



TEMA 4: Transformadores para Rectificadores

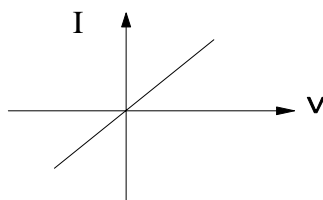
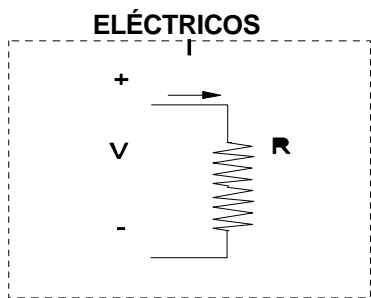
Índice

TEMA 4: Transformadores para Rectificadores.....	1
4.1.- Revisión de los conceptos de circuitos magnéticos.....	1
4.2.- Transformadores: Conceptos previos.....	3
4.3.- Cálculo del Área Producto para Transformadores:.....	5
4.4.- Relaciones básicas de un transformador monofásico y trifásico.	7
4.3.- Cálculo del factor de potencia en primario para los distintos tipos de rectificadores.	8

4.1.- Revisión de los conceptos de circuitos magnéticos.

A la hora de abordar el funcionamiento de dispositivos magnético en un sistema de potencia, es conveniente conocer la manera de simplificar dicha estructura magnética en un circuito eléctrico equivalente que nos simplifique su estudio, e incluso en definir la magnitud y localización de los elementos parásitos del circuito magnético que tan a menudo condicionan el funcionamiento real de dichos conversores. Veamos a continuación como se caracterizan las componentes y circuitos magnéticos.

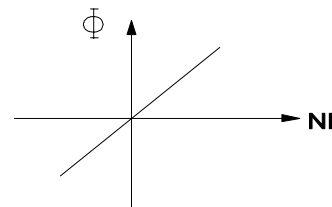
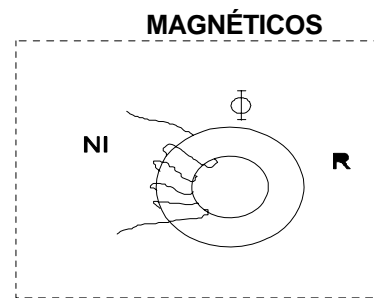
Caracterización de componentes:



$$V = R \cdot I$$

V= Fuerza electromotriz (f.e.m.)
R= Resistencia
I= Corriente Eléctrica

→ Medida de la oposición del circuito eléctrico al paso de la corriente eléctrica



$$N \cdot I = R \cdot \Phi$$

N·I= Fuerza magnetomotriz (f.m.m.)
R= Reluctancia
Φ= Flujo magnético

→ Medida de la oposición del circuito magnético a la circulación del flujo magnético

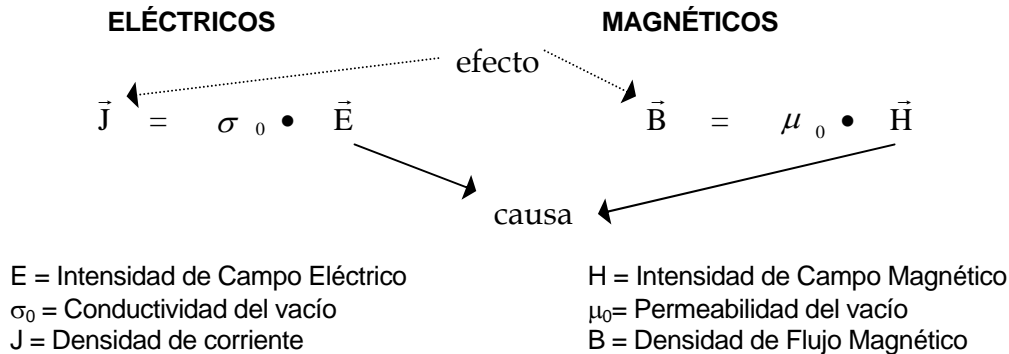
Leyes características:

- Revisión de los Principios Electromagnéticos:

En 1820 Oersted descubrió que la corriente eléctrica circulando en un conductor produce un campo magnético.

En 1831 Faraday descubrió que si colocamos un conductor eléctrico en forma de circuito dentro de una región en la que hay un campo magnético, si el flujo magnético varía en el tiempo, se induce una corriente circulando en el circuito (mientras el flujo está variando).

Estos fenómenos establecen la relación entre la electricidad y el magnetismo.

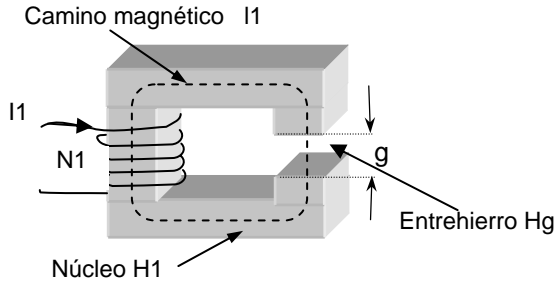


- Ley de Ampere : Esta ley establece que la integral a lo largo de una línea cerrada de la Intensidad de Campo Magnético (H) es igual a la corriente total encerrada por dicho contorno.

