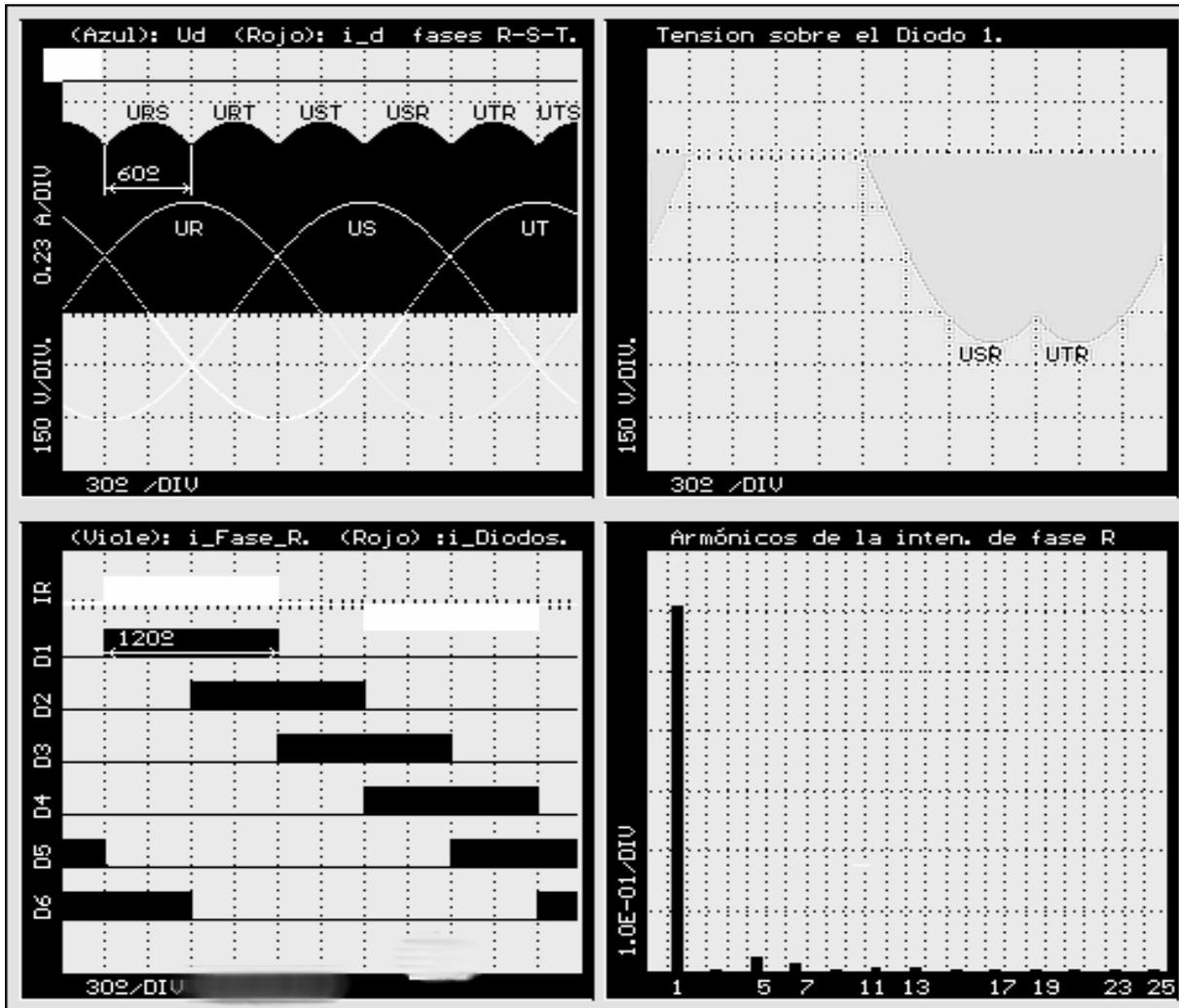
El esquema anterior nos muestra como los 6 diodos están colocados dos por cada fase y en oposición, con lo que se aprovecha toda la onda de la tensión de red en cada fase. Analizando los intervalos de intersección entre las fases durante un ciclo, vemos que en cada intervalo conducen siempre dos diodos, aquellos que tienen el ánodo más positivo o el cátodo más negativo. Vemos pues los intervalos de conducción:



$\pi/6 < \omega t < 3\pi/6$	$u_d = V_1 - V_2 = V_m \{ \sin \omega t - \sin(\omega t - 2\pi/3) \}$	D1, D5 ON
$3\pi/6 < \omega t < 5\pi/6$	$u_d = V_1 - V_3$	D1, D6 ON
$5\pi/6 < \omega t < 7\pi/6$	$u_d = V_2 - V_3$	D2, D6 ON
$7\pi/6 < \omega t < 9\pi/6$	$u_d = V_2 - V_1$	D2, D4 ON
$9\pi/6 < \omega t < 11\pi/6$	$u_d = V_3 - V_1$	D3, D4 ON



Podemos observar que la tensión de salida rectificada es periódica de período $2\pi/6$ y por tanto de frecuencia seis veces superior a la frecuencia de red.



Calculemos ahora las características del rectificador:

Sean $v_1(V_m, wt) := V_m \cdot \sin(wt)$ $v_2(V_m, wt) := V_m \cdot \sin\left(wt - \frac{2\cdot\pi}{3}\right)$ $wt := 0, 0.01 \dots 2\cdot\pi$

(q=3 red trifásica) q = 3 El valor de la **tensión media** será :

$$U_{do}(V_m) := \frac{1}{\left(\frac{2\cdot\pi}{6}\right)} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (v_1(V_m, wt) - v_2(V_m, wt)) dwt \qquad U_{do}(V_m) := \frac{3\cdot\sqrt{3}}{\pi} \cdot V_m = 1.652 \cdot V_m$$

valor que es el doble que el rectificador trifásico de media onda.

El valor de la **tensión eficaz** se calcula como :

$$U_{drms}(V_m) := \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{2\cdot\pi}{6}\right)} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (v_1(V_m, wt) - v_2(V_m, wt))^2 dwt} \qquad U_{drms}(V_m) := \sqrt{\frac{3}{2\cdot\pi} \cdot \left(\pi + \frac{3\cdot\sqrt{3}}{2}\right)} \cdot V_m = 1.655 \cdot V_m$$

El factor de forma y el rizado resultan:



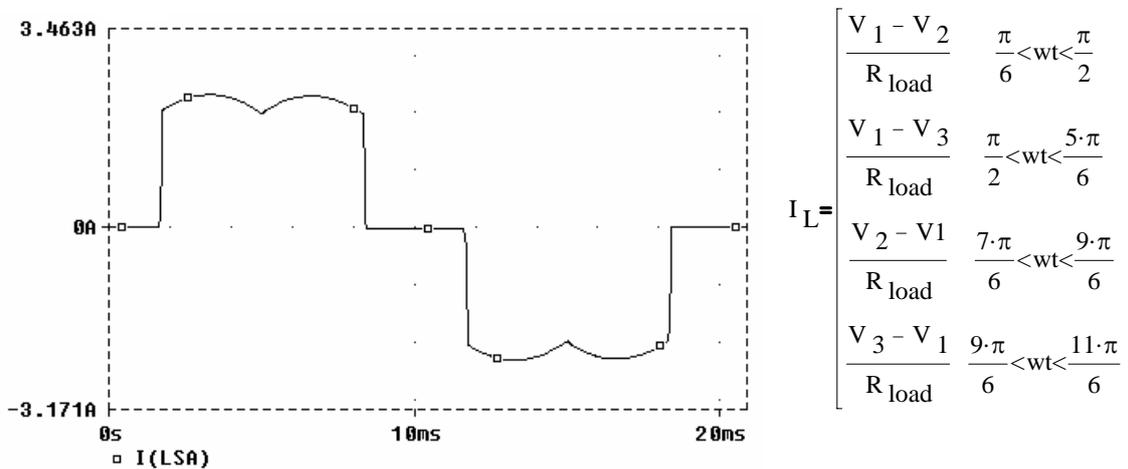
$$f_F(V_m) := \frac{U_{drms}(V_m)}{U_{do}(V_m)} \quad f_F(V_m) := \frac{\sqrt{\frac{3}{2\pi} \left(\pi + \frac{3\sqrt{3}}{2} \right)} \cdot V_m}{\frac{3\sqrt{3}}{\pi} \cdot V_m} = 1.001$$

$$r(V_m) := \sqrt{f_F(V_m)^2 - 1} \quad r(V_m) = 4.5\%$$

Para obtener el rendimiento o factor de conversión, suponiendo carga resistiva calculamos :

$$\eta(V_m, R_{load}) := \frac{\frac{U_{do}(V_m)^2}{R_{load}}}{\frac{U_{drms}(V_m)^2}{R_{load}}} \quad \eta(V_m, R_{load}) = 99.8\%$$

