



Práctica 5: Cálculo de raíces de ecuaciones

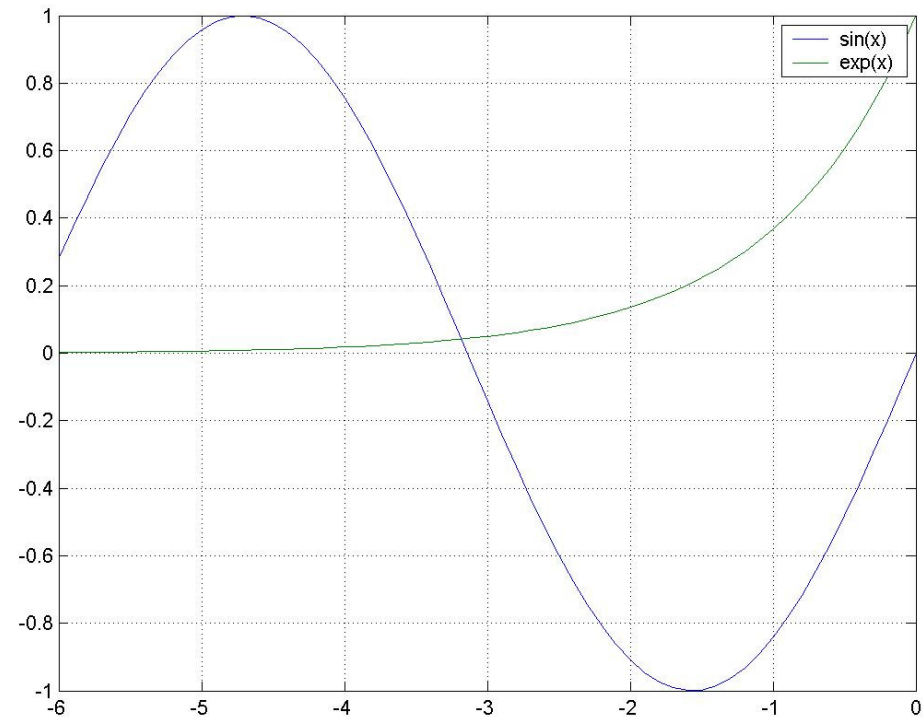
- ♦ Método de la bisección (ampliación)
- ♦ Método de Newton
- ♦ Método de Laguerre
- ♦ Método de Steffenson

Matemáticas para la Computación

Emiliano Torres Martínez

Método gráfico

- ♦ Se usa para localizar un intervalo donde la función $f(x) = \sin(x) - e^x$ tiene alguna raíz.
- ♦ Para calcular la raíz de $f(x)$ hacemos $f(x) = 0$, de donde $\sin(x) = e^x$. Por lo tanto, el problema equivale a encontrar el punto de intersección de las funciones $g(x) = \sin(x)$ y $h(x) = e^x$.