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_i I_i$$

Para la mayoría de los circuitos prácticos, la ecuación anterior se puede escribir como:

$$\sum_k H_k \cdot l_k = \sum_m N_m \cdot i_m$$

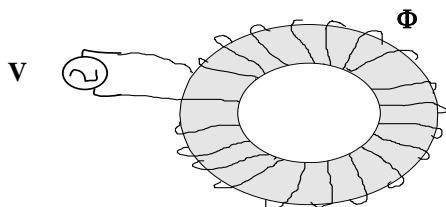


- caso particular: Inductor con entrehierro:

$$H_1 \cdot l_1 + H_g \cdot l_g = N_1 \cdot i_1$$

- Ley de Faraday : Esta ley establece que la fuerza electromotriz (emf) inducida en un circuito eléctrico es igual a menos la razón de variación temporal del flujo en el circuito.

$$v = -N \frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(\phi N)}{dt} = -\frac{d\lambda}{dt}$$



λ = flujo de enlace (flux linkage)

La polaridad de la f.e.m. inducida a un circuito por el flujo de enlace cambiante siempre es tal que intenta oponerse al cambio del flujo que lo causa, tal como establece la ley de Lenz.

- Ley de Gauss: Esta ley establece que el flujo de B hacia el exterior de una superficie cerrada es cero. Lo cual implica que en cualquier intersección de diversas ramas magnéticas se cumple:

$$\sum \Phi = \sum B \cdot S = \oiint_{Surface} B \cdot dS = 0$$

Por tanto las líneas de campo magnético son continuas, forman trayectorias cerradas sin fuentes ni sumideros.



Unidades Magnéticas y sus relaciones:

- Relaciones del campo magnético:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \quad \vec{M} = \chi_m \vec{H} \quad \text{donde } \chi_m \text{ es la susceptibilidad magnética}$$

\vec{M} es la magnetización del material.

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0(\vec{H} + \chi_m \vec{H}) = \mu_0 \vec{H}(1 + \chi_m) = \mu \vec{H}$$

donde μ es la permeabilidad del medio. $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \chi_m$ permeabilidad relativa.

- Potencial Magnético, derivado de la Ley de Ampere: $mmf = \int H \cdot dl = H \cdot l = N \cdot I$ [A - turn]

- Ley de Inducción electromagnética:

$$V = N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = N \cdot \frac{d[Ae \cdot B]}{dt} = N \cdot Ae \cdot \frac{dB}{dt} \quad [\text{Volts.}]$$

- Energía almacenada (combinando las ecuaciones anteriores): donde $\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$

$$W = \int V \cdot I = \int \left[N \cdot Ae \cdot \frac{dB}{dt} \right] \cdot \left[\frac{H \cdot lm}{N} \right] = Ae \cdot lm \cdot \int H \cdot dB = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2 \cdot Ae \cdot lm}{\mu_0 \cdot \mu_r} \quad [\text{Joules}]$$

Si consideramos un circuito por el que circula una corriente I, según la ley de Ampere, la corriente genera un campo magnético que en cada punto es proporcional a I, donde la constante de proporcionalidad se denomina autoinductancia L. Así :

Entonces

$$W = \frac{1}{2} \cdot B \cdot H \cdot Ae \cdot lm = \frac{1}{2} \cdot \Phi \cdot N \cdot I = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$$

$$\Phi_I = \frac{L}{N} \cdot I$$

$$\text{donde } L \equiv \frac{B \cdot N^2 \cdot Ae}{H \cdot le} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N^2 \cdot Ae}{le} \quad [\text{Henries}]$$

En la siguiente tabla se establecen las principales unidades magnéticas con sus

unidades y relaciones de conversión entre los diferentes sistemas internacionales de medida:

PARÁMETRO	SÍMBOLO	S.I.	C.G.S.	CGS a SI
Densidad de Flujo Magnético	B	Tesla	Gauss	10 ⁻⁴
Intensidad de Campo Magnético	H	Avuelta/m	Oersted	1000/4π
Permeabilidad (vacío)	μ ₀	4π 10 ⁻⁷	1	4π 10 ⁻⁷
Permeabilidad Relativa	μ _r			1
Flujo Magnético (ò BdS)	Φ	Weber	Maxwell	10 ⁻⁸
Potencial Magnético (ò Hdl)	mmf	Amp-Vuelta	Gilbert	10/4π
Long. media del camino magnético	lm	m	cm	10 ⁻²
Área magnética efectiva	Ae	m ²	cm ²	10 ⁻⁴
Densidad de Corriente	J	A/m ²	A/cm ²	10 ⁴

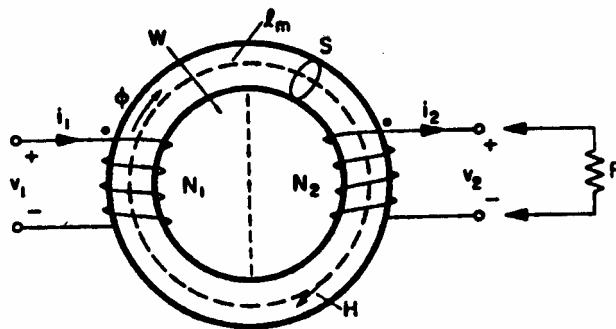
4.2.- Transformadores: Conceptos previos.

Como primera definición, se puede decir que un transformador es un conjunto de dos o más bobinas acopladas entre sí a través de un circuito magnético común, es decir dos o más devanados enlazados por un flujo común. Uno de los bobinados, **el primario**, está conectado a una fuente de tensión alterna, de manera que se genera un flujo alterno, la amplitud del cual depende de la tensión aplicada al primario y al número de vueltas de este. El flujo mutuo que liga ambos bobinados a través del circuito magnético de baja reluctancia, genera en el otro bobinado, **el secundario**, una tensión cuyo valor dependerá del número de vueltas del secundario.

