

GUIA DE LABORATORI

per al Grau en Física

Contingut

Pròleg	3
1. Normes bàsiques per al treball al laboratori.....	4
2. Llibreta de laboratori.....	5
3. Escripura de magnituds i expressions físiques.....	6
4. Estimació de les incerteses de les mesures	12
5. Ajustament per mínims quadrats.....	19
6. Presentació de gràfics.....	23
7. Memòria d'una pràctica	26
8. Presentació oral d'una pràctica	28
Agraïments i autoria.....	¡Error! Marcador no definido.
Lectures recomanades	31

Pròleg

*Y porque se vea que digo verdad, esperen y escuchen;
que esta Ciencia es como la del nadar que, una vez aprendida, nunca se olvida.
El Quijote. Miguel de Cervantes.*

La física és una ciència experimental que estudia les propietats de l'Univers considerant atributs susceptibles de ser mesurats. Per la manera com es transmet el coneixement científic a les aules, es podria pensar que els models teòrics han precedit les observacions en molts fenòmens físics. No res més lluny de la realitat. Fins fa molt poc temps els avanços més significatius en la física varen ser el resultat d'observacions acurades dels fenòmens naturals, seguides pel desenvolupament de models dissenyats específicament per tal d'explicar aquestes observacions. Per descomptat, en altres ocasions també poden dissenyar-se experiments per verificar teories concretes. Aquesta situació il·lustra el fet que, en el desenvolupament de la física, teoria i experiment són fortament interdependents. Ara bé, els resultats experimentals tenen sempre el paper de jutge: confirmen o desmenteixen la validesa de diferents hipòtesis i delimiten les condicions d'aplicabilitat de les teories.

Els laboratoris de tècniques experimentals, a més d'ajudar a la comprensió dels conceptes discutits a classe, han d'ensenyar el desenvolupament del mètode experimental com a via per a validar i generar el coneixement científic. L'aprenentatge dels mètodes experimentals té, per tant, una importància central en la formació d'un físic. Habilitats com ara la capacitat d'organització del propi treball, la planificació d'un experiment, la intuïció per a determinar les magnituds físiques rellevants i l'interval adequat per a la mesura o la capacitat crítica per a jutjar la qualitat d'un resultat són destreses que s'adquireixen a través del temps i de l'esforç, i que tenen un alt grau d'interdisciplinarietat. Això resulta evident si es té en compte que per a comprendre un principi físic cal, a més del contacte directe amb l'experiència, el raonament actiu sobre els diferents fenòmens observats i una forta capacitat de síntesi que ens porte des de l'experiència concreta fins a la teoria abstracta i viceversa.

Aquesta guia recull una visió general dels procediments bàsics necessaris per al treball experimental en el laboratori. Els objectius que es pretén assolir són els següents:

- Aclarir el mètode experimental i el desenvolupament de les pràctiques als laboratoris mitjançant un conjunt de normes d'ús general.
- Establir criteris per a estimar els diferents tipus d'incerteses experimentals i desenvolupar estratègies per tal de minimitzar-los.
- Utilitzar les eines estadístiques i informàtiques adequades per a l'anàlisi de les dades.
- Desenvolupar les normes bàsiques de comunicació científica, tant escrita com oral, per poder elaborar informes científics orals i escrits.

1. Normes bàsiques per al treball en el laboratori

Al laboratori disposaràs del material necessari per a la realització de diversos experiments. Aquest material ha de servir per a molts experiments diferents, i s'utilitzarà al llarg de diversos anys. A més, l'espai del laboratori es comparteix amb moltes altres persones que hi desenvolupen el seu treball. Per aquesta raó hi ha un conjunt de normes que s'han de seguir en qualsevol laboratori, i que detallem a continuació:

- Està prohibit menjar o beure.
- Ha d'haver-hi ordre en la taula de treball. A la taula cal portar la llibreta de laboratori, però no mai la motxilla. En acabar, la taula ha de deixar-se tal com es va rebre: amb el material desmuntat i ordenat i l'espai de treball net.
- L'alumnat és responsable de la conservació i bon funcionament del material. En començar la realització d'una pràctica haurà de comprovar que el material està complet i en bon estat. En cas contrari, avisarà el professor. Així mateix, ha d'avisar el professor en cas d'accident, trencament del material o quan en siga necessària la reposició.
- L'horari del laboratori, encara que ampli, és limitat. Això implica que cal aprofitar-lo al màxim. Cal conèixer l'experiment que es a realitzarà i haver llegit amb atenció el guió de la pràctica abans d'entrar al laboratori. Això garanteix que es coneix tant el fenomen que s'estudiarà com la tècnica que s'utilitzarà.
- Han de seguir-se sempre de manera escrupolosa les instruccions que es donen en el guió de la pràctica. Qualsevol dubte que pugui sorgir durant la seua realització ha de consultar-se amb el professor.
- Abans d'utilitzar un aparell el funcionament del qual es desconeix han de llegir-se amb atenció les instruccions del seu maneig. Si no hi són, cal demanar-les al professor.
- Abans de començar a mesurar cal pensar quines mesures es faran i quina és la millor manera de prendre-les. Cal anotar sempre les sensibilitats dels aparells, ja que a partir d'això s'estimaran les incerteses de les mesures.
- De manera general, els generadors de les pràctiques que impliquen muntatges elèctrics no han d'engegar-se fins que el professor haja revisat el circuit muntat.
- En els muntatges elèctrics tots els conductors han de fer els seus contactes mitjançant bananes, tret de quan la forma especial del born no ho permeta. Igualment cal evitar els nusos de conductors, per a la qual cosa, habitualment, n'hi haurà prou amb introduir dos dels conductors del nus en una mateixa banana de connexió a un dels aparells del circuit.

- La utilització d'aigua en llocs propers a preses de corrent o circuits elèctrics és perillosa. Si s'aboca aigua sobre un circuit elèctric ha de desconnectar-se ràpidament, però amb les mans eixutes, l'alimentació elèctrica abans de procedir a eixugar el circuit.
- La utilització d'encenedors Bunsen requereix atenció especial. Es mantindran encesos el temps estrictament necessari i es tancarà la clau de gas en acabar-ne l'ús.
- No s'han de situar substàncies inflamables en les proximitats de flames, resistències elèctriques o elements a alta temperatura.
- Cal manipular amb especial atenció els estris i màquines tallants (com el cúter i la picadora de gel), els que es troben a alta temperatura o els que, pel seu disseny, puguen pessigar els dits. Ha de comunicar-se al professor qualsevol accident.
- La balança electrònica no ha d'utilitzar-se mai per a objectes humits, ni per a masses que superen el valor màxim indicat en la balança.
- Aquelles substàncies les propietats químiques de les quals no s'hagen alterat durant la realització de l'experiment es guardaran en el seu flascó d'origen per reutilitzar-les, llevat que el guió de l'experiment indique el contrari.

2. Llibreta de laboratori

La llibreta de laboratori ha de concebre's com un diari en el qual es recullen tots i cadascun dels experiments realitzats amb les incidències de tot tipus que s'han produït. La característica primordial d'una llibreta de laboratori és que ha de ser verificable, és a dir, ha de permetre que un mateix o qualsevol altra persona pugui reproduir els resultats en el futur. Cal tenir en compte que en ocasions cal repetir una experiència, tal com passa en detectar una errada o bé en un examen de laboratori. Amb aquest objectiu ha de reflectir exactament el que es va fer, qui ho va fer, quan ho va fer i com ho va fer. Amb quin nivell de detall s'han de fer les anotacions? Si algú que posseeix els coneixements necessaris llegeix el quadern, podria repetir l'experiment utilitzant únicament les anotacions? Si la resposta és que sí, és que la llibreta té les anotacions necessàries.

Es recomana seguir les següents pautes:

- Triar un quadern quadriculat o mil·limetrat. Això facilitarà la representació esquemàtica de les gràfiques que es vagen obtenint, la realització ordenada de taules i el dibuix esquemàtic dels components de l'experiment.
- Escriure en el quadern el nom i el subgrup de pràctiques, així com el nom del tutor en el laboratori i el curs acadèmic.
- Anotar el nom i la data de realització de cada pràctica.

- Descriure breument la pràctica, indicant els seus objectius i els fonaments teòrics en què es basa.
- Fer un esquema de l'experiment, acompanyat d'una descripció dels aparells, incloses les marques i la seua sensibilitat. Si es proposa la modificació parcial d'un procediment, per exemple per millorar la precisió, ha de raonar-se.
- Descriure amb detall, i amb un llenguatge senzill, tot allò que es faça, incloses les incidències que tinguen lloc al llarg de la realització de la pràctica, així com anotar tots els dubtes que sorgisquen.
- Anotar cada magnitud física amb les seues unitats, estimant la incertesa associada a la mesura d'aquestes magnituds.
- Sempre que siga possible, registrar les dades en forma de taules on es recopilen ordenadament les mesures efectuades.
- No corregir per damunt les anotacions incorrectes. És millor traçar una línia i tornar a escriure-les, ja que en ocasions allò correcte és el que inicialment creïem que era erroni.
- No passar a net les anotacions en el quadern. Per dues raons: pot ser la causa de possibles errors, i es pot caure en la temptació de resumir. En qualsevol cas, les anotacions originals han de romandre en la llibreta.
- Si es fan gràfiques a ordinador o mesures amb un registrador gràfic, enganxar-les a la llibreta, ja que mai no ha d'haver-hi fulls solts.
- Tractar d'interpretar i comentar els resultats a mesura que s'obtenen les dades experimentals. El control dels resultats permet detectar errors amb antelació suficient com per a poder tornar a prendre les mesures que es consideren incorrectes. A més, això permetrà dissenyar el procés d'adquisició de mesures tenint en compte les peculiaritats de cada experiment.