Para calcular el F.U.S. se ha de obtener el valor eficaz de la corriente en una de las fases, atendiendo a la siguiente forma de onda. Siendo la carga resistiva, la expresión de la corriente de una fase será:



$$I_{LRMS} = \sqrt{4 \cdot \left(\frac{1}{2\pi} \right) \cdot \left[\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{V_1 - V_2}{R_{load}} \right)^2 d\omega t + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{6}} \left(\frac{V_1 - V_3}{R_{load}} \right)^2 d\omega t + \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{9\pi}{6}} \left(\frac{V_2 - V_1}{R_{load}} \right)^2 d\omega t + \int_{\frac{9\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \left(\frac{V_3 - V_1}{R_{load}} \right)^2 d\omega t \right]} = \frac{V_m}{R_{load}} \cdot \sqrt{1 + \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}} = 1.352 \cdot \frac{V_m}{R_{load}}$$

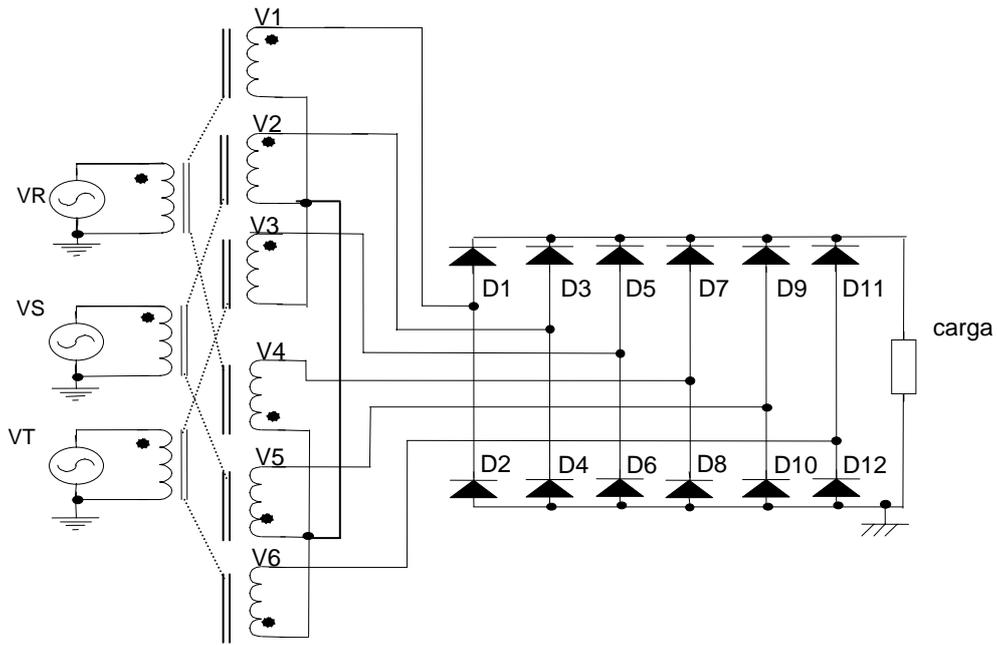
Por tanto el factor de utilización de secundario resultará igual a : $FUS = \frac{\left(\frac{3\sqrt{3}}{\pi} \cdot V_m \right)^2 \cdot \frac{1}{R_{load}} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{V_m}{R_{load}} \cdot \sqrt{1 + \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}} \cdot \frac{V_m}{\sqrt{2}}} = 95.4\%$

Este FUS es elevado (FUsec_P3=66.4%) pues hay que destacar que con este rectificador de ondea completa, no hay componente de continua en el secundario del transformador, pues este está siempre recorrido por una corriente alterna, de modo que no hay posibilidad de saturación.

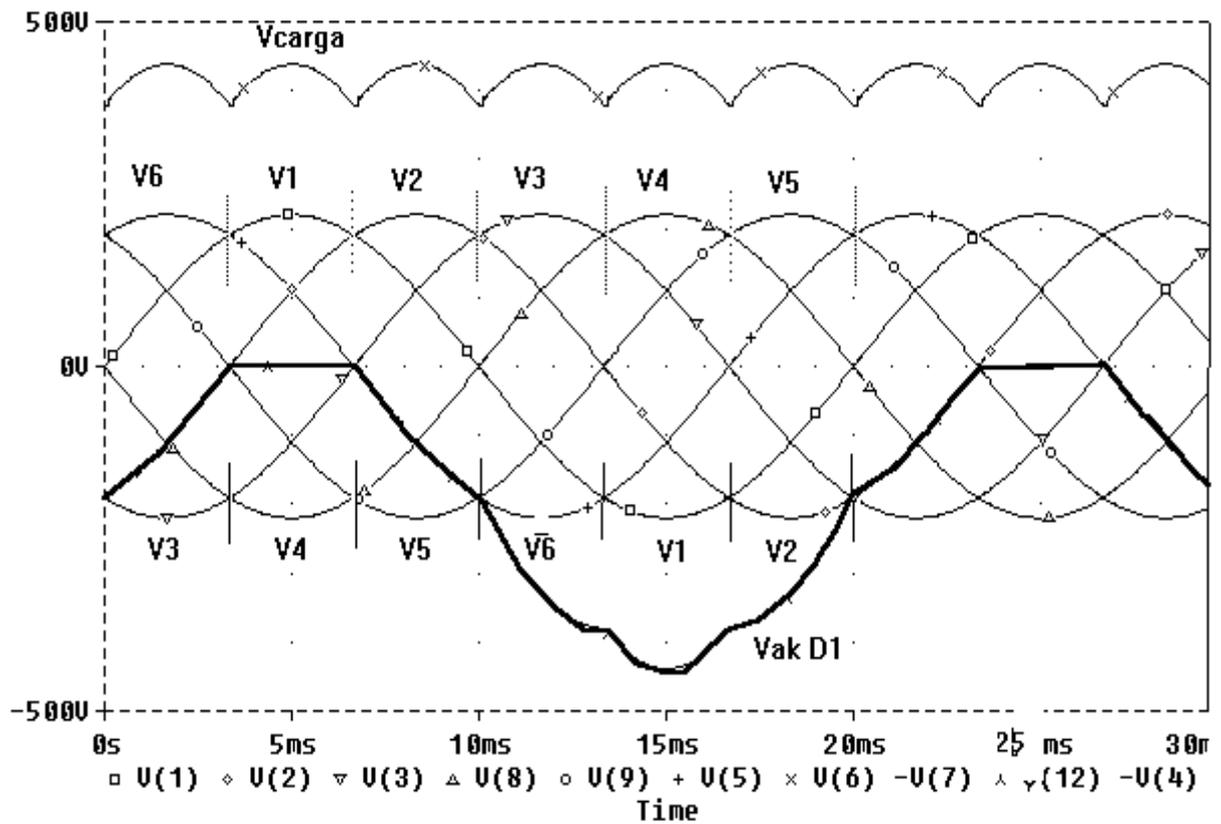
3.3.3.- Rectificador P.D.6.