Si asumimos que el flujo magnético está completamente confinado en el núcleo, a partir de la ley de Faraday obtenemos la siguiente relación:

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= N_1 \cdot \frac{d\phi_m}{dt} \\ v_2 &= N_2 \cdot \frac{d\phi_m}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad (4.1)$$

Donde ϕ_m es el flujo mutuo. Una de las características ventajosas del funcionamiento del transformador es que para generar el flujo mutuo, solo se necesita una pequeña fracción de la corriente de la carga para excitar al núcleo. Veamos esta circunstancia aplicando la ley de Ampere al núcleo toroidal representado en la siguiente figura.



Esquema de un transformador de dos bobinados. En la práctica N_1 y N_2 están distribuidas alrededor de todo el núcleo.

$$\sum_i N_i \cdot I_i = \mathcal{R} \cdot \Phi \quad \Rightarrow \quad N_1 \cdot i_1 - N_2 \cdot i_2 = \mathcal{R} \cdot \Phi = \mu c \cdot H \cdot Ae \cdot \frac{lm}{\mu c \cdot Ae} = H \cdot lm \quad (4.2)$$

$$i_1 = \frac{N_2}{N_1} \cdot i_2 + \frac{H \cdot lm}{N_1} = \frac{N_2}{N_1} \cdot i_2 + i_m$$

Cabe destacar que los amperios-vuelta $N_2 i_2$ del bobinado secundario se sustraen de los del primario y el flujo generado por la corriente del secundario se opone al flujo generado por la corriente de primario (ley de Lenz).

El flujo mutuo genera una tensión positiva en los terminales marcados con un punto (**convención de puntos**). Así la corriente de excitación del primario es entrante hacia el terminal con punto, mientras que la corriente de secundario es saliente del terminal con punto. Cabe mencionar que en el caso de dos inductores acoplados en el mismo núcleo, los amperios-vuelta de ambos inductores se suman y la corriente del secundario fluye también como la del primario hacia el punto.

Tal como muestra la ecuación 4.2 la corriente de primario i_1 consta de dos partes: la corriente de carga (corriente de secundario reflejada a primario) y una pequeña corriente magnetizante i_m , que es utilizada para la excitación del núcleo (normalmente es menor del 1% de la corriente de carga para un transformador eficiente).

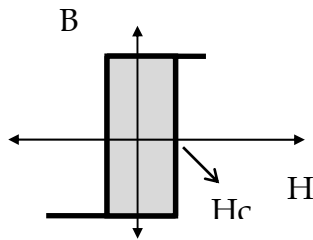
Si la reluctancia del camino magnético fuera cero, lo cual corresponde a una permeabilidad del núcleo infinita y a la no existencia de gap, la intensidad de campo magnético, H , debería ser cero para evitar que la densidad de flujo magnético B fuese infinita. Pero H solo puede ser igual a cero si el



producto de Ni para los dos bobinados suma cero, la cual implica la siguiente relación entre las fuerzas magnetomotrices del transformador:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} \quad (4.3)$$

Las ecuaciones 4.1 a 4.3 definen el comportamiento de un transformador ideal. Donde el material idóneo para realizar el transformador era el que tuviera una μ tendiendo a infinito, lo cual implicaba una $i_m=0$. En la realidad aunque la μ fuera muy grande, las características no ideales del material magnético, tal como la intensidad de campo coercitiva hacen que también existiera una corriente magnetizante residual, circunstancia que se muestra en la siguiente figura.



$$N_1 \cdot i_1 - N_2 \cdot i_2 = H_c \cdot l_m$$

$$i_m = \frac{H_c \cdot l_m}{N_1} \quad (4.4)$$

Un transformador real se diferencia del ideal en tres aspectos fundamentales:

1. Las tensiones no responden exactamente a la relación (4.1) puesto que no todo el flujo que atraviesa uno de los devanados cruza el otro, debido a la existencia de un **flujo de dispersión**.
2. **La permeabilidad es finita** con lo que la relación (4.3) tampoco es totalmente cierta. Es necesaria una f.m.m. total no nula para crear un flujo en el núcleo, la corriente necesaria para crear ese campo se denomina corriente magnetizante.
3. Las relaciones (4.1) y (4.3) expuestas **no dependen de la frecuencia** pudiendo trabajar en continua, pero este no es el caso de un transformador real.

A pesar de estas diferencias, la aproximación del transformador ideal resulta muy útil en el modelado de los transformadores reales.

4.3.- Cálculo del Área Producto para Transformadores:

A la hora de diseñar transformadores, se deben tener en consideración varias restricciones, tales como la potencia de salida y la eficiencia del transformador, o bien consecuencias de estas tales como la capacidad del bobinado secundario para transmitir la potencia a la carga con un margen de regulación especificado o el máximo aumento de la temperatura que se derive de las pérdidas.

Obtengamos una relación entre la capacidad de manejar potencia de un transformador y la magnitud del tamaño del transformador que necesitamos, tal como el Área Producto. Aplicando la ley de Faraday que relaciona la tensión aplicada y el flujo de unión en los bobinados del transformador, se obtiene:

$$V = K_f \cdot N \cdot B_m \cdot Ae \cdot f_s \cdot 10^{-4} \quad \text{donde } K_f = \begin{cases} 4 \text{ onda cuadrada} \\ 4.44 \text{ onda senoidal} \end{cases}$$

reorganizando la expresión anterior se obtiene:

$$N = \frac{V \cdot 10^4}{K_f \cdot B_m \cdot Ae \cdot f}$$

Por definición, el factor de utilización de la ventana cuando se disponen de varios bobinados es igual a:

$$K_u = \sum_i \frac{N_i \cdot A_{x_i}}{A_w} \rightarrow K_u \cdot A_w = N_p \cdot A_{xp} + N_s \cdot A_{xs} \quad \text{siendo, por definición} \quad A_{x_i} = \frac{I_i}{J}$$

$$\text{por tanto} \quad K_u \cdot A_w = N_p \cdot \frac{I_p}{J_p} + N_s \cdot \frac{I_s}{J_s} \quad \text{si} \quad J_p = J_s = J$$

comparando las ecuaciones anteriores:

$$A_w \cdot K_u = \frac{V_p \cdot 10^4}{Ae \cdot K_f \cdot B_m \cdot f} \cdot \left(\frac{I_p}{J} \right) + \frac{V_s \cdot 10^4}{Ae \cdot K_f \cdot B_m \cdot f} \cdot \left(\frac{I_s}{J} \right)$$

$$\text{reorganizando los términos:} \quad Ae \cdot A_w = \frac{(V_p \cdot I_p + V_s \cdot I_s) \cdot 10^4}{K_u \cdot K_f \cdot B_m \cdot f}$$