3. Escriptura de magnituds i expressions físiques

A més de les regles sintàctiques i ortogràfiques oficials, comunes a qualsevol document escrit, hi ha un seguit de normes bàsiques que defineixen en certa mesura l'estil utilitzat en el llenguatge científic escrit. Si bé no tots els científics utilitzen les mateixes normes, a continuació es presenten les d'ús més corrent. Per a un coneixement més exhaustiu d'aquest tema es recomana consultar el llibre d'estil de la [Societat Americana de Física](#).

3.1. Magnituds físiques

Les magnituds físiques tenen dimensions físiques. Per això, tota mesura d'una magnitud física ha d'expressar-se amb un valor numèric i una unitat. Aquesta norma bàsica ens porta a

plantejar-nos dues qüestions importants: (i) quina unitat emprem? i (ii) com expressem el valor numèric?

3.2. Unitats

Com a norma general utilitzarem les unitats del sistema internacional (SI). La taula 1 arreplega les unitats SI fonamentals, i la taula 2 les unitats derivades més comunes. Les unitats han d'escriure's correctament, utilitzant exactament els símbols presentats en aquestes taules. Els símbols de les unitats no s'acaben amb un punt, perquè no són abreviatures, i no tenen forma singular i plural, per la qual cosa en cap cas no ha d'afegir-se una <s> al final del símbol per tal d'indicar plural. Per exemple, els símbols °K, sg, Kg, gr, volt i ms ("metres") són incorrectes.

Taula 1. Unitats fonamentals i suplementàries del SI

Magnitud física	Unitat	Símbol
longitud	metre	m
massa	quilogram	kg
temps	segon	s
corrent elèctric	ampere	A
temperatura	kelvin	K
quantitat de substància	mol	mol
intensitat lluminosa	candela	cd
angle pla	radiant	rad
angle sòlid	estereoradiant	sr

Algunes unitats derivades es formen com a producte de dues o més unitats, com ara el pascal segon en el cas de la viscositat dinàmica. En escriptura mecànica o digital, les unitats se separen per espais, com Pa s. En escriptura manual, els espais que separen les unitats poden no ser clarament visibles, i convé separar les unitats amb punts volats, com ara el que denota el producte escalar. Com a norma de sentit comú, els símbols de les unitats derivades han d'escriure's de manera que se n'elimine qualsevol possible ambigüitat en la lectura. Per exemple, no hem d'escriure J/K mol o J/K/mol perquè crea ambigüitat sobre la posició de la unitat mol, i en compte d'això escriurem $J K^{-1} mol^{-1}$.

Taula 2. Algunes unitats derivades comunes del SI

Magnitud física	Unitat	Símbol	Un altre símbol
volum	metre cúbic	m ³	
densitat	quilogram per metre cúbic	kg m ⁻³	
velocitat	metre per segon	m s ⁻¹	
velocitat angular	radiant per segon	rad s ⁻¹	
frequència	hertz	Hz	s ⁻¹
acceleració	metre per segon quadrat	m s ⁻²	
força	newton	N	kg m s ⁻²
energia	joule	J	N m
capacitat tèrmica (<i>calorífica</i>)	joule per kelvin	J K ⁻¹	
potència	watt	W	J s ⁻¹
pressió	pascal	Pa	N m ⁻²
viscositat dinàmica	pascal segon	Pa s	
potencial elèctric	volt	V	W A ⁻¹
càrrega elèctrica	coulomb	C	A s = J V ⁻¹
resistència elèctrica	ohm	Ω	V A ⁻¹
conductivitat elèctrica	siemens	S	Ω ⁻¹
capacitància	farad	F	C V ⁻¹
flux magnètic	weber	Wb	V s
densitat de flux magnètic	tesla	T	Wb m ⁻²
intensitat de camp magnètic	ampere per metre	A m ⁻¹	
inductància	henry	H	Wb A ⁻¹

3.3. Prefixos

En moltes ocasions resulta convenient emprar múltiples o submúltiples de les unitats SI. Si es tracta d'una unitat fonamental o d'una unitat derivada amb símbol propi, és habitual usar els prefixos del SI que es recullen en la taula 3. Si es tracta d'una unitat formada com a producte d'altres unitats amb símbol propi, llavors és habitual usar notació científica, tal com s'explica més endavant. Per exemple, la constant de Stefan-Boltzmann s'escriu preferentment així: $5,67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ i no així $56,7 \text{ nW m}^{-2} \text{ K}^{-4}$, encara que ambdues siguen correctes. En qualsevol cas, els prefixos han d'usar-se per facilitar-ne l'escriptura i la comprensió. Si una magnitud té un ordre de magnitud típic, convé triar els prefixos de les unitats que corresponguen a aquest ordre de magnitud. Per exemple, la velocitat de sedimentació d'una partícula s'expressa millor així: $1,2 \text{ mm/s}$ que no així: $1,2 \times 10^{-3} \text{ m/s}$, ja que m/s no és un ordre de magnitud típic per a la velocitat de sedimentació.

Com que la unitat fonamental de massa en el SI inclou el prefix quilo-, en utilitzar-ne els múltiples o submúltiples aquest prefix se substituirà per un altre. En cap cas no es recomana emprar dos prefixos simultàniament per a la mateixa unitat. Si no hi ha cap prefix disponible per al factor que ens interessa, es recomana l'ús de la notació científica.

Encara que, en principi, qualsevol prefix pot emprar-se amb qualsevol unitat, la norma general és de triar el prefix de la unitat de tal manera que el valor numèric de la magnitud estiga comprès, aproximadament, entre 1 i 1.000. Per exemple, la pressió (manomètrica) de l'aire contingut en un pneumàtic pot expressar-se com 213 kPa i el diàmetre d'una molècula com 0,23 nm.

Taula 3. Prefixos del SI

Factor	Prefix	Símbol	Factor	Prefix	Símbol
10^{-1}	deci-	d	10	deca	da
10^{-2}	centi-	c	10^2	hecto	h
10^{-3}	mil·li-	m	10^3	quilo	k
10^{-6}	micro-	μ	10^6	mega	M
10^{-9}	nano-	n	10^9	giga	G
10^{-12}	pico-	p	10^{12}	tera	T
10^{-15}	femto-	f	10^{15}	peta	P
10^{-18}	atto-	a	10^{18}	exa	E

3.4. Notació científica

Els valors numèrics de les magnituds físiques han d'expressar-se en notació científica, és a dir, com un nombre entre 1 i 10 seguit de la potència de 10 apropiada. Per exemple, la massa de la Terra és $5,98 \times 10^{24}$ kg i la massa del protó en repòs és $1,672\,623 \times 10^{-27}$ kg. Per indicar el producte de dos nombres s'usa el símbol de multiplicació \times (no la lletra x, ni el punt volat \cdot). En valencià, els decimals es denoten mitjançant una coma decimal i el punt es reserva per a indicar milers, mentre que en anglès és al revés. Atesa la confusió que açò genera, en escriptura científica s'evita l'ús de qualsevol símbol (punt o coma) per a indicar milers. El «punt decimal» és una falta d'ortografia però està tan generalitzada en textos científics que el seu ús queda a discreció de l'autor.

De la mateixa manera que els prefixos de les unitats es trien de manera que resulte un valor numèric entre 1 i 1.000 aproximadament, la notació científica serà d'ús preferent quan les potències resultants siguin majors de 10^3 o menors de 10^{-3} . Per exemple, la temperatura del cos humà l'escriurem com 37 °C i no com $3,7 \times 10^1$ °C.

L'ús de la notació científica és convenient per a eliminar ambigüitats en la interpretació del nombre de xifres significatives. Per exemple, el valor de certa resistència

elèctrica mesurada amb un òhmmetre que aprecia 100Ω pot expressar-se així: $12,1 \text{ k}\Omega$, així: $1,21 \times 10^4 \Omega$ però no així: $12 \text{ } 100 \Omega$, perquè aquesta última expressió genera dubtes sobre quantes xifres significatives té la mesura, és a dir, no queda clar si la sensibilitat de l'aparell emprat és 100 , 10 o 1Ω . Observeu que els nombres amb moltes xifres se separen mitjançant espais en blocs de tres si hi ha més de quatre xifres a un o un altre costat del punt decimal, i que el punt decimal ha de quedar sempre entre dues xifres. Si, per exemple, ens interessara expressar la resistència anterior en $\text{M}\Omega$ escriuríem $0,0121 \text{ M}\Omega$ però no $,0121 \text{ M}\Omega$.

3.5. Xifres significatives

Les xifres significatives d'un nombre són tots els seus dígitos a excepció dels zeros previs al primer dígit diferent de zero. Per exemple, els nombres 23 , $1,6$, $0,0083$ i $6,5 \times 10^7$ tenen dues xifres significatives i 1600 , $23,78$, $0,2313$ i $1,012 \times 10^4$ tenen quatre xifres significatives.

El nombre de xifres significatives d'un valor numèric conté una informació molt important per al científic: ens diu quina és la precisió d'aquest valor. Els nombres 5 , $5,0$ i $5,00$ no signifiquen el mateix. L'últim té tres xifres significatives i implica una precisió molt major que el primer, que només té una xifra significativa. Per aquesta raó hem de tenir especial cura en l'escriptura de nombres molt majors que la unitat, i és recomanable l'ús de potències de deu (notació científica). Per exemple, si es mesura una resistència elèctrica i s'obté el valor 2.000 en l'escala de quiloohm, s'ha d'expressar el resultat com $2.000 \text{ k}\Omega$ o com $2.000 \times 10^3 \Omega$, però no com 2.000Ω , doncs aquesta última expressió deixa ambigua la precisió de la mesura. L'expressió del resultat així: $2 \text{ k}\Omega$ seria del tot incorrecta perquè mostra una sola xifra significativa, mentre que la mesura s'ha realitzat amb quatre xifres significatives.