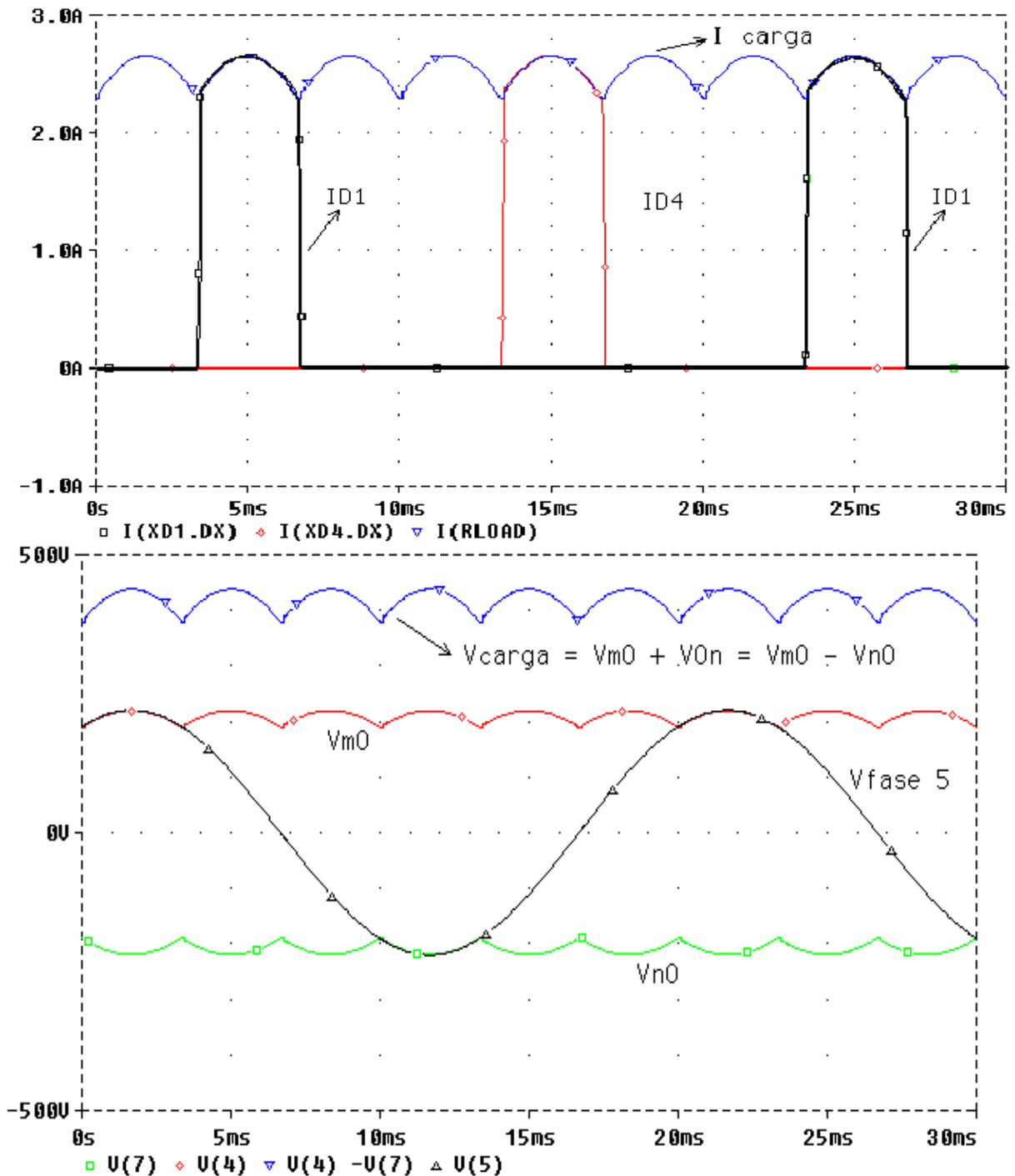
Veamos a continuación otro ejemplo de rectificación con número q de fases par, esta vez hexafásico. Compuesto dos 2q diodos (12 diodos) rectifican seis tensiones alternas desfasadas en $\pi/3$ radianes. Estas tensiones pueden obtenerse partiendo de una red trifásica por conexión de dos

sistemas trifásicos en oposición de fase. En la figura siguiente se muestra un esquema de la disposición de los diodos.



Veamos a continuación las formas de onda más características de este montaje rectificador:





3.3.4.- Generalización a N fases.

tensión media U_{do} de salida Para q par = Para q impar $U_{do}(q, V_m) := \frac{2 \cdot q}{\pi} \cdot V_m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)$

Se observa que la tensión media es el doble que en el caso de media onda. Al mismo resultado habríamos llegado al considerar a este rectificador de onda completa de q fases (q impar) como la asociación en serie de n rectificadores de media onda

valor eficaz $U_{d-ef}=U_{d-rms}$ igual a : $U_{drms_impar}(q, V_m) := \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot V_m \cdot \sqrt{1 + \cos\left(\frac{\pi}{q}\right)} \cdot \sqrt{q \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) + \pi}$

$$U_{drms_par}(q, V_m) := \frac{V_m}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{2 \cdot \left(\sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot q + \pi \right)}$$

el factor de ondulación: $K_{ud}(q, V_m) = \frac{u_d(V_m, wt)_{MÁX} - u_d(V_m, wt)_{MÍN}}{2 \cdot U_{do}(q, V_m)}$

se simplifica en $K_{ud_par}(q, V_m) := \frac{\pi}{2 \cdot q \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)} \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{q}\right)\right)$ $K_{ud_impar}(q, V_m) := \frac{\pi}{4 \cdot q} \cdot \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi}{2 \cdot q}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2 \cdot q}\right)}$

$$f_{Fpar}(q, V_m) := \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \sqrt{\sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot q + \pi}}{q \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)}$$

$$f_{Fimpar}(q, V_m) := \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{1 + \cos\left(\frac{\pi}{q}\right)} \cdot \frac{\sqrt{q \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) + \pi}}{\left(q \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)\right)}$$

Tensión inversa en los diodos:

* Si el número q de fases es par, hay una tensión directa opuesta a V_1 , la tensión $V_{(q/2 + 1)}$ cuyo mínimo coincide con el máximo de V_1 , así la diferencia será:

$$V_{i_MÁX} = 2 \cdot V_m$$

* Si el número q de fases es impar, las dos tensiones más cercanas a la oposición de fase con V_1 son $V_{(q+1)/2}$ y $V_{(q+3)/2}$.

$$V_{i_MÁX}(q, V_m) := 2 \cdot V_m \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2 \cdot q}\right)$$

Estudio de las corrientes:

Dado que se supone que el rectificador suministra una corriente continua I_d constante, cada diodo es recorrido por I_d durante el intervalo T/q . De ahí que los valores característicos sean:

$$I_{diodo_MÁX} = I_d \quad I_{diodo_Media} = \frac{I_d}{q} \quad I_{diodo_RMS} = \frac{I_d}{\sqrt{q}}$$

Cada devanado secundario del transformador está unido a dos diodos. Por tanto es recorrido por una corriente I_d durante T/q cuando conduce el diodo del grupo de arriba y por una corriente $-I_d$ durante T/q cuando conduce el diodo del grupo de abajo, y nula durante el resto de período. Por tanto

se valor eficaz será: $I_s = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot 2 \cdot I_d^2 \cdot \frac{T}{q}} = I_d \cdot \sqrt{\frac{2}{q}}$

Dado que hemos supuesto la corriente i_d constante, la potencia activa suministrada por el rectificador será :

$$P_d = \frac{1}{T} \int_0^T v_d \cdot i_d dt \quad P_d(U_{do}, I_d) := U_{do} \cdot I_d$$

Si despreciamos las pérdidas en los diodos, la potencia activa calculada anteriormente es también la potencia que sale del transformador. Así la potencia aparente del secundario, formado por q devanados de tensiones de valor eficaz V y recorridos por corrientes de valor eficaz I_s , será:

$$S_s = q \cdot V \cdot I_s = q \cdot \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot I_d \cdot \sqrt{\frac{2}{q}} \quad S_s(q, V_m, I_d) := V_m \cdot \sqrt{q} \cdot I_d$$

F_s : Factor de utilización de secundario $F_s = P_d / S_s$.



$$F_s(q, V_m, I_d) := \frac{2 \cdot q \cdot V_m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot I_d}{q \cdot \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot I_d \cdot \sqrt{\frac{2}{q}}}$$

simplificando: $F_s(q, V_m, I_d) := 2 \cdot \frac{\sqrt{q}}{\pi} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)$

esta expresión es raíz de 2 veces superior a la del rectificador de media onda

Rendimiento:

$$\eta_{\text{par}}(q, V_m) := 2 \cdot q^2 \cdot \frac{\left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{q}\right)\right)^2}{\pi \cdot \left(\sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot q + \pi\right)}$$

$$\eta_{\text{impar}}(q, V_m) := 4 \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{q}\right)\right) \cdot \frac{q^2}{\left(q \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) + \pi\right) \cdot \pi}$$

3.3.5.- Caída de tensión en funcionamiento real.