Considerando que:

$$P_o = V_s \cdot I_s, \quad P_{in} = V_p \cdot I_p \quad \text{y la potencia aparente se define como:} \quad P_t = P_{in} + P_o = \frac{P_o}{\eta} + P_o$$

$$\Rightarrow AP = \frac{P_t \cdot 10^4}{K_f \cdot B_m \cdot f \cdot J \cdot K_u} = \frac{\left(\sum_i V_i \cdot I_i \right) \cdot 10^4}{K_f \cdot B_m \cdot f \cdot J \cdot K_u} \quad [\text{cm}^4]$$

Ahora dependiendo de la configuración donde el transformador va inmerso, y del tipo de rectificador conectado al secundario del mismo, dentro de la fuente de alimentación, la potencia aparente puede variar desde un factor 2 a 2.828 veces la potencia de la entrada.

Cálculo de la Potencia Aparente.

Recordando el concepto tradicional del factor de potencia (FP) que era aplicado a formas de onda senoidales, este correspondía al coseno del ángulo entre la tensión y corriente. En los sistemas de potencia es un hecho habitual la mezcla de formas de onda senoidales y rectangulares, por tanto el factor de potencia corresponderá a su definición general igual a:

$$FP = \frac{\langle P \rangle}{V_{RMS} \cdot I_{RMS}} = \frac{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t) \cdot i(t) \cdot dt}{V_{RMS} \cdot I_{RMS}}$$

aplicándolo al diseño de un transformador, necesitamos calcular:

1. voltios-amperios, que podrán ser calculados a partir del FP y las potencias medias de primarios y secundarios.

$$\sum VA = \sum_i \frac{\langle P_{primario} \rangle_i}{FP_{p-i}} + \sum_j \frac{\langle P_{secundario} \rangle_j}{FP_{s-i}}$$

2. Factor de forma Kf.

En general el factor de forma Kf se define como:

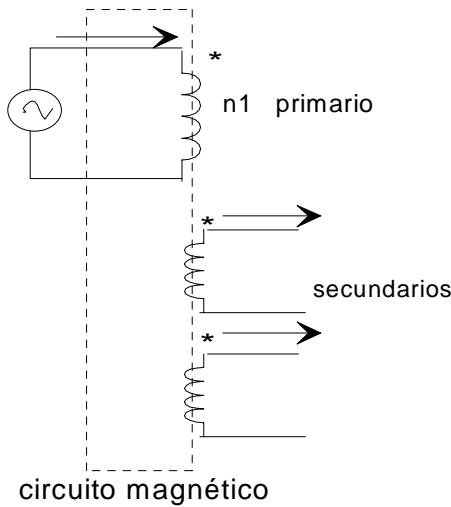
$$Kf = \frac{K}{\tau/T}, \quad \text{donde } K = \frac{\text{valor RMS de la tensión aplicada en un periodo}}{\text{valor medio sobre } \tau}$$

τ es el tiempo que tarda el flujo desde cero a su valor máximo



4.4.- Relaciones básicas de un transformador monofásico y trifásico.

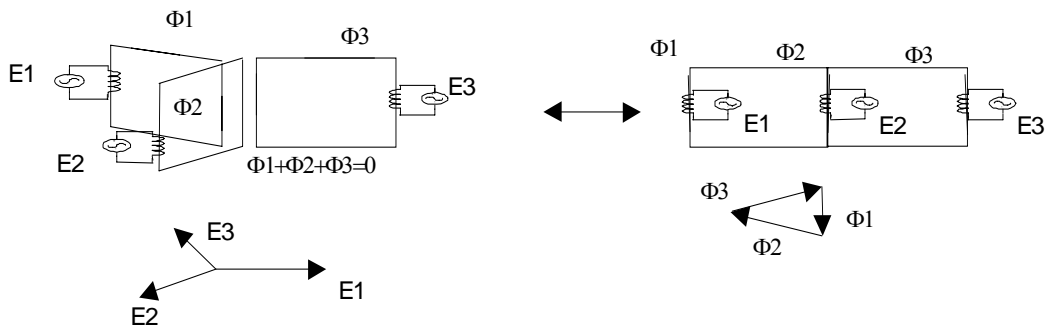
a) **Red monofásica:** Cuando la fuente es monofásica, el transformador que se utiliza es forzosamente monofásico. Tanto si su circuito magnético está formado por un núcleo bobinado, como si está formado por dos, todos los devanados están atravesados por el mismo flujo (despreciando los flujos de dispersión), tal como se muestra a continuación:



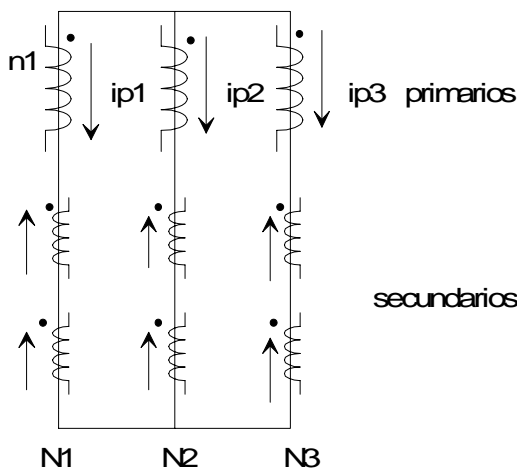
Si los amperios-vuelta de secundarios tienen una componente continua, dicha componente no puede ser compensada por la f.m.m. de primario, ya que la corriente primaria es necesariamente alterna y de valor medio nulo. Por tanto, estos amperios-vuelta no compensados no intervienen en el cálculo de la corriente primaria, además de llegar a poder saturar el transformador.