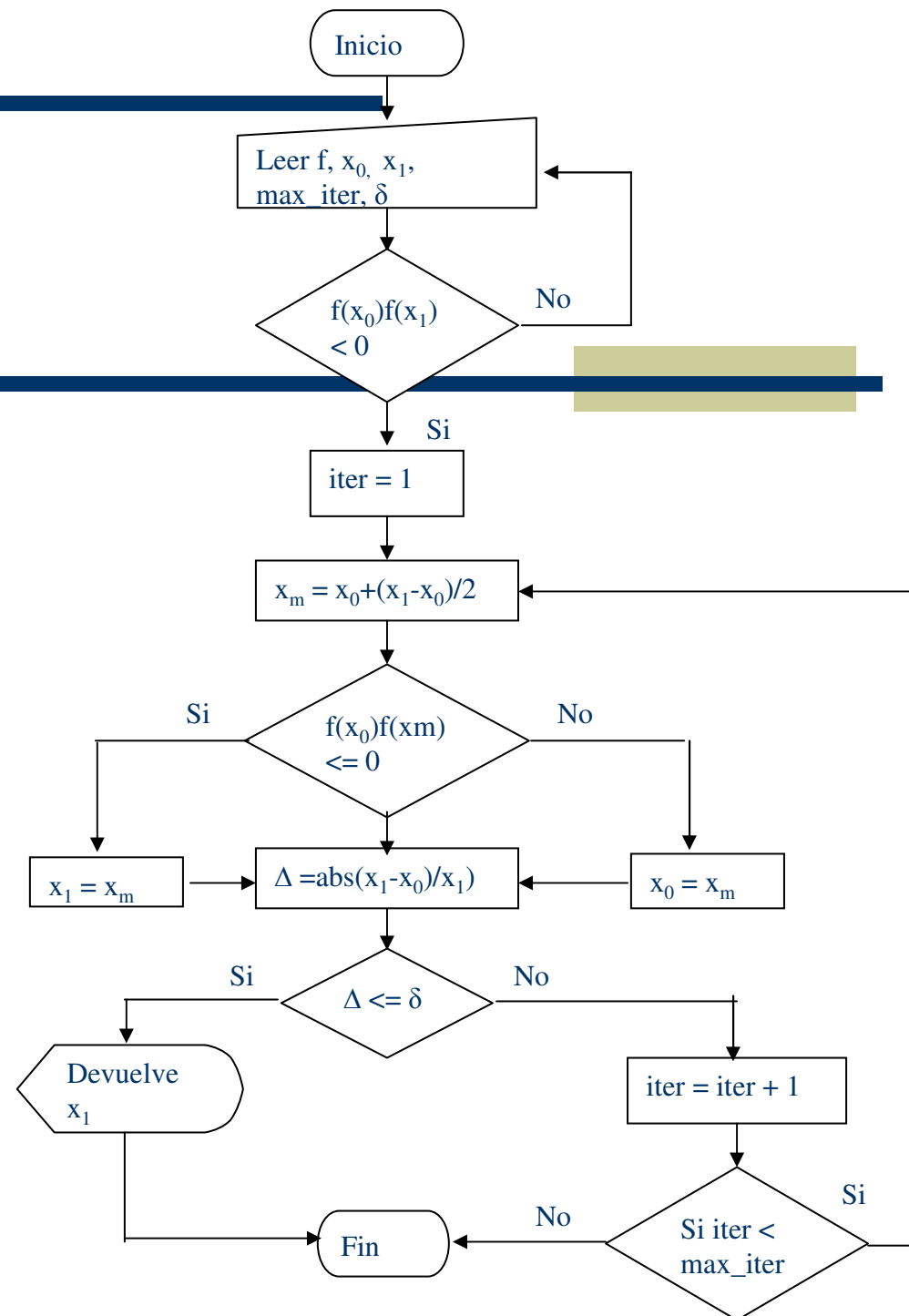


De lo cual concluimos que el intervalo en el que se encuentra la única raíz es $[-4, -3]$

Método de la bisección

◆ Pasos:

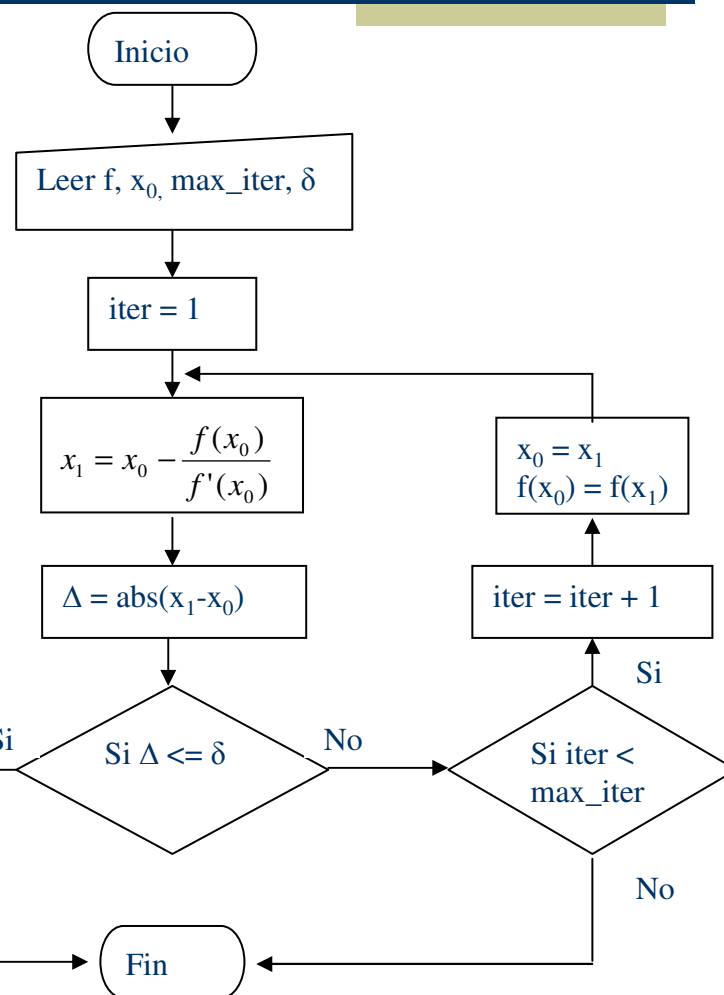
1. Encontrar los valores iniciales x_0, x_1 tales que $f(x_0)$ y $f(x_1)$ tienen signos opuestos $f(x_0)f(x_1) < 0$
2. La primera aproximación $x_m = x_0 + (x_1 - x_0)/2$
3. Evaluar $f(x_m)$, pudiendo estar en uno de los siguientes casos:
 - $f(x_0)f(x_m) < 0$ la raíz está en $[x_0, x_m]$
 - $f(x_m)f(x_1) > 0$ la raíz está en $[x_m, x_1]$
 - $f(x_0) = 0$ la raíz es x_0
4. El proceso se repite hasta que $\Delta \leq \delta$