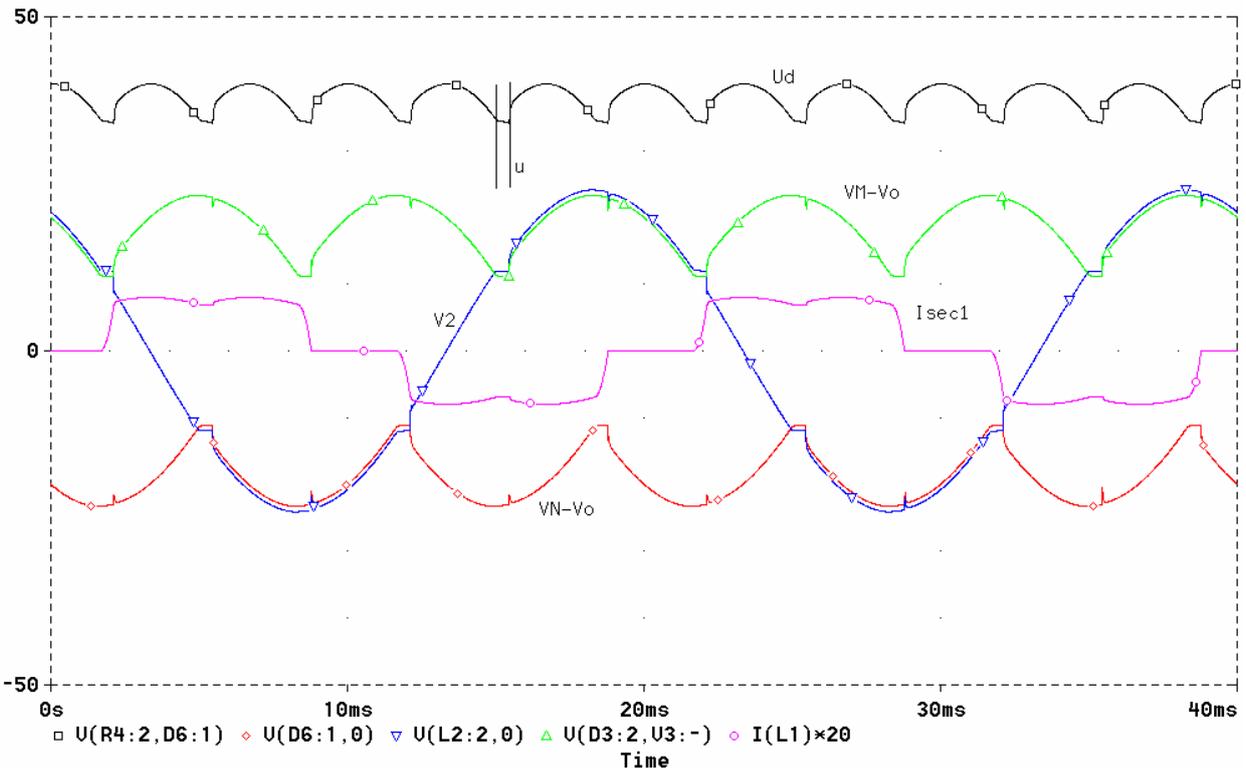
Al igual que se hizo para los rectificadores de media onda, separaremos las distintas contribuciones a la caída de tensión en funcionamiento normal.

a) Caída debida a las inductancias.

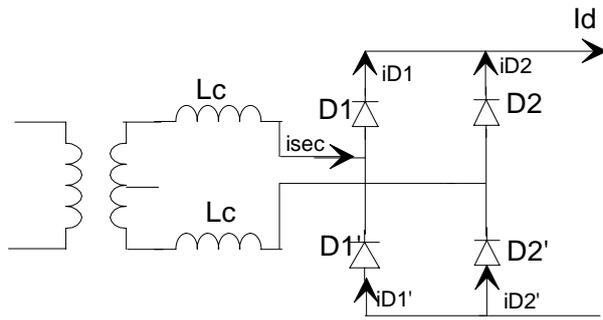
Cuando el número de fases es igual o superior a 3, la transferencia de la corriente I_d de una fase a la siguiente, cuando la tensión de ésta pasa a ser la mayor, se produce de la misma forma que para el rectificador de media onda. Las expresiones del ángulo de conmutación y la reducción del valor medio de la tensión $V_M - V_o$ son las mismas. Para este caso de onda completa, el ángulo de superposición y la reducción de tensión para la tensión $V_N - V_o$ será la misma. De ahí que las expresiones sean:

$$1 - \cos \mu = \frac{L_c \cdot \omega \cdot I_d}{V_m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)} \quad \text{y} \quad \Delta_1 U_d = \frac{q}{\pi} \cdot L_c \cdot \omega \cdot I_d$$

Estas fórmulas son válidas cuando sólo hay solape de dos diodos y no conducen a la vez los dos diodos unidos a la misma fase secundaria.



Para el puente monofásico con cuatro diodos PD2, las expresiones anteriores no se verifican pues durante el solape conducen los cuatro diodos. Veamos a continuación este caso particular.



$$i_{D1} + i_{D2} = I_d$$

$$i_{D1} = i_{D1'} + i_{sec} = i_{D2} + i_{sec}$$

Cuando conducen D1' y D2 la corriente i_{s1} es igual a $-I_d$, la tensión u_d es igual a $-2v_1$ y la tensión en bornes de D1 y D2' es $2v_1$.

Para $t=0$, la tensión v_1 se hace positiva, empezando el intervalo del solape:

En el instante $t=0$ $i_{D1} = 0, i_{D2} = I_d, i_{sec1} = -I_d$
 para $wt=\mu$ $i_{D1} = I_d, i_{D2} = 0, i_{sec} = I_d$

En la conmutación de i_{sec} pasa de $-I_d$ a I_d . Durante el solape conducen los cuatro diodos y por tanto se cortocircuita la carga :

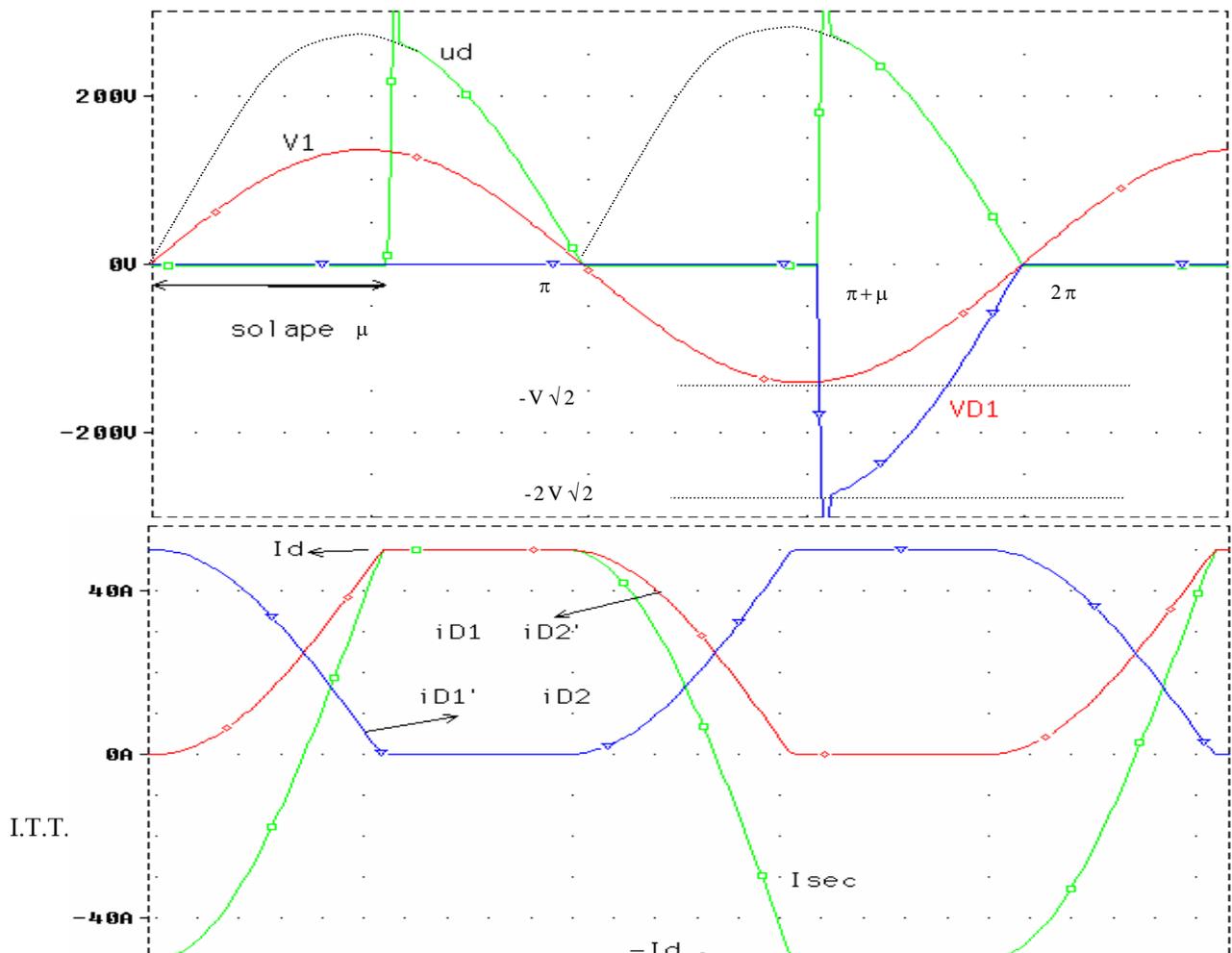
$$\left. \begin{aligned} u_d &= 0 \\ 2V_1 - 2 \cdot L_c \cdot \frac{di_{s1}}{dt} &= 0 \end{aligned} \right\} i_{s1} = cte + \frac{1}{L_c} \cdot \int_0^t V_m \cdot \sin(wt) \cdot dt \quad \text{imponiendo } i_{s1} = -I_d \text{ para } t = 0$$