Si consideramos unos transformadores ideales con una corriente magnetizante nula, podemos escribir que la compensación amperios-vuelta alternos, tal como sigue: $n_1 \cdot i_p = \sum n_2 \cdot i_s - \langle I_{media} \rangle =$ **a la suma de los amperios-vuelta contados en el mismo sentido, habiéndole sustraído el valor medio de esta suma en caso de existir.**

b) **Red Trifásica:** Los transformadores alimentados por la red trifásica tienen normalmente un circuito magnético con tres núcleos. La forma de materializar esta combinación se muestra en la siguiente figura.



Cada núcleo lleva un devanado primario y uno o varios secundarios. Los devanados secundarios se reparten para que las f.m.m. secundarias formen un sistema equilibrado, con el fin de que las corrientes primarias formen un sistema equilibrado. Por sistema polifásico equilibrado de tensiones o de corrientes se entiende que todas ellas tienen el mismo valor eficaz y están desfasadas $2\pi/q$ grados entre sí, siendo q el número de fases del sistema. En la siguiente figura se representa un transformador trifásico mostrando el convenio de puntos.



Si los amperios-vuelta secundarios de cada uno de los núcleos tienen un valor medio no nulo, esta componente no es compensable, así no se considera en la expresión: $\sum_N n_2 \cdot i_s$

Cabe a continuación distinguir entre los modos de conexión de los devanados primarios.

☐ Si los devanados primarios están conectados

en **triángulo**, no hay ninguna restricción, cumpliendo la compensación de los amperios-vuelta alternos en cada núcleo :

$$\begin{aligned} n_1 \cdot i_{p1} &= \sum_{\text{Núcleo1}} n_2 \cdot i_S \\ n_1 \cdot i_{p2} &= \sum_{\text{Núcleo2}} n_2 \cdot i_S \\ n_1 \cdot i_{p3} &= \sum_{\text{Núcleo3}} n_2 \cdot i_S \end{aligned} \quad (1)$$

En estos sistemas no coinciden las corrientes de línea con las corrientes primarias, existiendo la siguiente relación:

$$i_{L1} = i_{p1} - i_{p2} ; \quad i_{L2} = i_{p2} - i_{p3} ; \quad i_{L3} = i_{p3} - i_{p1} \quad (2)$$

La conexión en triángulo impone que la suma de tensiones en el primario sea nula, es decir, $\sum_{k=1}^3 u_{pk} = 0$. La tensión inducida en primario es igual a $u_{pk} = N \cdot d\phi_k / dt$, si despreciamos el flujo de dispersión y la resistencia del bobinado, obtenemos, dado que los flujos de un circuito magnético trifásico verifican la condición : $\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 = \phi_{continuo}$, que el flujo de continua es constante

□ Si los devanados primarios están conectados en **estrella sin conductor neutro**, la suma instantánea de las corrientes primarias es nula. Cuando los amperios-vuelta de secundario forman un sistema cuya suma instantánea es nula, satisfaciendo la siguiente condición:

$$1. \quad \sum_{\text{Núcleo1}} n_2 \cdot i_S + \sum_{\text{Núcleo2}} n_2 \cdot i_S + \sum_{\text{Núcleo3}} n_2 \cdot i_S = 0 \quad (3)$$

2. Pero si en estos sistemas la componente homopolar o continua $\frac{1}{3} \cdot (i_{p1} + i_{p2} + i_{p3})$ no es nula, no será compensada por las f.m.m. primarias, y por tanto deberán de ser restadas de la contribución hacia primario, tal como indica en la siguiente expresión:

$$n_1 \cdot i_{p1} = \sum_{N1} n_2 \cdot i_S - \frac{1}{3} \cdot \left(\sum_{N1} n_2 \cdot i_S + \sum_{N2} n_2 \cdot i_S + \sum_{N3} n_2 \cdot i_S \right)$$

después de simplificar podemos expresarlo para los tres primarios como: (4)

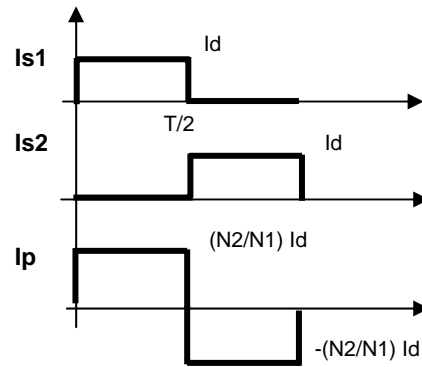
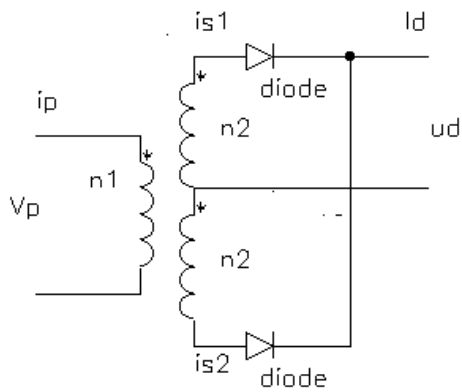
$$\begin{cases} n_1 \cdot i_{p1} = \frac{2}{3} \sum_{N1} n_2 \cdot i_S - \frac{1}{3} \sum_{N2} n_2 \cdot i_S - \frac{1}{3} \sum_{N3} n_2 \cdot i_S \\ n_1 \cdot i_{p2} = \frac{2}{3} \sum_{N2} n_2 \cdot i_S - \frac{1}{3} \sum_{N3} n_2 \cdot i_S - \frac{1}{3} \sum_{N1} n_2 \cdot i_S \\ n_1 \cdot i_{p3} = \frac{2}{3} \sum_{N3} n_2 \cdot i_S - \frac{1}{3} \sum_{N1} n_2 \cdot i_S - \frac{1}{3} \sum_{N2} n_2 \cdot i_S \end{cases}$$