No té sentit utilitzar nombres periòdics per expressar el valor numèric d'una magnitud física, ja que un nombre periòdic té infinites xifres significatives i cap magnitud física no està mesurada amb precisió infinita. Per exemple, en aplicar la llei d'Ohm per determinar el valor d'una resistència elèctrica per la qual passen $3,0 \text{ A}$ quan la diferència de potencial elèctric entre els seus extrems és de $5,0 \text{ V}$, s'ha d'escriure $R = 5,0 \text{ V} / 3,0 \text{ A} = 1,7 \Omega$.

El nombre de xifres significatives del valor numèric d'una magnitud ha de ser:

- i) Si es tracta d'una magnitud mesurada directament: les xifres que resulten d'aquesta mesura d'acord amb la sensibilitat de l'aparell.
- ii) Si es tracta d'una magnitud determinada indirectament a partir d'altres mesures: amb les que resulten de *l'anàlisi de propagació d'incerteses*.
- iii) Si no sabem d'on s'ha obtingut: les xifres que ens semblen raonables i no totes les que obtinguem amb la calculadora.

Per exemple, si volem expressar el diàmetre d'una moneda de 5 cèntims € mesurat amb un caragol micromètric, és correcte escriure $17,50 \text{ mm}$, $1,750 \times 10^4 \mu\text{m}$ o $1,750 \text{ cm}$. Si a continuació volem expressar l'àrea d'aquesta moneda, sense realitzar el càlcul de propagació

d'incerteses, és correcte escriure $2,4053 \text{ cm}^2$, $2,41 \text{ cm}^2$ o 2.405 cm^2 (aquesta última seria l'òptima), però no és correcte escriure

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\overbrace{3.1415927}^{\text{calculadora}} \times (1.750 \text{ cm})^2}{4} = \overbrace{2.4052819}^{\text{calculadora}} \text{ cm}^2 .$$

3.6. Càlcul de magnituds

El càlcul científic es realitza en forma simbòlica en termes de magnituds físiques. Les magnituds físiques tenen dimensions físiques, a diferència de les variables matemàtiques, que són adimensionals. L'argument de funcions matemàtiques com a logaritmes, exponencials, funcions trigonomètriques, etc., ha de ser adimensional, perquè aquestes funcions estan definides sobre l'espai de nombres reals (o, si escau, dels nombres complexos) però no sobre magnituds físiques amb dimensions. De la mateixa manera, el valor de la funció també és un nombre real (o complex) i, per tant, és adimensional.

Les equacions físiques relacionen magnituds físiques i han de ser *homogènies*. Això significa que les dimensions físiques dels dos membres de l'equació han de ser iguals, i que els termes que apareixen involucrats en operacions d'addició o subtracció dins d'una equació també han de tenir les mateixes dimensions. Aquesta propietat de les equacions ha d'explotar-se sempre per comprovar que les expressions amb les quals estem treballant són dimensionalment correctes i per deduir les dimensions físiques d'alguna magnitud definida a través d'aquesta equació.

Considerem, com a exemple, l'equació $\ln(p/\text{kPa}) = A + B/T + CT$ que podria descriure una corba d'equilibri entre fases en un diagrama p - T . El càlcul simbòlic que fem en física es basa en el fet que els símbols p i T representen les magnituds físiques pressió i temperatura, respectivament, i no els seus valors numèrics en cap unitat concreta. L'argument de la funció matemàtica logaritme ha de ser adimensional, i per això ha d'expressar-se com un quocient de dues pressions. Una d'aquestes pressions és la pressió p del sistema, i l'altra és una pressió de referència que, en l'expressió facilitada, s'ha pres com 1 kPa. El valor del logaritme és un nombre adimensional i podem concloure llavors que la variable A és adimensional. De la mateixa manera, el quocient B/T ha de ser adimensional i, per tant, la variable B ha de tenir dimensions de temperatura. I el producte CT també ha de ser adimensional i, per tant, C ha de tenir dimensions d'inversa de temperatura.

Aquest exemple ens serveix, a més, per a il·lustrar diverses convencions importants:

- (i) Els símbols de les magnituds físiques s'escriuen en cursiva.
- (ii) Els símbols de les unitats físiques no s'escriuen en cursiva.

- (iii) Les funcions matemàtiques no s'escriuen en cursiva.
- (iv) El producte de dues magnituds no requereix cap símbol de multiplicació.

3.7. Magnituds exactes i magnituds experimentals

Les magnituds físiques poden definir-se mitjançant conveni, com ara la velocitat de la llum $c \equiv 2.997\ 924\ 58 \times 10^8$ m/s, o determinar-se experimentalment. En el primer cas els valors numèrics són exactes, mentre que en el segon els valors numèrics queden afectats per una *incertesa experimental* (també anomenada, de manera no gaire afortunada, error experimental), ja que per la naturalesa del procés de mesura resulta impossible conèixer-ne el valor exacte. Tota magnitud física mesurada (directament o indirectament) s'ha d'expressar especificant-ne les unitats, el valor numèric i la incertesa d'aquest valor en la forma

$$x \pm \varepsilon(x) \text{ unitats} \quad [1]$$

La incertesa $\varepsilon(x)$ ha de donar-se amb una sola xifra significativa, llevat que aquesta siga 1; en aquest cas convé emprar dues xifres significatives. És també admissible emprar dues xifres significatives si la primera xifra és un 2 i la següent és menor que 5. Les xifres següents se suprimeixen, i augmenten en una unitat l'última xifra si la primera suprimida és ≥ 5 . El valor numèric ha de tenir el mateix ordre d'aproximació que la seua corresponent incertesa, és a dir, que un valor i la seua incertesa han de tenir la seua última xifra significativa en la mateixa posició (amb referència al punt decimal). Per exemple, són incorrectes les expressions $3,418 \pm 0,123$ cm, 46.288 ± 1553 J, $6,3 \pm 0,085$ Ω , $54,10 \pm 0,1$ cm, $121 \pm 4,0$ s, $(7,632 \pm 0,12) \times 10^{-5}$ K^{-1} , i són correctes les corresponents expressions $3,42 \pm 0,12$ cm, $46,3 \pm 1,6$ kJ, $6,3 \pm 0,1$ Ω , $54,1 \pm 0,1$ cm, 121 ± 4 s i $(7,63 \pm 0,12) \times 10^{-5}$ K^{-1} .

La incertesa d'un valor numèric també pot expressar-se en termes relatius. La *incertesa relativa* d'un valor x és el quocient entre la incertesa absoluta $\varepsilon(x)$ del valor i aquest valor, $\varepsilon_r(x) = |\varepsilon(x)/x|$, i sol expressar-se en forma de percentatge com a $\varepsilon_r(x) = |\varepsilon(x)/x| 100\%$. Les incerteses relatives també s'expressen amb una sola xifra significativa, llevat que aquesta siga un 1; en aquest cas convé utilitzar dues xifres.

4. Estimació de les incerteses de les mesures

4.1. Origen de les incerteses

En mesurar una magnitud utilitzant diferents mètodes, o també realitzant diferents mesures amb el mateix mètode, s'obtenen resultats diferents: hi ha un cert grau d'incertesa que cal

avaluar per determinar el grau de fiabilitat de la mesura, en un procés que se sol anomenar *anàlisi d'incerteses* o d'errors.

Els *errors aleatoris* es posen de manifest en repetir les mesures d'una magnitud. Consisteixen en fluctuacions estadístiques de les mesures degudes a causes imponderables i difícils de controlar, com ara les petites vibracions produïdes per algun agent extern a l'experiment o la imperfecció del mètode aplicat. Es diu que un resultat es *precís* o *reproducible* si la incertesa d'origen aleatori és petita (Figura 1)

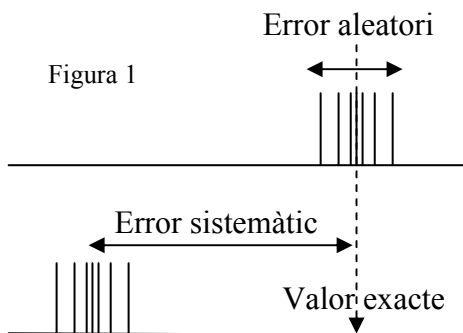


Figura 1. Error aleatori: les mesures es distribueixen al voltant del valor exacte. Si, a més, hi ha errors sistemàtics, les mesures es distribueixen al voltant d'un valor desplaçat.

Els *errors sistemàtics* estan presents en totes les mesures i sovint sorgeixen perquè les condicions experimentals són diferents a les considerades en el model teòric. Un ús erroni de la instrumentació (calibratge incorrecte, posició del zero, etc.), o el fet de no tenir en compte fenòmens físics que afecten la mesura, són fonts típiques d'errors sistemàtics. Aquests errors són més difícils de detectar i és habitual que només puguin eliminar-se modificant l'instrument de mesura o el mètode experimental. Es diu que una mesura és *exacta* quan l'error sistemàtic és molt petit.