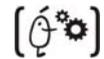
$$i_{s1} = -I_d + \frac{V\sqrt{2}}{L_c w} \cdot (1 - \cos(wt)) \quad \text{el ángulo } \mu \text{ se deduce pues } i_{sec1} = I_d \text{ en } wt = \mu$$

$$1 - \cos \mu = \frac{2 \cdot L_c \cdot w \cdot I_d}{V\sqrt{2}} \quad \text{y la disminución de tensión se calcula como: } \Delta_1 U_d = \frac{2}{T} \cdot \int_0^\mu 2 \cdot V_m \cdot \sin(wt) \cdot dt = \frac{4 \cdot w \cdot L_c \cdot I_d}{\pi}$$

donde L_d es la inductancia de dispersión por fase en secundario (hay dos fases), que es igual a la mitad de la inductancia total de dispersión referida al secundario.

Veamos a continuación las formas de onda que corresponden a este proceso:





b).- Caída debida a las resistencias.

Se calculan igual que para el rectificador de media onda.

$$P_J = R_d \cdot I_d^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta_2 U_d = R_d \cdot I_d = \frac{P_J}{I_d}$$

* Para el rectificador PD2: $q = 2$, $q_p = 1$

$$I_S = I_d / \sqrt{2}, I_P = \frac{n_2}{n_1} \cdot I_d \quad \Rightarrow \quad \Delta_2 U_d = \left[r_S + (r_P + r_L) \cdot \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \right] \cdot I_d$$

c).- Caída debida a los diodos.

El circuito de la corriente I_d pasa por dos diodos, uno de cada uno de los grupos. La caída será debida a los dos diodos:

$$\Delta_3 U_d = 2 \cdot \left[v_{forward} \right]_{I_d}$$

De todas las caídas de tensión la más importante es la debida al solape de conducción de los diodos, si suponemos despreciables las demás caídas, podemos calcular la tensión media real a la salida de un rectificador de tipo P.D. de la siguiente manera:

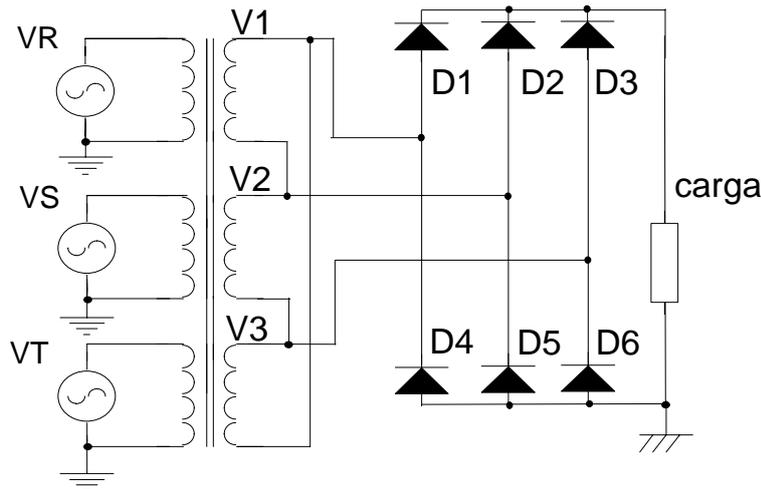
$$U_{d_real} = U_{do_vacio} - \Delta U_{d1} = \frac{q}{\pi} \cdot \left[2 \cdot V_m \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi}{q} \right) - L_c \cdot w \cdot I_d \right]$$

3.4.- Rectificadores tipo S. o rectificadores en onda completa con la fuente conectada en polígono

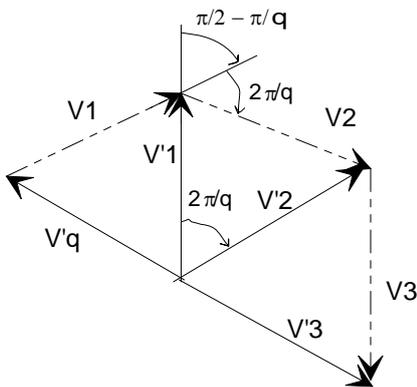
Los rectificadores en puente con la fuente conectada en estrella tienen unas buenas prestaciones para pequeños valores del número q de fases. Cuando q aumenta sus características se degradan, así se introducen los rectificadores en puente pero con la fuente conectada en polígono, donde al igual que en los anteriores se utilizan $2q$ diodos para rectificar q tensiones alternas. Tal como se comentó al principio del tema, la tensión de salida en cada instante es igual a la suma de las tensiones positivas del secundario o a la suma de las tensiones negativas con el signo cambiado.

3.4.1.- Rectificador S.3.

El montaje más sencillo para este tipo de rectificadores es el trifásico, pues es el número mínimo de fases para formar una estructura en polígono. La tensión de salida es en cada instante igual a la suma de las tensiones positivas o a la suma de las tensiones negativas con el signo cambiado. El funcionamiento, desde el punto de vista de los diodos y de la carga es el mismo que para los rectificadores P.D. Pero el comportamiento de la fuente y los factores que lo caracterizan serán diferentes. Veamos a continuación el esquema para el rectificador trifásico en puente con la fuente conectada en polígono y sus formas de onda características.



Al tener la fuente conectada en polígono, el funcionamiento de los diodos es el mismo tanto si las tensiones entre sus bornes son generadas en forma de tensiones compuestas o en tensiones simples. Pudiéndose tratar como un rectificador P.D. con tensiones de valor eficaz V' en lugar de V , manteniendo entre ellas la siguiente relación



En lugar de las tensiones:

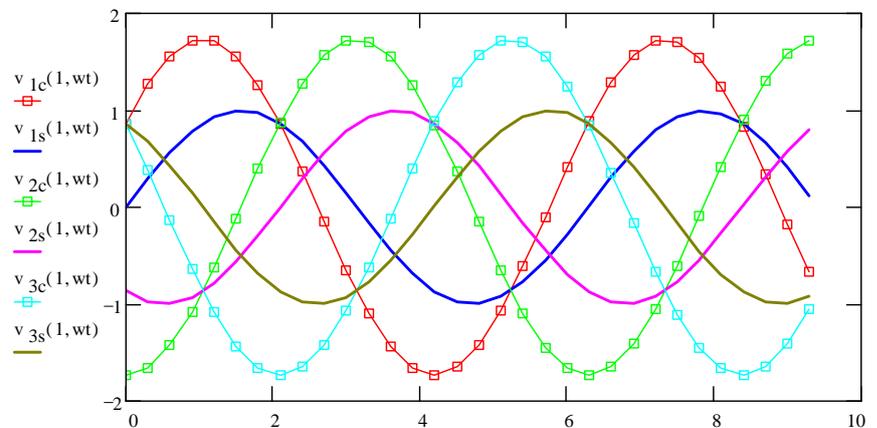
$$v_1 = V\sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt)$$

$$v_2 = V\sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt - 2\pi/q)$$

se pueden considerar las tensiones simples

$$v'_1, v'_2, v'_3, \dots, v'_q$$

donde según muestra el diagrama vectorial se cumple:



* Los valores eficaces están relacionados por :

$$V = 2 \cdot V' \cdot \text{sen}(\pi/q)$$

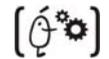
* Las tensiones simples están desfasadas respecto de las tensiones compuestas del mismo índice,

en un ángulo igual a: $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{q}$, resultando:
$$v'_1 = \frac{V\sqrt{2}}{2 \cdot \text{sen}(\pi/q)} \cdot \text{sen}\left(wt + \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{q}\right)\right)$$