4.3.- Cálculo del factor de potencia en primario para los distintos tipos de rectificadores.

a).- Montaje bifásico P.2

En este montaje rectificador la corriente secundaria i_{s1} vale $+I_d$ para $0 < \omega t < \pi$, y la corriente i_{s2} vale $+I_d$ para $\pi < \omega t < 2\pi$. Por tanto los amperios-vuelta de secundario $n_2 \cdot i_{s1} - n_2 \cdot i_{s2}$ tienen un valor medio nulo:

$$n_1 \cdot i_p = \sum n_2 \cdot i_S \Rightarrow n_1 \cdot i_p = n_2 \cdot i_{s1} - n_2 \cdot i_{s2}$$



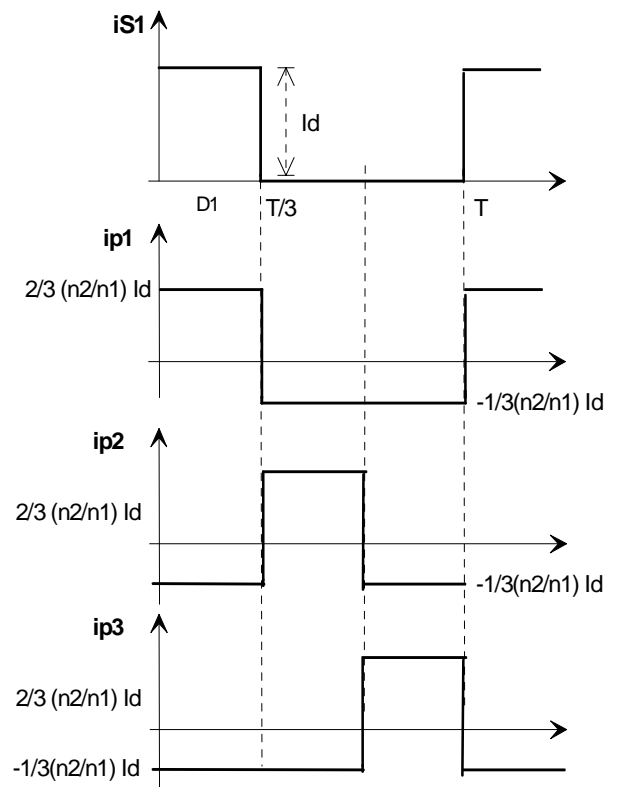
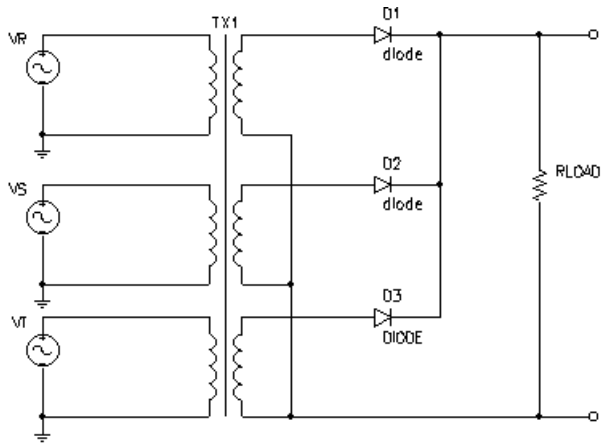
La corriente primaria i_p , igual a $(n_2/n_1)I_d$ durante un semiciclo e igual a $-(n_2/n_1)I_d$ durante el otro, tiene un valor eficaz igual a : $I_p = \frac{n_2}{n_1} \cdot I_d$. Siendo el valor eficaz de la tensión primaria igual a

$V_p = \frac{n_1}{n_2} \cdot V$, el factor de potencia de primario resulta:

$$FP_p = \frac{P_d}{S_p} = \frac{U_{do} \cdot I_d}{V_p \cdot I_p} = \frac{\frac{2}{\pi} \cdot V_m \cdot I_d}{\frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot I_d} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 0.90 \quad \text{y} \quad FP_{sec} = 0.636$$

b) Montaje trifásico P.3.