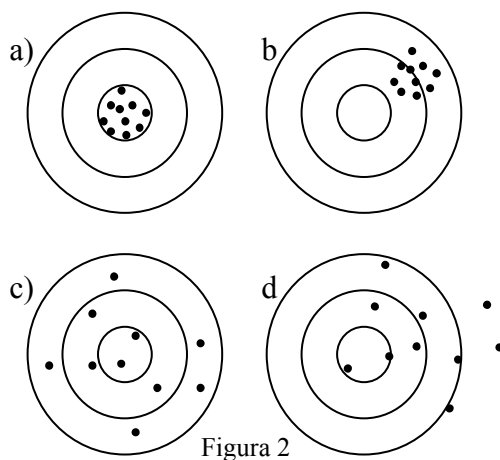


Figura 2. Tir al blanc com a símil de la mesura. El centre de la diana representa el valor exacte de la magnitud: a) l'error aleatori i el sistemàtic són petits. b) error aleatori petit i error sistemàtic gran, c) error aleatori gran i error sistemàtic petit, d) errors aleatori i sistemàtic grans. En molts experiments reals no es coneix el valor de la magnitud que es desitja mesurar (no es disposa de la diana), per la qual cosa és difícil avaluar l'entitat de l'error sistemàtic.

En els laboratoris de física la incertesa de les mesures prové fonamentalment de:

- *Sensibilitat d'un instrument* (aleatori): és la variació més petita que aquest pot mesurar, i sol correspondre a la divisió més petita de l'escala de mesura. En ocasions l'observador pot apreciar una fracció de la divisió més petita i queda al seu criteri estimar la incertesa. Per exemple, en la figura 3 la lectura ha de donar-se així: $16,25 \pm 0,05$ cm en lloc d'així: $16,2 \pm 0,1$ cm. El primer interval abraça des de 16,2 fins a 16,3 cm, on amb total seguretat és situat l'índex de l'aparell a què correspon l'escala, mentre que el segon interval abraça des de 16,1 fins a 16,3 cm, que és excessiu.

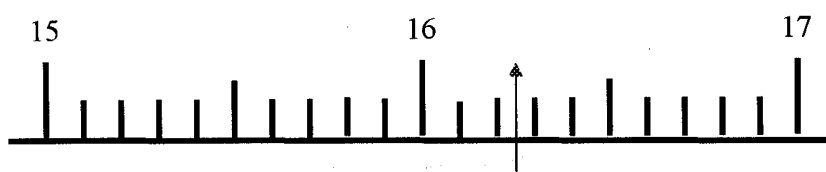


Figura 3. Il·lustració esquemàtica de la lectura amb una regla mil·limètrica.

- *Resolució del procediment de mesura* (aleatori): en alguns mètodes de mesura la capacitat de l'experimentador d'apreciar canvis determina la incertesa. Per exemple, quan (girant un dial) es mesura el valor de la freqüència per a la qual s'observa la major amplitud d'una altra magnitud, la resolució és determinada per la sensibilitat de l'experimentador per a apreciar variacions d'amplitud i no per la sensibilitat del generador de freqüències. Anomenarem genèricament sensibilitat la sensibilitat de l'instrument de mesura o la resolució del procediment de mesura.
- *Falta de calibratge de la instrumentació o del valor de zero* (sistemàtic): generalment la instrumentació electrònica està ben calibrada i el valor de zero és correcte. No obstant això, el mètode experimental pot necessitar l'establiment del valor de zero, o pot convenir verificar-ho abans del mesurament (en ocasions també durant la mesura o en acabar).
- *Paral·laxi* (sistemàtic o aleatori): quan l'observador es troba a una certa distància del que ha de mesurar o observar i la seua línia de visió canvia o produeix un biaix.
- *Menysprear o no controlar factors influents en la mesura* (sistemàtic): per exemple, no tenir en compte el camp magnètic terrestre en mesurar el camp en les proximitats d'un imant o la fricció d'un cos amb l'aire en mesurar l'acceleració de la gravetat en caiguda lliure. En ocasions és possible corregir la mesura a posteriori i sovint cal reconsiderar el model teòric per tenir en compte els factors en qüestió.
- *Factors ambientals* (sistemàtic o aleatori): com ara vibracions, desplaçaments, canvis de temperatura, soroll electrònic, etc.
- *Variacions físiques* (aleatori): de la magnitud que es mesura o de factors que hi influeixen. Una manera de reduir aquesta font d'incertesa és acumular mesures i

dividir pel nombre total d'acumulacions (per exemple, mesurar el temps corresponent a 10 o 20 períodes d'un pèndol en compte d'un sol període).

- *Temps d'espera i histèresi* (sistemàtic): alguns dispositius tarden un temps a assolir l'equilibri, per la qual cosa si es mesura abans d'haver-lo assolit s'obté una magnitud afectada per una incertesa més gran (per exemple, mesura de temperatura). Això mateix passa quan hi ha efectes de «memòria».
- *Falta de cura de l'experimentador* en el procediment experimental o biaix de les mesures a causa que l'experimentador «força» l'obtenció de certs resultats en la mesura en què concorden amb les expectatives.

4.2. Determinació d'incerteses de magnituds mesurades directament

El criteri adoptat per estimar la incertesa d'una mesura ha de ser esmentat i justificat. Algunes recomanacions per a realitzar aquesta estimació són les següents.

Si la incertesa associada a la sensibilitat és gran comparada amb la incertesa aleatòria (com ara en la mesura d'una longitud de diversos centímetres amb una regla graduada en mil·límetres, o en les mesures de magnituds elèctriques en condicions estacionàries) és suficient fer una sola mesura, encara que es pot repetir per detectar possibles errors. La incertesa d'aquesta mesura és l'associada a la sensibilitat.

En altres ocasions la incertesa aleatòria és major que l'associada a la sensibilitat. Un exemple típic és la mesura d'un interval de temps amb un cronòmetre digital que aprecia centenes de segon i és accionat manualment. La velocitat de reacció de l'experimentador introdueix una incertesa aleatòria major d'una centena de segon. En aquests casos cal realitzar N mesures, x_1, x_2, \dots, x_N , i considerar que la millor estimació del valor de x és la mitjana

$$\bar{x} = \langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad [2]$$

La incertesa de dispersió s'avalua com la *desviació estàndard de la mitjana*.

$$\varepsilon(\bar{x}) = \frac{s}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad [3]$$

on $s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$ és la desviació estàndard, la qual sol estar implementada en les calculadores científiques. Si, tal com hem suposat inicialment, aquesta incertesa de dispersió és major que la sensibilitat, la mesura s'expressarà com $\bar{x} \pm \varepsilon(\bar{x})$ unitats. Per a reduir la

incertesa aleatòria es podria realitzar un gran nombre N de mesures. Els resultats tindrien una distribució gaussiana i la incertesa de la mitjana es reduiria en augmentar N com $N^{-1/2}$, de manera que per a millorar la precisió de les mesures en un ordre de magnitud seria necessari incrementar N en un factor 100. És evident que les característiques del treball en els laboratoris de primer cicle no fan recomanable de realitzar alts nombres de mesures i, llevat que el guió de pràctiques indique el contrari, serà suficient fer cinc mesures. Quan N és baix, $\epsilon(\bar{x})$ es pot estimar com $(x_{\max} - x_{\min})/4$.

Per exemple, imaginem que es realitzen cinc mesures d'una distància amb un sistema la sensibilitat del qual és de 0,1 cm i que s'obtenen els valors: 71,5, 72,3, 72,0, 73,3, 71,3 cm. La mitjana és $\bar{x} = 72.08$ cm, la desviació estàndard és $s = 0,79$ cm i la desviació estàndard de la mitjana és $\epsilon(\bar{x}) = 0.35$ cm, de manera que la mesura s'expressa com $72,1 \pm 0,4$ cm.

4.3. Determinació d'incerteses de magnituds mesurades indirectament

En molts experiments, les magnituds a determinar no es mesuren directament, sinó que s'obtenen a través de la seua relació amb altres magnituds que sí que es mesuren directament. Considerem una magnitud problema, q , que es determina a partir de tres magnituds x, y, z , la incertesa de la qual és coneguda. En general, la forma de l'equació que relaciona aquestes magnituds pot escriure's com $q = q(x, y, z)$. Si les incerteses són aleatòries i independents, per a calcular la incertesa absoluta de q utilitzarem la *regla de la propagació quadràtica d'incerteses*, la qual estableix que

$$\epsilon(q) = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial q}{\partial x}\right)_{y,z} \epsilon(x)\right]^2 + \left[\left(\frac{\partial q}{\partial y}\right)_{x,z} \epsilon(y)\right]^2 + \left[\left(\frac{\partial q}{\partial z}\right)_{x,y} \epsilon(z)\right]^2} \quad [4]$$

Per exemple, si $q = \pm ax \pm by \pm \dots$ llavors $\epsilon(q) = \sqrt{[a\epsilon(x)]^2 + [b\epsilon(y)]^2 + \dots}$ i si $q = kx^\alpha y^\beta \dots$ aleshores $\epsilon(q) = q\sqrt{[\alpha\epsilon_r(x)]^2 + [\beta\epsilon_r(y)]^2 + \dots}$.

Com que les incerteses s'escriuen en general amb només una xifra significativa, resulta que si fem un càlcul de $\epsilon(q)$ en funció de $\epsilon(x), \epsilon(y), \epsilon(z), \dots$, molts dels sumands associats a les incerteses de les variables independents seran negligibles i només uns pocs (un o dos, habitualment) determinen el valor de $\epsilon(q)$. Per exemple, considerem que $q = xyz$, sent $x = 12 \pm 2$ mm, $y = 51 \pm 1$ mm, i $z = 821 \pm 3$ mm. Aplicant directament les equacions anteriors resulta

$$q = 12 \times 51 \times 821 \text{ mm}^3 = 502452 \text{ mm}^3, \text{ i}$$

$$\epsilon(q) = q\sqrt{[\epsilon_r(x)]^2 + [\epsilon_r(y)]^2 + [\epsilon_r(z)]^2} = 502452\sqrt{0.028 + 0.00038 + 0.000013} \text{ mm}^3 \approx 80000 \text{ mm}^3$$

de manera que el resultat final s'expressa com $q = (50 \pm 8) \times 10^4 \text{ mm}^3$. Si haguérem analitzat les magnituds x, y, z abans de fer el càlcul, observariem que la primera té una incertesa relativa $\epsilon_r(x) = \epsilon(x)/x = 2/12 = 17\%$ considerablement major que la de les altres dues variables $\epsilon_r(x) = \epsilon(x)/x = 2/12 = 17\%$. Això ens permet considerar, a l'efecte del càlcul de $\epsilon(q)$, que només x té incertesa perquè $\epsilon(q) = yz\epsilon(x) = 51 \times 821 \times 2 \text{ mm}^3 \approx 80\,000 \text{ mm}^3$.