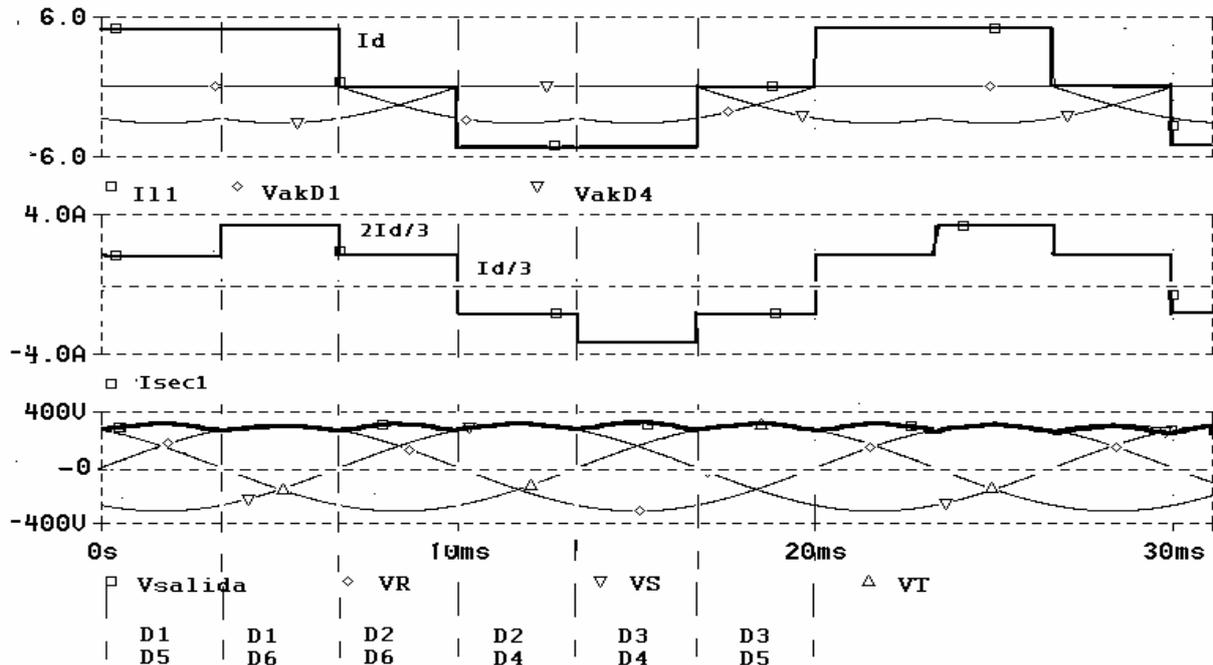
$$v'_2 = \frac{V\sqrt{2}}{2 \cdot \text{sen}(\pi/q)} \cdot \text{sen}\left(wt + \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{q}\right) - \frac{2\pi}{q}\right), \dots$$

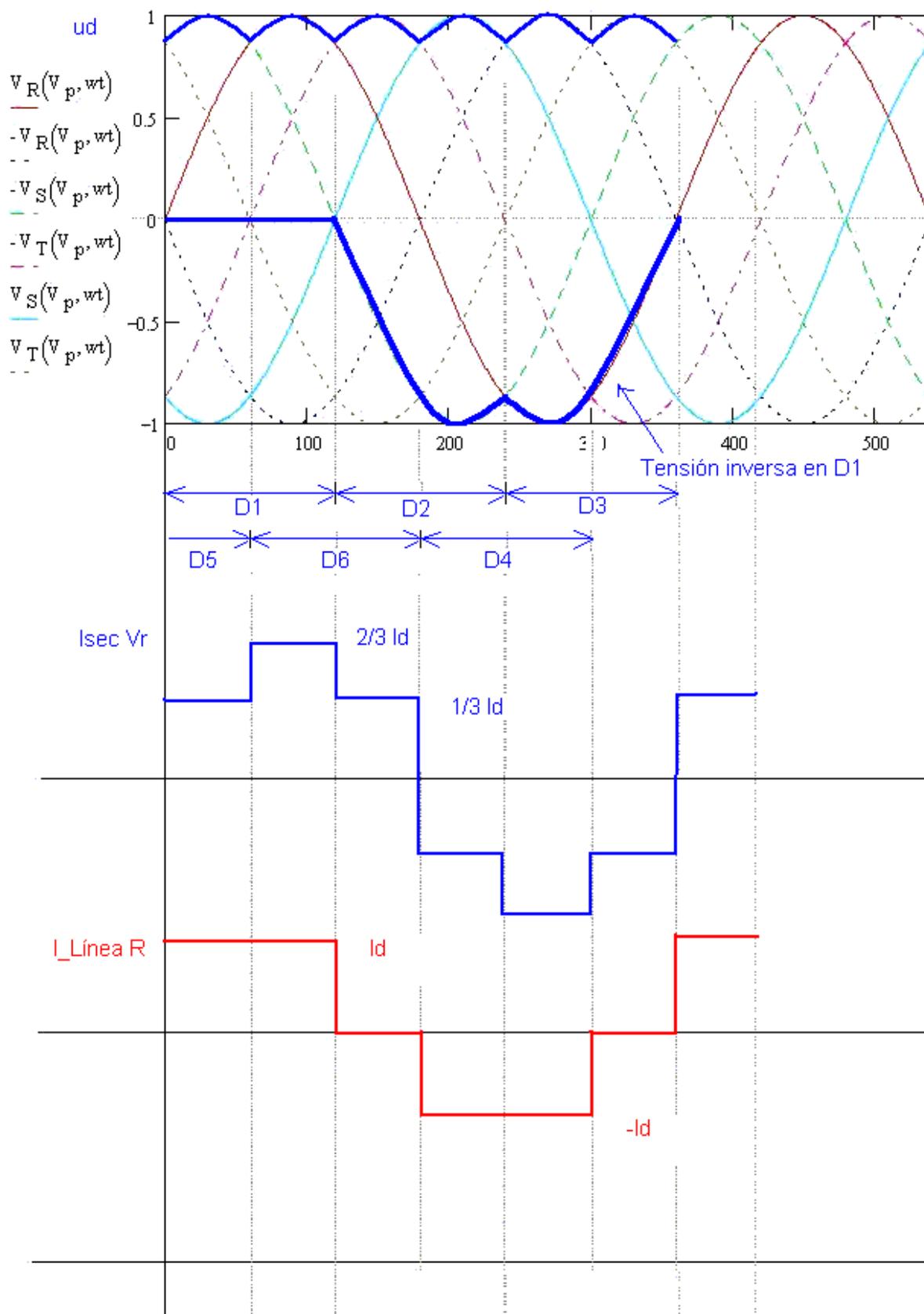
Veamos el funcionamiento de este rectificador, identificando que pareja de diodos conducen en cada intervalo:

Tal como se muestra en la figura anterior, la tensión de salida está formada en cada instante por el módulo de la mayor de las tensiones, bien sea negativa o positiva.



El período de la tensión rectificada de salida es $T/2q$ si q es impar. En la figura anterior se muestra la secuencia de conducción de los diodos, cada uno de los cuales conduce la intensidad de salida I_d durante un tiempo T/q , conduciendo siempre dos diodos simultáneamente.







3.4.2.- Generalización a N fases.

Valor medio: q par e impar $U_{do}(q, V_m) := \frac{q}{\pi} \cdot V_m$

Valor eficaz: q impar $U_{drms_impar}(q, V_m) := \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{V_m}{2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)} \right) \cdot \sqrt{1 + \cos\left(\frac{\pi}{q}\right)} \cdot \sqrt{q \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) + \pi}$

q par : $U_{drms_par}(q, V_m) := \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{V_m}{2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)} \right) \cdot \sqrt{2 \cdot \left(\sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot q + \pi \right)}$

Factor de ondulación:

$K_{ud_par}(q, V_m) := \frac{\pi}{2 \cdot q \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)} \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{q}\right) \right)$ $K_{ud_impar}(q, V_m) := \frac{\pi}{4 \cdot q} \cdot \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi}{2 \cdot q}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2 \cdot q}\right)}$

Tensiones inversas en los diodos: La tensión V_{d1} en bornes del diodo D1 es siempre igual a $V_1 - (v_d - V_{n0})$, que tiene por expresión:

$V_1 - (v_d - V_{n0}) = V_1 - (V_{m0} - V_{n0}) = V_1 - (V_{m0} - V_{n0}) = V_1 - V_{m0}$

Así V_{d1} es sucesivamente igual a las diversas diferencias entre V_1 y la más negativa de las tensiones. La tensión inversa máxima es igual a la amplitud de la mayor de las tensiones opuestas:

* Si el número q de fases es par, hay una tensión directa opuesta a V_1 , la tensión $V_{\frac{q}{2} + 1}$ cuyo mínimo coincide con el máximo de V_1 , así la diferencia será: $V_{i_MÁX} = \frac{V_m}{\sin\left(\frac{\pi}{q}\right)}$

* Si el número q de fases es impar, las dos tensiones más cercanas a la oposición de fase con V_1 son $V_{\frac{q+1}{2}}$ y $V_{\frac{q+3}{2}}$. $V_{i_MÁX}(q, V_m) := \frac{V_m}{2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2 \cdot q}\right)}$

Estudio de las corrientes:

Dado que se supone que el rectificador suministra una corriente continua I_d constante, cada diodo es recorrido por I_d durante el intervalo T/q . De ahí que los valores característicos sean:

$I_{diodo_MÁX} = I_d$ $I_{diodo_Media} = \frac{I_d}{q}$ $I_{diodo_RMS} = \frac{I_d}{\sqrt{q}}$

En el interior del polígono formado por los devanados secundarios, la corriente I_d , que entra por el vértice unido al borne N y sale por el vértice unido al borne M, se reparte entre las dos ramas: una formada por las fases cuyas tensiones son positivas, y la otra formada por aquellas cuyas tensiones son negativas.