En este montaje rectificador sólo hay un devanado secundario por núcleo. Así en cada núcleo la f.m.m. secundaria es $n_2 I_d$ durante un tercio del período total y nulo durante el resto. Las f.m.m. representan pues una componente continua u homopolar que los amperio-vuelta de primario no pueden compensar. Por tanto independientemente de la conexión de los devanados primarios, las corrientes de secundario corresponden a:



$$i_{s1} + i_{s2} + i_{s3} = I_d$$

entonces \Rightarrow

$$i_{p1} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \left(i_{s1} - \frac{I_d}{3} \right), \quad i_{p2} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \left(i_{s2} - \frac{I_d}{3} \right),$$

$$i_{p3} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \left(i_{s3} - \frac{I_d}{3} \right)$$

El valor de i_{s1} e i_{p1} se representa a continuación:

De donde el valor eficaz por primario corresponde a:

$$I_p = \sqrt{\frac{1}{T} \left[\frac{2}{3} \frac{n_2}{n_1} \cdot I_d \right]^2 \cdot \frac{T}{3} + \frac{1}{T} \left[\frac{1}{3} \frac{n_2}{n_1} \cdot I_d \right]^2 \cdot \frac{2T}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot I_d$$

y el factor de potencia de primario es igual a:

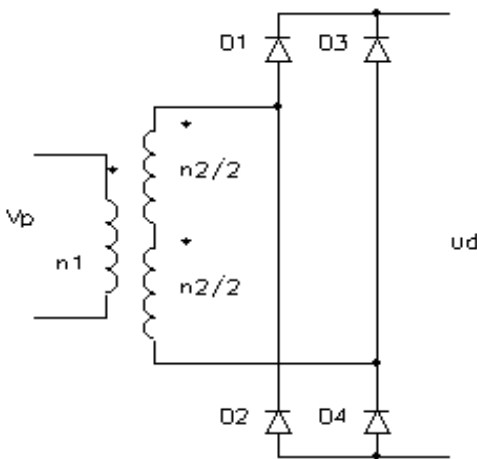
$$FP_p = \frac{U_{do} \cdot I_d}{3 \cdot V_p \cdot I_p} = \frac{\frac{3}{\pi} \cdot V \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot I_d}{3 \cdot \frac{n_1}{n_2} \cdot V \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot I_d} = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} = 0.827$$

Si el primario está conectado en triángulo, las corrientes en la línea tienen por valor eficaz:

$$I_L = \sqrt{3} \cdot I_p = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot I_d$$

c) Montaje Rectificador P.D.2.

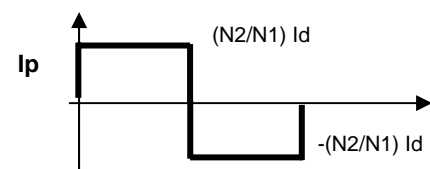
Recordando el funcionamiento de este montaje rectificador se obtiene que los amperios-vuelta de secundario coinciden con los de primario, e iguales a:



así
y
 $n_1 \cdot I_p = n_2 \cdot I_s = n_2 \cdot I_d$

+n2 Id cuando conducen D1 y D4
-n2 Id cuando conducen D2 y D3

$$FP_p = FP_s = \frac{U_{do} \cdot I_d}{V_p \cdot I_p} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot V \cdot I_d}{\frac{n_1}{n_2} \cdot V \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot I_d} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 0.90$$



d) Montaje Rectificador P.D.3:

En todo instante, una de las corrientes secundarias vale Id, y la otra -Id. Teniendo una corriente io nula circulando hacia el punto neutro de los devanados, y en consecuencia el flujo de continua es nulo, siendo independiente de la configuración de primario. Por tanto las corrientes primarias serán :

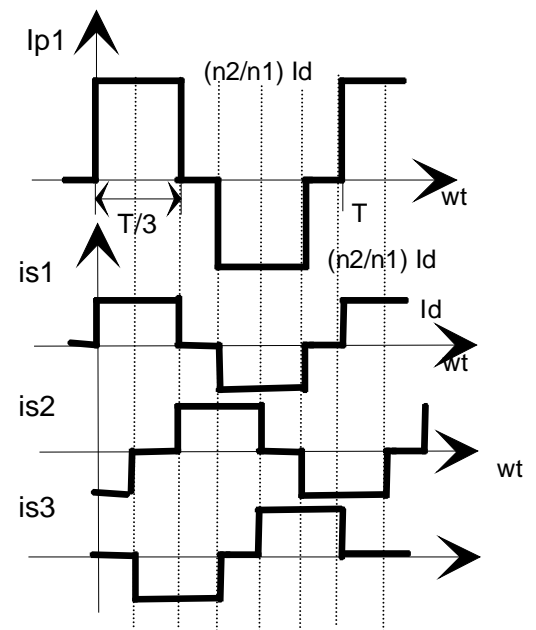
$$n_1 \cdot i_{p1} = n_2 \cdot i_{s1}, \quad n_1 \cdot i_{p2} = n_2 \cdot i_{s2}, \quad n_1 \cdot i_{p3} = n_2 \cdot i_{s3}$$

Del funcionamiento del rectificador se deduce la forma de corriente, tal como se muestra en la siguiente figura:

Con un valor eficaz igual a:

$$I_{sec-rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \left(I_d^2 \cdot \frac{2\pi}{3} + (-I_d)^2 \cdot \frac{2\pi}{3} \right)} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot I_d$$

$$I_p = \frac{n_2}{n_1} \cdot I_s$$





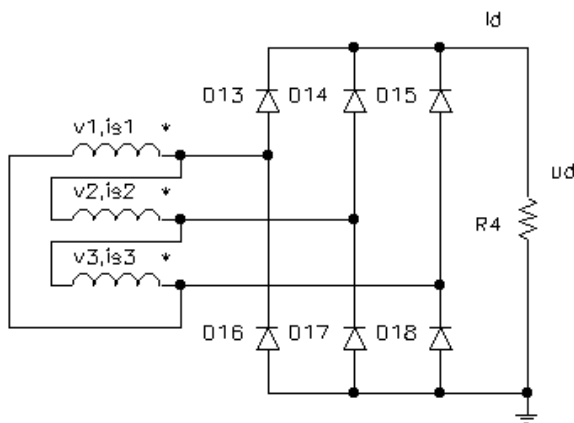
$$FP_p = FP_s = \frac{U_{do} \cdot I_d}{V_p \cdot I_p} = \frac{(3\sqrt{3}/\pi) \cdot V \cdot I_d}{\frac{n_1}{n_2} \frac{V}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2/3} \cdot I_d \cdot \frac{n_2}{n_1}} = \frac{3}{\pi} = 0.955$$

Si el primario está conectado en triángulo, las corrientes en la línea tienen por valor eficaz:

$$I_L = \sqrt{3} \cdot I_p = \sqrt{2} \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot I_d$$

La igualdad de los factores de potencia y de las corrientes de primario y del secundario, si no se tiene en cuenta n_2/n_1 , para los rectificadores PD2 y PD3 hace posible la supresión del transformador.

e) Montaje Rectificador S.3.