Una conseqüència important de l'anterior és que abans d'aplicar la regla de propagació quadràtica d'incerteses cal determinar les dues variables amb major incertesa relativa i, a l'efecte del càlcul de $\epsilon(q)$, suposarem que són irrellevants les imprecisions de la resta de variables. Aquesta manera de procedir simplifica el càlcul de $\epsilon(q)$, i redueix conseqüentment la probabilitat de cometre errors en aquest càlcul, i a més ens ajuda a entendre com els diferents tipus d'aparells de mesura tenen diferents sensibilitats i algunes mesures són més difícils que d'altres, les diferents magnituds físiques se solen determinar amb diferents precisions relatives. Després de la formació en el laboratori, hauríem de conèixer les imprecisions relatives típiques amb les quals som capaços de determinar les diferents magnituds físiques. Per exemple, mentre que és relativament fàcil mesurar masses o pressions amb cinc xifres significatives, les diferències de temperatura rarament es poden determinar amb més de dues xifres significatives (figura 4).

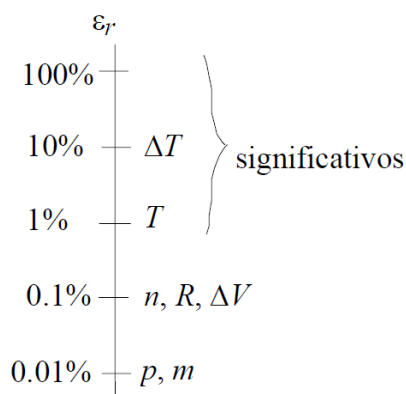


Figura 4. Incerteses relatives típiques d'algunes magnituds físiques.

4.4. Bon ús i limitacions dels criteris d'error

En les pàgines anteriors s'han resumit els criteris més estesos en la presentació de dades experimentals. Caldria fer èmfasi en el bon ús d'aquests criteris i en les limitacions a què estan subjectes. Comencem amb el bon ús: tal com ja s'ha exposat, quan es mesura una magnitud el que en realitat tenim és una col·lecció de dades que s'han de presentar proporcionant un valor central i una estimació de la dispersió dels valors, que sol ser la desviació estàndard. Per a considerar-la una estimació acceptable, és preferible disposar d'almenys 10 dades. Ara bé, hi ha mesures en què l'error de sensibilitat és superior al de dispersió estàndard o a qualsevol altre que es vulga emprar. Per exemple, si es mesura l'amplària d'un paper A4 amb un regle de

30 cm graduat en mil·límetres, és absurd realitzar 10 mesures que, preses amb cura, seran pràcticament idèntiques. És suficient prendre una mesura i assignar-li l'error de sensibilitat. Un cas diferent seria si amb el mateix regle volguérem mesurar les dimensions de l'habitació. Es deixa, doncs, al bon judici de l'alumne l'assignació de l'error en cada cas.

En la presa de mesures es poden cometre equivocacions de diferent índole que donen lloc a alguna dada errònia. Aquesta dada "sospitosa" es pot identificar seguint el següent criteri: el que aparega fora de l'interval $[\bar{x} - 3\varepsilon(\bar{x}), \bar{x} + 3\varepsilon(\bar{x})]$. La probabilitat que una dada quede fora d'aquest interval és del 0,3% (suposant que la distribució de les nostres mesures siga de tipus gaussià). Per tant, si tenim per exemple 60 dades, només 0,18 dades poden estar fora. Si n'apareixen una o dues, la seua eliminació està justificada (es procediria a recalculer la mitjana i la desviació sense la dada equivocada). Aquest criteri és vàlid sempre que el nombre de dades no siga excessivament gran (per exemple, el 0,3% de $N = 1000$ suposa 3 dades que poden estar raonablement fora de l'interval de semiamplitud 3ε i que no serien negligibles).

Seguim amb les limitacions. Hem dit que la distribució dels errors casuals tendeix a la distribució gaussiana o normal. Tal distribució és ideal, i en la pràctica es disposa de poques dades reals que rarament es distribueixen «normalment». O no mai. Per exemple, en mesures obtingudes mitjançant el comptatge de successos l'error segueix la distribució de Poisson, que dóna més pes a la cua de la distribució. Altres vegades les desviacions de la distribució normal no es comprenen tan bé. És el cas de l'aparició de punts poc probables (fora de l'interval de semiamplitud màxima 3ε) amb més freqüència de l'esperada. En tal cas, el model gaussià no és bo i cal recórrer a alternatives com ara *l'estadística robusta*.

Finalment, una limitació important és imposada a voltes per la naturalesa pròpia de l'experiment o per la limitació de temps. Si l'experiment, per les seues característiques, només pot repetir-se una o unes poques vegades en un temps raonable, hauran de seguir-se criteris no estadístics per a l'estimació de l'error de la mesura.

4.5. Interpolació

És freqüent que es necessite obtenir valors d'una magnitud q a partir de taules numèriques (de simple entrada) que recullen la seua dependència amb una variable independent. El nostre objectiu és determinar el valor de q per a un valor de $x \pm \varepsilon(x)$. Si x no és un dels valors de la taula, es comença per trobar aquells valors tabulats x_1 i x_2 entre els quals es troba x . Així doncs, si $x_1 < x < x_2$, la taula presentarà la forma de la taula 4. Considerant que per a l'interval $x_1 < x < x_2$ la relació $q = f(x)$ és aproximadament lineal, podem determinar q en funció de x com

$$q = q_1 + \frac{q_2 - q_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \quad [5]$$

i la incertesa aproximada de q és

$$\varepsilon(q) = \left| \frac{q_2 - q_1}{x_2 - x_1} \right| \varepsilon(x) \quad [6]$$

Taula 4. Taula de simple entrada.

	x			
	...	x_1	x_2	...
q	...	q_1	q_2	...

Si x és un dels valors presentats en la taula, llavors el corresponent valor de q es pot llegir directament en la taula i la seua imprecisió s'estima de nou amb l'eq. [6]. És a dir, si anomenem $x = x_1$ hem de fixar-nos també en el valor següent en la taula, x_2 , i observar que el valor x d'interès està afectat d'una incertesa $\varepsilon(x)$ de manera que no és exactament x_1 . De la mateixa manera el valor de q que llegim a partir de la taula no és exactament q_1 sinó $q_1 \pm \varepsilon(q)$.

També cal comprendre que, igual que x està afectat d'imprecisió, la taula en la qual estem interpolant arreplega valors que també tenen les seues incerteses, encara que sovint no apareguen explícitament en la taula. Si no hi apareixen haurem d'entendre que els valors de la taula s'arrepleguen amb les xifres que són significatives experimentalment i que la incertesa dels valors de la taula afecta la seua última xifra. Si $\varepsilon(x)$ és molt petit, podria ocórrer que en aplicar l'eq. [6] obtinguérem un valor de $\varepsilon(q)$ menor que la incertesa dels valors de la taula. En aquest cas s'ha d'assignar al valor de q interpolat la mateixa imprecisió que els valors de q tabulats, ja que un valor de q interpolat a partir de mesures tabulades no pot ser més precís que aquestes mesures.

5. Ajust per mínims quadrats

5.1. Ajust lineal

És freqüent que la relació entre dues magnituds físiques, x i y , siga lineal i, per tant, que la representació de les seues mesures done com a resultat una distribució de punts experimentals aproximadament rectilínia. Per a determinar aquesta relació lineal entre les magnituds físiques, hem de deduir l'equació de la línia recta que millor s'ajusta a tots els punts experimentals. Suposem que hem realitzat un experiment i hem mesurat N parells de valors experimentals (x_i, y_i) i que cerquem els valors del pendent A i l'ordenada en l'origen B , juntament amb les seues incerteses, d'una recta

$$y = Ax + B \quad [7]$$

tal que els punts experimentals queden tan propers a aquesta com siga possible, és a dir, tal que la suma de distàncies a la recta

$$S(A, B) = \sum_{i=1}^N [y_i - (Ax_i + B)]^2 \quad [8]$$

siga mínima. Derivant S respecte a A i B i aplicant la condició de mínim s'obté que

$$A = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{x^2 - \bar{x}^2} \quad B = \bar{y} - A\bar{x} \quad [9]$$

on $\bar{x} \equiv (1/N) \sum_{i=1}^N x_i$, $\bar{y} \equiv (1/N) \sum_{i=1}^N y_i$, $\overline{xy} \equiv (1/N) \sum_{i=1}^N x_i y_i$ i $x^2 \equiv (1/N) \sum_{i=1}^N x_i^2$.

La segona de les equacions [9] és molt important, perquè ens diu que la recta de regressió sempre ha de passar pel centre (\bar{x}, \bar{y}) de la distribució de dades experimentals (figura 5a).

En algunes ocasions, a especificar explícitament en el guió de pràctiques, pot convenir d'imposar que la recta de regressió passe per l'origen de coordenades, $B = 0$. En aquests casos l'anàlisi de regressió és diferent i, per exemple, el pendent és $A = \overline{xy} / \overline{x^2}$.