Si q es par : hay $q/2$ fases en cada rama, la corriente I_d se reparte en dos partes iguales
 $i_s = I_d/2$ para $0 < t < T/2$
 $i_s = -I_d/2$ para $T/2 < t < T$

Entonces las corrientes secundarias tienen un valor eficaz : $I_s = \frac{I_d}{2}$

Dado que hemos supuesto la corriente i_d constante, la potencia activa suministrada por el rectificador será :

$$P_d = \frac{1}{T} \int_0^T v_d \cdot i_d dt \quad P_d(U_{do}, I_d) := U_{do} \cdot I_d$$

Si despreciamos las pérdidas en los diodos, la potencia activa calculada anteriormente es también la potencia que sale del transformador. Así la potencia aparente del secundario, formado por q devanados de tensiones de valor eficaz V y recorridos por corrientes de valor eficaz I_s , será:

$$S_{s_par} = q \cdot V \cdot I_s = q \cdot \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_d}{2} \quad S_{s_par}(q, V_m, I_d) := \frac{V_m \cdot q \cdot I_d}{2 \cdot \sqrt{2}}$$

Si q es impar : hay $(q+1)/2$ fases en una rama y $(q-1)/2$ en la otra. Si la impedancia de todos los devanados es la misma, la corriente en cada una de las dos ramas es inversamente proporcional al número de fases que lo formen.

Durante cada uno de los $2q$ intervalos que forman cada período T , habrá :

- * $(q+1)/2$ devanados recorridos por $(q-1)/(2q) | I_d |$
- * $(q-1)/2$ devanados recorridos por $(q+1)/(2q) | I_d |$

La corriente en cada devanado secundario será :

- * $| I_d/2 | (q-1)/q$ durante $(q+1)$ intervalos
- * $| I_d/2 | (q+1)/q$ durante los otros $(q-1)$ intervalos.

Su valor eficaz es, por tanto :

$$I_{s_impar} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{q+1} \cdot I_d \cdot \frac{\sqrt{q-1}}{q} = \frac{I_d}{2} \cdot \frac{\sqrt{q^2-1}}{q}$$

Factor de utilización de secundario $F_s = P_d / S_s$.

$$F_{s_par}(q, V_m, I_d) = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{\pi} = 0.9003 \quad F_{s_impar}(q, V_m, I_d) := 0.90 \cdot \frac{q}{\sqrt{q^2-1}}$$

El Factor de Conversión o rendimiento:

$$\eta_{par}(q, V_m) := 2 \cdot q^2 \cdot \frac{\left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{q}\right)\right)^2}{\pi \cdot \left(\sin\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{q}\right) \cdot q + \pi\right)} \quad \eta_{impar}(q, V_m) := 4 \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{q}\right)\right) \cdot \frac{q^2}{\left(q \cdot \sin\left(\frac{\pi}{q}\right) + \pi\right) \cdot \pi}$$

3.4.3.- Caída de tensión en funcionamiento real.

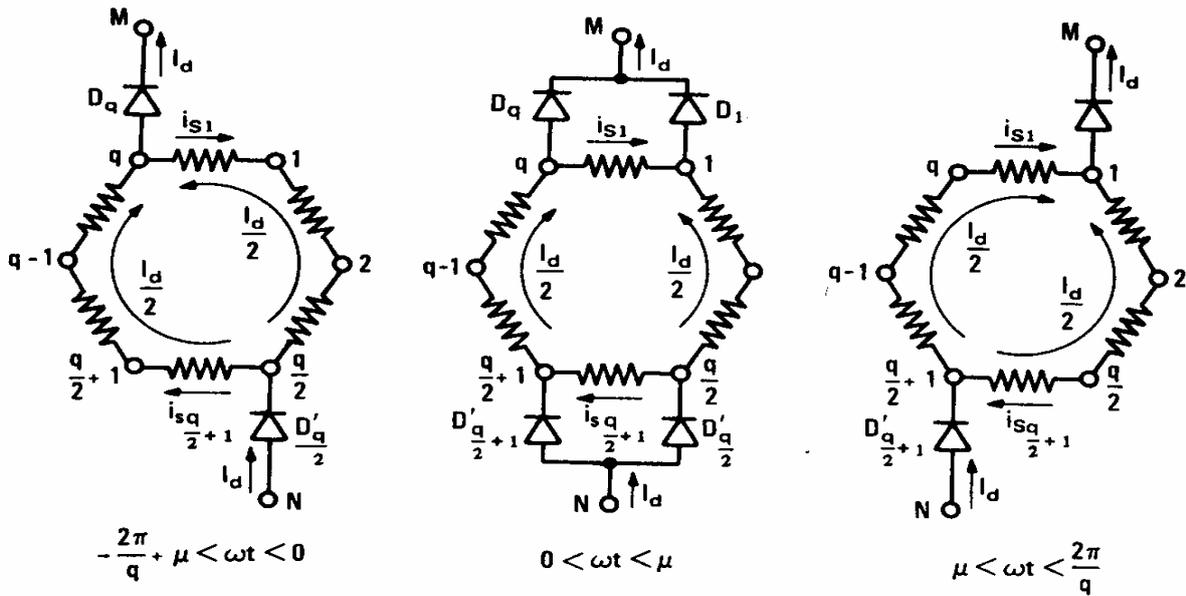
La caída de tensión total se puede calcular como la suma de las diversas contribuciones. Veamos a continuación cada una de dichas contribuciones:

a).- Caída debida a la superposición:

Es preciso distinguir el caso en que el número de fases q sea par del impar, pues para este último, las conmutaciones que tienen lugar en los grupos de diodos no son simultáneas.

q par :

En la figura siguiente se representa las tres etapas de una conmutación. Antes de $t=0$ donde v_1 se hará positiva, la tensión $v(q/2+1)$ era negativa conduciendo D_q y $D'(q/2)$. En esta circunstancia $i_{s1} = -I_d/2$. En el instante $t=0$ conducen D_1 y $D'(q/2+1)$, cortocircuitándose las fases 1 y $(q/2+1)$. Este corto durará hasta $t_w = \mu$ en que las corrientes en las fases 1 y $(q/2+1)$ se han invertido.



Por tanto durante el intervalo en que la fase 1 está cortocircuitada, se cumple :

$$L_c \cdot \frac{di_{S1}}{dt} = v_1 = V\sqrt{2} \cdot \text{sen}(\omega t)$$

imponiendo $i_{S1}(t=0) = -I_d/2$, obtenemos:
$$i_{S1} = -\frac{V\sqrt{2}}{L_c \omega} \cdot \cos(\omega t) + \frac{V\sqrt{2}}{L_c \omega} \cdot \frac{I_d}{2}$$