Dado que en los montajes en puente la corriente que circula hacia el punto neutro de los devanados secundarios es nula, y en consecuencia el flujo continuo también lo es de manera independiente de la conexión del primario, se obtiene:

$$n_1 \cdot i_{p1} = n_2 \cdot i_{s1}$$

$$n_1 \cdot i_{p2} = n_2 \cdot i_{s2}$$

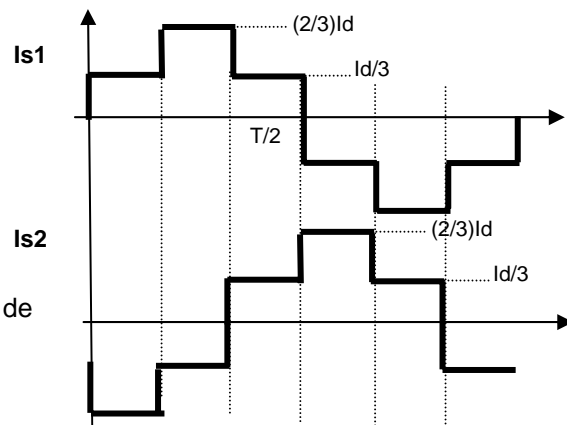
$$n_1 \cdot i_{p3} = n_2 \cdot i_{s3}$$

y por tanto : $I_p = \frac{n_2}{n_1} \cdot I_s = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot I_d$

$$PF_p = PF_s = \frac{(3/\pi) \cdot V \cdot I_d}{3 \cdot \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{V}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot I_d \cdot \frac{n_2}{n_1}} = \frac{3}{\pi} = 0.955$$

Si el primario estuviera conectado en triángulo la relación entre la corriente de línea y de primario es:

$$I_L = \sqrt{3} \cdot I_p = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot I_d$$



Llegado este momento, **el diseño del transformador** queda referido a conocer la **potencia aparente total** del transformador. En el caso de los rectificadores y otros dispositivos que ofrecen una carga no lineal al transformador, habría que considerar las formas de onda respectivas, donde las corrientes de secundario no serán ya sinusoidales. Por tanto deberemos calcular la potencia aparente como la semisuma de la potencia aparente de primario y de secundario.

Por definición el factor de potencia es:

$$PF = \frac{\text{Potencia activa}}{\text{Potencia aparente}} = \frac{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t) \cdot i(t) \cdot dt}{V_{eff} \cdot I_{eff}}$$

Distinguiendo entre factor de potencia en primario y en secundario, obtendremos:

$$P_{A_{total}} = \frac{P_{A_p} + P_{A_s}}{2}, \text{ donde } P_{A_p} = \frac{P_{cc} + P_{rect} + P_t}{FP_p} \text{ y } P_{A_s} = \frac{P_{cc} + P_{rect}}{FP_s}$$

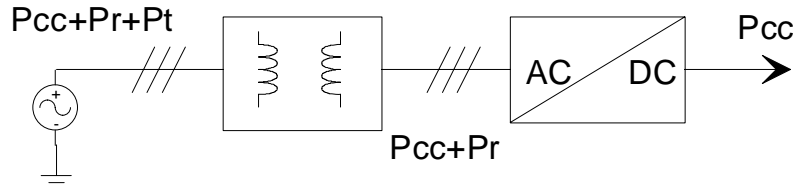
siendo P_{A_p} = Potencia aparente de primario

P_{A_s} = Potencia aparente de secundario

P_{cc} = Potencia de salida en corriente continua

P_{rect} = Potencia de pérdidas del rectificador

P_t = Potencia de pérdidas del transformador



Apliquemos los cálculos realizados en cada montaje rectificador para obtener la potencia aparente total en función de la potencia continua de salida, para los casos más utilizados:

$$\text{P.2. } PA_{TOTAL} = \frac{P_{A.primario} + P_{A.secund.}}{2} = \frac{\frac{P_{cc}}{PF_p} + \frac{P_{cc}}{PF_s}}{2} = \frac{P_{cc}}{2} \cdot \left(\frac{1}{0.9} + \frac{1}{0.636} \right) = 1.34 \cdot P_{cc}$$

$$\text{P.3. } PA_{TOTAL} = \frac{P_{cc}}{2} \cdot \left(\frac{1}{0.827} + \frac{1}{0.675} \right) = 1.34 \cdot P_{cc}$$

$$\text{P.D.2. } PA_{TOTAL} = \frac{P_{cc}}{2} \cdot \left(\frac{1}{0.9} + \frac{1}{0.9} \right) = 1.11 \cdot P_{cc}$$

$$\text{P.D.3. } PA_{TOTAL} = \frac{P_{cc}}{2} \cdot \left(\frac{1}{0.955} + \frac{1}{0.955} \right) = 1.047 \cdot P_{cc}$$

$$\text{S.3. } PA_{TOTAL} = 1.047 \cdot P_{cc}$$

$$\text{S.6. } PA_{TOTAL} = 1.11 \cdot P_{cc}$$