Método de Newton

◆ Pasos:

1. Se parte de una aproximación x_i a la raíz x_{i+1}
2. Trazamos la recta tangente a la curva en el punto $(x_i, f(x_i))$, esta cruza el eje X en un punto x_{i+1} que será la siguiente aproximación a la raíz.
3. Para calcular la siguiente aproximación se utiliza la fórmula de Newton-Raphson
$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \quad \text{si } f'(x_i) \neq 0$$
4. El proceso se repite hasta que $\Delta \leq \delta$



Práctica

◆ Funciones a implementar;

1. `function y=funcion(x)`
2. `function [ret, iters] = biseccion(f, x0,x1, max_iter, prec)`
3. `function [ret, iters] = newton(f, der_f, x0,max_iter, prec)`

◆ Macro:

- `f=@funcion;`
- `[ret, iters] = biseccion(f, x0, x1, max_iter, prec)`

Método de Laguerre

◆ Pasos:

1. Se parte de una aproximación x_i a la raíz x_{i+1}
2. Se calcula $p(x)$, $p'(x)$ y $p''(x)$ mediante el algoritmo de Horner
3. Calcula los términos A, B y C de Laguerre
4. Calcula el nuevo valor de x corregido
5. El método de Laguerre converge muy rápidamente, para evitar posibles divisiones por cero, lo mejor es salir tan pronto como hayamos convergido. Para eso volvemos a calcular el valor del polinomio en el nuevo valor x.
6. El proceso se repite hasta que $\Delta \leq \delta$

Tareas de la práctica

1. Aplicar la función newton a la ecuación $f(x) = 2^x - 4x$ con precisión no menor a $1 \cdot 10^{-8}$.
2. Programar la función:
`[r, m, p]=laguerre(a, x0, M, Fmax)`
3. Programar la función:
`[b] = deflactor(a, r)`
4. Programar la función:
`[r] = polisolver(a, M, Fmax)`
5. Aplicar la función polisolver a los polinomios a) y b), indicados en el enunciado de la práctica.

Método de Steffenson

- ◆ Presenta una convergencia rápida y no requiere, como en el caso del método de la secante, la evaluación de derivada alguna.
- ◆ El proceso de iteración sólo necesita un punto inicial , como en el método de Newton.
- ◆ Calcula el siguiente punto de iteración a partir de la expresión:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{[f(x_n)]^2}{f(x_n + f(x_n)) - f(x_n)}$$

Tareas de la práctica

1. Crear la función dd.m y la macro1.m que se da en el enunciado de la práctica. ¿Qué visualiza?
2. Crear las funciones newton.m, newton2.m, newton3.m que calculan las raíces de las siguientes funciones. Crear la macro2.m que visualice los valores devueltos por newton y visualice las funciones.

$$f(x) = 2^x - 4x \quad f(x) = 4x - \cos(x) \quad f(x) = x^5 - x - 2$$

3. Programar la función

$$[r, m, fr] = \text{steffensen}(rf, x0, M, Fmax)$$

Y crear una macro que resuelva y visualice las funciones anteriores.