Ahora, para $\omega t = \mu$ se alcanza el valor $+I_d/2$, obteniendo así el ángulo de conmutación :

$$1 - \cos \mu = \frac{L_c \omega}{V\sqrt{2}} \cdot I_d$$

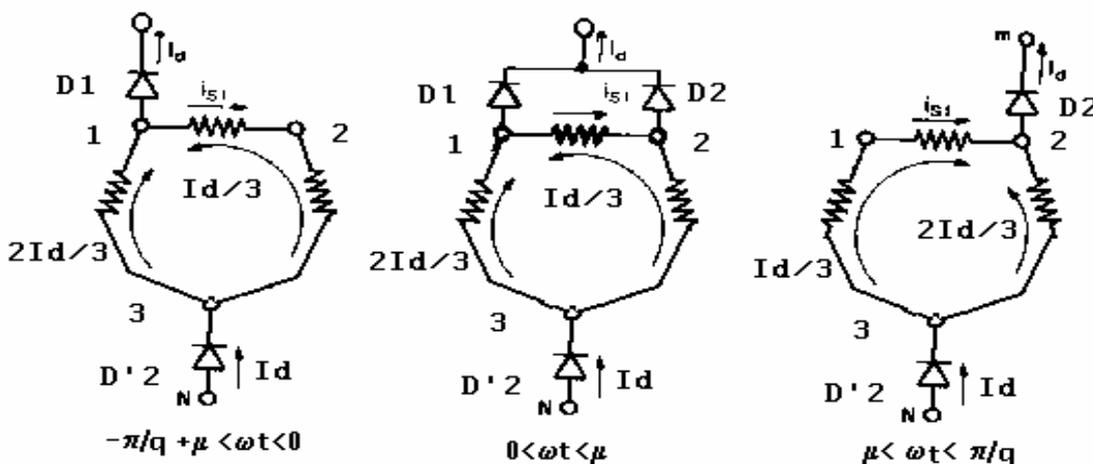
Mientras el devanado 1 está en corto circuito, la suma de las tensiones positivas se ve disminuida en v_1 . Hay q disminuciones por período, de donde obtenemos la caída del valor medio como:

$$\Delta_1 U_d = \frac{q}{2\pi} \cdot \int_0^\mu V\sqrt{2} \cdot \text{sen}(\omega t) \cdot d\omega t = \frac{q}{2\pi} \cdot V\sqrt{2} \cdot (1 - \cos \mu) \Rightarrow \Delta_1 U_d = \frac{q}{2\pi} \cdot L_c \omega \cdot I_d$$

q impar:

Fijémonos en la siguiente figura, donde se muestra las tres etapas de la inversión de la corriente en la fase 1, para el rectificador trifásico:

Justo antes de $\omega t=0$ la corriente $i_{S1} = -I_d/3$. Durante la conmutación, la corriente i_{S1} se invierte en la fase cortocircuitada. Así después de $\omega t = \mu$ la corriente $i_{S1} = +I_d/3$. Durante el intervalo en que la fase 1



está corto circuitada se cumplirá:

$$L_c \cdot \frac{di_{S1}}{dt} = v_1 = V\sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt) \text{ resolviendo la ecuación diferencial: } i_{S1}(t) = \frac{V\sqrt{2}}{w \cdot L_c} \cdot (1 - \cos(wt)) + C$$

con la condición inicial de $i_{S1}(0) = -I_d/3$ se obtiene: $C = -\frac{I_d}{3}$

la corriente i_{S1} debe pasar de $-(I_d/3)$ a $+(I_d/3)$ $1 - \cos \mu = \frac{L_c w \cdot I_d}{V\sqrt{2}} \cdot \left(1 - \frac{1}{q}\right)$

Durante el intervalo de conmutación de la fase 1, la tensión rectificadora tiene por valor :

$$u_d = \sum \text{tensiones positivas sec.} - v_1 - L_c \cdot \frac{di_c}{dt} = - \sum \text{tensiones negativas sec.} - L_c \cdot \frac{di'_c}{dt}$$

dado que la suma de las q tensiones secundarias es nula, resulta :

$$-v_1 = -L_c \cdot \left(\frac{di_c}{dt} - \frac{di'_c}{dt} \right) \text{ la suma de } i_c + i'_c = I_d \text{ (cte.)}, \text{ resultando :}$$

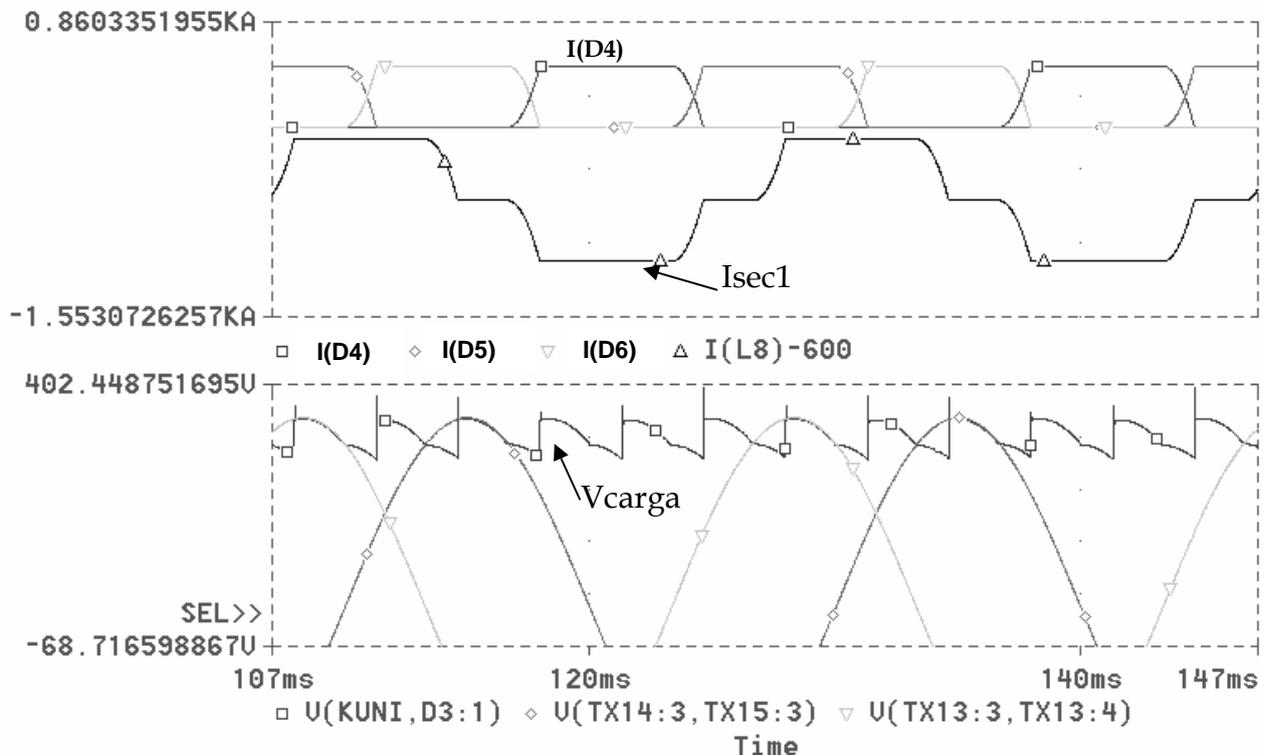
$$2 \cdot L_c \cdot \frac{di_c}{dt} = -v_1 = -V\sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt) \text{ , de donde haciendo } i_c(wt = 0) = 2 \cdot I_d/3$$

$$i_c = \frac{V\sqrt{2}}{2 \cdot L_c} (\cos wt - 1) + \frac{2 \cdot I_d}{3} \text{ , por tanto la suma de las tensiones positivas se verá}$$

disminuida en $v_1/2$. Como hay $2q$ conmutaciones por período T , la reducción del valor medio de la tensión rectificadora será :

$$\Delta_1 U_d = \frac{2q}{2\pi} \cdot \int_0^\mu \frac{V\sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt)}{2} \cdot dw = \frac{q}{2\pi} \cdot V\sqrt{2} \cdot (1 - \cos \mu) = \frac{q}{2\pi} \cdot L_c w \cdot I_d \left(1 - \frac{1}{q}\right)$$

Veamos en las dos siguientes figuras el efecto de las inductancias de secundario sobre la tensión de salida rectificadora:



**b).- Caída debida a las resistencias.**

Se calculan igual que para el rectificador de media onda.

$$P_J = R_d \cdot I_d^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta_2 U_d = R_d \cdot I_d = \frac{P_J}{I_d}$$

c).- Caída debida a los diodos.

El circuito de la corriente I_d pasa por dos diodos, uno de cada uno de los grupos. La caída será debida a los dos diodos:

$$\Delta_3 U_d = 2 \cdot [v_{forward}]_{I_d}$$

De todas las caídas de tensión la más importante es la debida al solape de conducción de los diodos, si suponemos despreciables las demás caídas, podemos calcular la tensión media real a la salida de un rectificador de tipo S. de la siguiente manera:

$$U_{d_real} = U_{do_vacio} - \Delta U_d = \begin{cases} \frac{q}{\pi} \cdot \left[V\sqrt{2} - \frac{L_c W \cdot I_d}{2} \right] & \text{para } q \text{ par} \\ \frac{q}{\pi} \cdot \left[V\sqrt{2} - \frac{L_c W \cdot I_d}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{q} \right) \right] & \text{para } q \text{ impar} \end{cases}$$