El més important a l'hora de fer un ajust per mínims quadrats a una recta de regressió és assegurar-nos que les dades experimentals mostren, en efecte, una distribució lineal en l'interval de mesures en què es realitza l'ajust. Les figures 5b i 5c il·lustren alguns exemples d'ajustos erronis.

Les incerteses estadístiques d' A i B les donen les expressions

$$\epsilon(A) = |A| \sqrt{\frac{1}{N-2} \left(\frac{1}{r^2} - 1 \right)} \quad \epsilon(B) = \sqrt{x^2} \epsilon(A) \quad [10]$$

on

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sqrt{(x^2 - \bar{x}^2)(y^2 - \bar{y}^2)}} \quad [11]$$

és el *coeficient de correlació* i $y^2 \equiv (1/N) \sum_{i=1}^N y_i^2$. Aquest coeficient ens diu si la recta de regressió és una bona descripció estadística del núvol de punts. El seu valor està comprès

entre ± 1 . Com més lluny es trobe del zero, i per tant més pròxim a 1 en valor absolut, millor serà l'ajust.

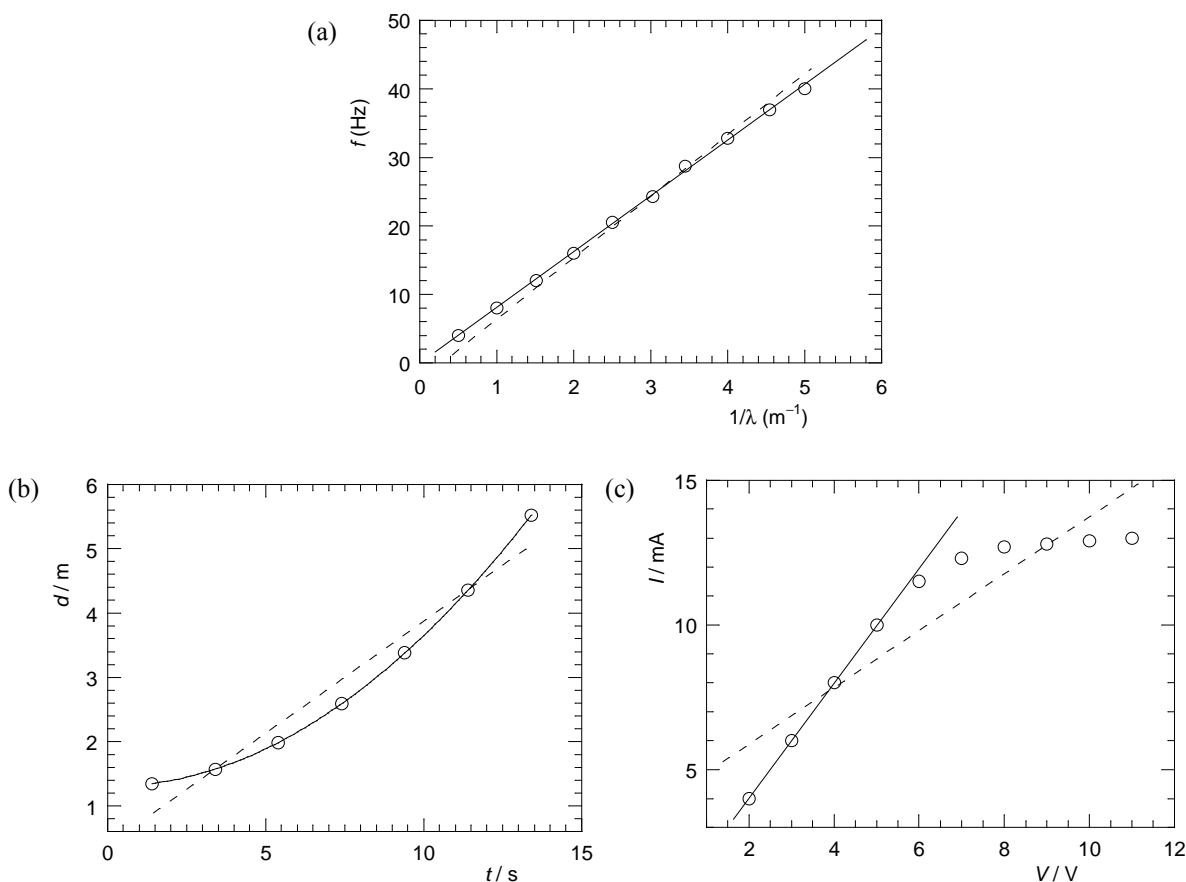


Figura 5. La línia contínua representa un ajust correcte de les dades, la recta discontinua un ajust incorrecte per diferents motius: (a) la recta discontinua no és la que minimitza la suma S de l'equació [8], (b) els punts experimentals no tenen una dependència lineal i no han d'ajustar la recta discontinua, i (c) la relació entre corrent i voltatge és lineal només en l'interval de petits voltatges i no ha de realitzar-se un ajust lineal en un rang que incloga també els voltatges majors.

És molt important comprendre que hi ha dues fonts d'imprecisió d' A i B : (i) la que resulta de la propagació de les imprecisions de les mesures $((x_i, y_i))$ i (ii) l'error estadístic a causa de la dispersió de les mesures respecte al comportament lineal. Les eq. [10] només descriuen aquest últim i, per tant, només haurien d'acceptar-se com a estimacions de les incerteses d' A i B si la dispersió de les mesures és la font d'imprecisió dominant. Encara que hi ha mètodes per a fer una avaluació global de la imprecisió d' A i B , són una mica complicats* i no s'empraran en aquest nivell. D'una manera pràctica, tanmateix, es pot efectuar una anàlisi visual de la gràfica i decidir quina és la principal font d'imprecisió. Per exemple, la gràfica de l'esquerra en la figura 6 mostra un cas típic en què la major font d'error d' A i B és la propagació de les imprecisions de les mesures. Al contrari, en la gràfica de la dreta la major font d'error és la dispersió respecte del comportament lineal. Si ens trobem amb una gràfica com la de l'esquerra, l'estimació de la incertesa d' A i B ha de fer-se traçant sengles rectes que passen pel centre (\bar{x}, \bar{y}) de la distribució i amb pendents tan grans i tan petits com

siga possible, tals que aquestes rectes passen per l'interior dels rectangles d'error. La semidiferència dels pendents d'aquestes rectes pot considerar-se com a estimació de la incertesa d' A . De la mateixa manera, la semidiferència de les ordenades en l'origen d'aquestes dues rectes pot considerar-se com a estimació de la incertesa de B .

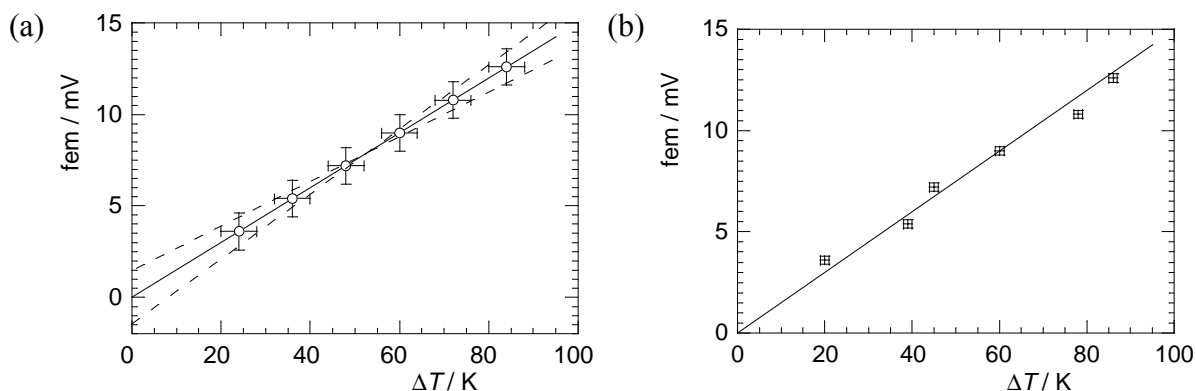


Figura 6. (a) Les incerteses d' A i B són determinades per les incerteses de les mesures. (b) Les incerteses d' A i B són determinades per la dispersió de les mesures respecte de la recta de regressió.

És interessant efectuar els ajustos per mínims quadrats amb detall, la qual cosa ens permetrà comprovar si les dades experimentals obtingudes presenten cap anomalia, si hi ha algun valor incorrecte, si hi ha comportaments no lineals, etc. Per això no és aconsellable introduir les dades en una calculadora i prendre, sense més, els valors d' A i B que la calculadora ens proporcione. Molt més instructiu és efectuar els càlculs «a mà» o mitjançant un full de càlcul o un programa específic de representació gràfica. Això ens permetrà representar en cada cas gràficament la recta resultant sobre les dades experimentals amb la finalitat de poder comparar ambdós resultats i detectar possibles errors.

5.2. Ajust no lineal

Quan les dades experimentals no s'ajusten a una recta, sinó a una funció arbitrària, la determinació de la corba que millor s'ajusta a les dades és més complexa que en el cas de la recta, però el fonament matemàtic és el mateix: es tracta de trobar una corba tal que la seua distància dels punts siga mínima. En alguns casos es pot fer una transformació de variables per obtenir una relació lineal. Per exemple, com que la relació entre pressió i temperatura en una corba d'equilibri entre fases és del tipus $p = C \exp(B/T)$ es pot fer un ajust de les dades (T , p) a aquesta relació no lineal o es pot fer un ajust lineal a les dades ($1/T$, $\ln[p/\text{Pa}]$) que compleixen una relació del tipus $\ln[p/\text{Pa}] = A + B/T$. Avui dia molts programes d'anàlisi gràfica realitzen ajustos no lineals multiparamètrics. Per a utilitzar-los correctament cal tenir en compte que, depenent de la funció que es tracte, del nombre de paràmetres a determinar i del nombre de dades experimentals, la condició de mínim pot tenir diverses solucions. És, per

tant, necessari donar valors inicials dels paràmetres dins d'un interval raonable per a l'experiment de què es tracte.

6. Presentació de gràfiques

La dita popular «una imatge val més que mil paraules» s'aplica també en el camp de la ciència. Els resultats científics s'arrepleguen de manera quantitativa en termes d'expressions matemàtiques, però una bona figura pot contribuir decisivament a la comprensió de les idees que es desitja exposar. La complexitat de la presentació de les figures radica en el fet que es tracta d'una presentació on alhora es requereix una certa tècnica (en el maneig de les aplicacions informàtiques adequades o bé en la seua elaboració manual) i on s'exigeix la precisió i l'exactitud científiques. És a dir, una gràfica no solament ha d'estar ben traçada sinó que a més ha de ser exacta en la informació que presenta.

Com que són les més comunes en els laboratoris de física de primer cicle, ens centrarem en les gràfiques bidimensionals amb dos eixos de coordenades i representació de resultats per mitjà de punts i línies. És important tenir en compte que, si empreu una aplicació informàtica, la responsabilitat que la gràfica produïda s'ajuste a les normes següents és vostra i no de l'ordinador. Les normes bàsiques d'elaboració de gràfiques són:

- *Paper*: mil·limetrat si s'elabora a mà, o blanc sense trama (línies de reixeta) si s'elabora a ordinador.
- *Tinta*: retolador negre de punta fina si s'elabora a mà o color negre en alta resolució si s'elabora amb ordinador. L'ús de colors en gràfiques científiques ha d'estar molt ben justificat.
- *Grandària de la gràfica*: si es fa amb ordinador, una grandària típica del rectangle definit pels eixos podria ser de 8×6 cm. A mà podria ser un 50% major, és a dir, 12×9 cm.
- *Peu de figura*: les figures han de tenir una breu descripció en la seua part inferior, fora de la zona de representació. L'objectiu d'aquest peu de figura és fer la figura *autosuficient* de manera que aquesta pugua comprendre's totalment sense necessitat de recórrer al text principal.
- *Llegenda*: és preferible incorporar la informació dels símbols i traços en el peu de figura i no mostrar llegenda en el seu interior. De la mateixa manera, un altre tipus d'informació com ara els valors de les dades experimentals no ha d'aparèixer a l'interior de la figura.
- *Intervals dels eixos*: l'interval de cada eix de coordenades ha de triar-se de manera que es cobrisca lleugerament per excés l'interval de dades experimentals (incloses les seues imprecisions). És a dir, no han de quedar zones no usades en cap dels eixos,

llevat que per alguna raó siga especialment rellevant incloure l'origen de coordenades o algun altre punt.

- *Divisions dels eixos i marques sobre les divisions:* els intervals dels eixos han de tenir divisions majors i menors. Els espaiats entre les divisions majors han de ser d'1, 2, 5, 10,... unitats. Si l'espaiat és 1 o 10, cada divisió major se subdivideix en 10 divisions menors. Si l'espaiat és 2, en 4 divisions menors. Si l'espaiat és 5, en 5 divisions menors. El nombre total de divisions majors en cada eix ha d'estar entre 3 i 10. Totes o algunes d'aquestes divisions majors es marcaran amb un valor numèric. El nombre total de marques en cada eix ha d'estar entre 2 i 6. En qualsevol cas, el nombre de marques i de divisions s'ha d'escollir de manera que la gràfica resulte nítida i de fàcil lectura. Per exemple, un interval de 16 unitats es pot dividir amb 4 divisions majors a un interval de 4 unitats, amb marques sobre totes elles i quatre subdivisions menors per interval (perquè l'interval entre subdivisions menors siga d'1 unitat). També podríem dividir aquest rang amb 3 subdivisions majors de 5 unitats, amb marques sobre les tres divisions majors, i 16 subdivisions menors d'1 unitat. El que no hem de fer amb aquest rang de 16 unitats és, per exemple, dividir-lo en 10 divisions majors d'1,6 unitats per tal com els intervals entre divisions majors no han de ser fraccionaris.
- *Etiquetes sobre els eixos de coordenades:* en els eixos es representen els valors de les magnituds físiques, i l'eix d'abscisses s'empra habitualment per a la variable independent, i el d'ordenades per a la dependent. Les magnituds han de descriure's correctament, especificant-ne les unitats i els possibles factors emprats. Per exemple, si en un eix es representen valors de pressió en l'interval de 100 a 300 kPa, podem descriure l'eix com a p/kPa o $p(\text{kPa})$ i marcar les divisions com a 100, ..., 300 o descriure l'eix com $10^{-5}p/\text{Pa}$ o $p/10^5 \text{ Pa}$ i marcar les divisions com a 1, ..., 3. Així, la divisió 1 compleix $10^{-5}p/\text{Pa} = 1$ o bé $p/10^5 \text{ Pa} = 1$. Totes les marques (nombres) sobre un mateix eix han d'usar el mateix nombre de xifres decimals.
- *Ús del marc (quatre eixos coordinats):* a fi de facilitar la lectura de dades de la figura és recomanable l'ús d'un marc amb les mateixes divisions en els dos eixos horitzontals i les mateixes divisions en els dos verticals.
- *Punts i quadres d'error:* els punts experimentals han de veure's bé (és a dir, han de ser prou grans) i tindran les seues barres d'error en ambdues direccions. A més, les dades (x, y) del punt no han d'aparèixer ni sobre el punt ni en els eixos. La grandària dels símbols ha de ser proporcional respecte a la grandària de la figura i de les xifres que marquen les divisions dels eixos.
- *Línies:* les corbes traçades sobre els punts han de ser suaus, no trencades. No han d'aparèixer més línies que les corresponents a ajustos (com a regressió lineal) o les corbes suaus traçades per guiar a la vista i observar millor el comportament de les dades, però no línies dels eixos als punts.

Com a primer exemple, la figura 7 mostra dues representacions gràfiques de les mateixes dades experimentals. La gràfica (a) és incorrecta, mentre que la (b) segueix les pautes descrites anteriorment. Si ens hi fixem una mica trobarem els següents errors: la figura no té peu, de manera que no se'n pot comprendre el contingut. L'eix d'ordenades no està ben aprofitat i fa que més de la meitat de la gràfica estiga en blanc. El descriptor de la magnitud representada en aquest eix hauria de llegir-se de baix cap amunt. El descriptor de la magnitud representada en l'eix d'abscisses és incomplet i ambigu. Els símbols són tan petits que quasi no es diferencien. Els intervals d'error no hi havien estat representats. L'ús del marc en la figura de la dreta fa més fàcil la lectura de dades de la gràfica. Les línies no han de ser trencades sinó suaus.

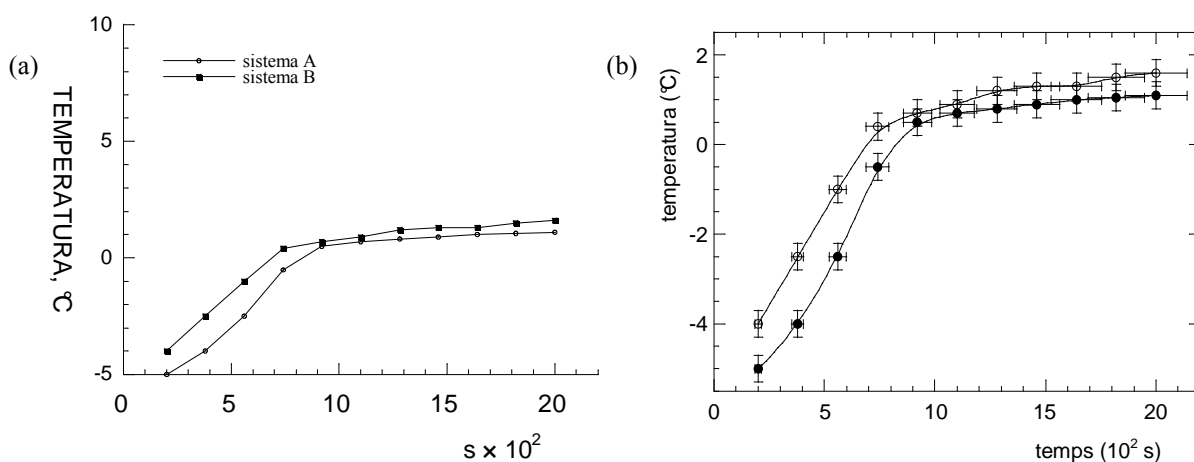
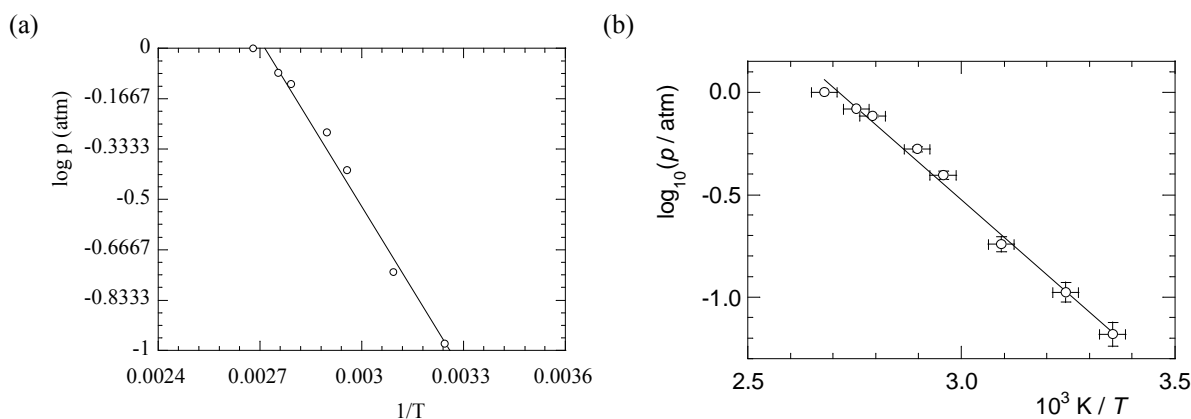


Figura 7. Variació temporal de la temperatura dels sistemes A () i B (o) durant els primers trenta minuts de contacte tèrmic amb el sistema C.

La figura 8 il·lustra un altre tipus de dificultats. Com abans, la gràfica incorrecta és la de l'esquerra, i la correcta la de la dreta. Els problemes que presenta la gràfica de l'esquerra són: el peu de figura no és suficientment informatiu. Falten les unitats en l'eix d'abscisses. Les unitats de l'eix d'ordenades no estan bé expressades, perquè «atm» no és la unitat de «log10p». Els símbols de *p* i *T* han d'estar en cursiva. Les divisions dels eixos són de difícil lectura i tenen un nombre diferent de xifres significatives.



Calor de vaporització de la substància X.

Figura 8. Variació de la pressió de vapor de la substància X amb la temperatura. La calor de vaporització es pot determinar a partir del pendent de l'ajust lineal (recta en traç discontinu) de les dades experimentals (\square).

7. Memòria d'una pràctica

Un text científic, com ara la presentació dels resultats d'una pràctica, l'avaluació experimental d'un sistema, o un treball de control de qualitat, va més enllà d'una relació o llista de manipulacions efectuades en el laboratori. La finalitat de l'activitat experimental no es limita a traçar un seguit de gràfiques i a donar valors a certes magnituds. El que se cerca són característiques genèriques, connexions entre fenòmens i relacions entre magnituds físiques. Els treballs pràctics estan sempre seguits d'un procés de reflexió i d'elaboració en el qual ordenem els resultats de les diverses experiències, les idees i les interpretacions fins a arribar a una visió global coherent.

Quan el treball experimental està acabat cal interpretar-lo, comprendre'l i transmetre'l, per compartir les nostres conclusions amb altres persones. En l'organització del treball escrit és molt habitual que l'autor tinga la temptació de presentar els seus resultats en un ordre cronològic, tal com els ha anat obtenint. Això ens porta a l'estructura usual d'un informe: motivació, cos del treball, conclusions. No obstant això, perquè el document escrit arribi de manera adequada al públic cal trencar en certa mesura aquesta cronologia. Tot document ha d'estar elaborat per ressaltar allò que més interessarà al lector, de manera que ens n'asseguem l'atenció. Per a poder destacar el més rellevant trencant l'ordre cronològic usual és convenient incloure en tot informe un resum inicial. Si el resum capta adequadament l'atenció del lector, aquest no dubtarà a llegir la memòria completa amb la intenció d'entendre els detalls del treball, i potser arribarà a les seues pròpies conclusions.

De manera general, una memòria té les següents seccions:

- *Portada*: les memòries tindran una portada que especifica el nom i número de la pràctica, els noms dels autors, el subgrup, el professor i el curs.

- *Resum*: el resum sol incloure dues parts, un petit pròleg i el resum pròpiament dit. El pròleg situa breument el tema sobre el qual es tractarà i, de manera succinta (unes poques línies), descriu els objectius que es pretenen cobrir; no es tracta d'explicar la pràctica sinó de dir simplement què es pretén mesurar o quina llei es vol estudiar juntament amb una motivació de l'interès. A continuació es ressalta el treball realitzat destacant-ne els assoliments principals.
- *Introducció*: s'ha de descriure el fenomen que es vol estudiar en la pràctica. S'han de presentar aquelles expressions o idees que es volen analitzar experimentalment, aportant-ne referències bibliogràfiques adequades. Per exemple, si volem estudiar la llei d'Ohm en un circuit elèctric no cal deduir la llei d'Ohm, sinó simplement presentar-la i explicar de quina manera es pot estudiar: mesurant diferències de potencial i intensitats, o intensitats i resistències, etc. No es tracta de copiar el que diu un llibre o el guió de pràctiques, sinó d'explicar el fenomen que s'estudiarà amb les vostres pròpies paraules. S'ha d'evitar copiar llargues introduccions teòriques dels llibres i ha de comprendre's tot el que s'incloga.
- *Mètode experimental*: es detallarà el procediment experimental, explicant com s'utilitza cada aparell rellevant, així com les seues característiques més destacades. S'hi indicaran de manera explícita les sensibilitats dels aparells.
- *Resultats i discussió*: es presentaran les mesures realitzades i els càlculs que escaiga fer-hi. Els resultats s'han de presentar seguint les normes explicades en aquesta guia. En concret, totes les magnituds han de tenir les seues unitats i l'estimació de la seua incertesa, indicant explícitament com es realitza aquesta estimació. La presentació dels resultats es farà mitjançant taules, gràfics o elements incorporats en el text de manera que hi queden clarament destacats, si bé es preferiran les gràfiques sempre que siga possible. En la discussió cal ser crític amb els resultats: cal interpretar-los, i si en resulta un resultat absurd o desmesurat cal indicar-ho i, si és possible, explicar-ho. Sempre ha d'intentar-se la comparació dels resultats obtinguts amb els resultats arreglats en la bibliografia. Si el resultat obtingut no és compatible, dins del marge d'incertesa, amb els valors de la bibliografia caldrà discutir els possibles errors sistemàtics de la mesura. És a dir, cal ser crític amb la cura que hom ha posat a realitzar les mesures de la manera més correcta possible, i identificar les principals fonts d'error (aleatori i sistemàtic) del mètode experimental i els aparells emprats.
- *Conclusions*: en aquest apartat s'indicarà si s'han complert els objectius marcats al començament de la pràctica explicant per què, així com qualsevol comentari que es considere oportú. Convé evitar que aquest apartat es convertisca en una queixa permanent per la falta de temps o, si escau, el lamentable estat de determinat aparell. Es tracta d'interpretar els resultats en un context ampli.
- *Bibliografia*: s'hi ressenyaran les referències dels llibres dels quals s'han extret les figures, dades, fórmules, text, etc. La manera d'escriure aquestes referències ha de

garantir que qualsevol que les llegeix ha de ser capaç de trobar exactament el material que s'ha emprat de les referències citades.

8. Presentació oral d'una pràctica

La presentació oral d'una pràctica té una doble finalitat. D'una banda, aprofundir en els continguts de la pràctica que s'exposarà, comprenent-ne i explicant-ne tant els aspectes físics com els tècnics. D'altra banda, desenvolupar la capacitat de comunicació oral en l'àmbit científic. Sobre la base d'aquestes dues metes, dividirem aquests consells bàsics per a la presentació oral en dues parts: la que es refereix a la informació que es vol transmetre i la que concerneix la forma de comunicació oral. Per acabar hem afegit uns consells sobre com elaborar les transparències, ja que il·lustrar l'exposició mitjançant la projecció gràfica dels resultats utilitzant un ordinador i un canó de vídeo és la manera més habitual d'exposar els resultats científics. Els consells quant a l'extensió es basen en un temps d'exposició de deu minuts (aproximadament deu transparències).

8.1. Organització de la presentació

Les presentacions, orals o escrites, tenen tres parts: introducció, cos i conclusions.

- *Introducció* (dues transparències): ha d'incloure l'objectiu o idea bàsica (expressada en forma de frase breu) del treball desenvolupat i la seua motivació. A més, es pot captar l'atenció de l'oient utilitzant una «*crida d'atenció*», com ara una pregunta, una analogia o una anècdota que ens acoste al contingut de la pràctica; també és possible canviar el títol de la pràctica per un altre que sembla més adequat. Aquesta «*crida d'atenció*» pot desenvolupar-se posteriorment en el cos de l'exposició o en les conclusions. Una vegada situat el problema a desenvolupar, es dona a l'audiència una idea de com serà l'estructura del cos de l'exposició. Aquest petit esquema es pot utilitzar al llarg de la xarrada perquè l'audiència tinga clar en cada moment de què s'ha parlat i què és el que falta per abordar. Atès que la introducció és el primer que s'exposa, serà la part on més ens poden trair els nervis. L'única manera de superar-los és preparar molt bé la introducció, assajant-la repetidament en veu alta.
- *Cos* (set transparències): inclou la informació bàsica i convé estructurar-la en dues o tres parts, segons com siga la pràctica. En aquesta part el més important és triar adequadament la informació que es vol transmetre, ja que és impossible explicar tots els detalls en el temps de què es disposa. De manera general, cadascuna d'aqueixes parts pot constar al seu torn de dues: una explicant el procediment de mesura i una altra on s'analitzen els resultats obtinguts. En general, en aquesta part de l'exposició els

oients estan més atents i l'orador està més tranquil, sobretot si ha preparat la presentació a consciència i domina el que presenta.

- *Conclusions* (una transparència): tanquen el discurs recollint les idees principals desenvolupades en el cos (a tall de resum). S'ha de deixar clar si s'han complit els objectius indicats en la introducció, o ressaltar si s'ha trobat algun problema en el desenvolupament de la pràctica. Aquesta part de la xarrada és l'últim que sent l'audiència, per la qual cosa té gran importància en el discurs. Un bon final pot recuperar gran part del que hem fet malament en una mala exposició. I, al contrari, un mal final pot desbaratar una bona exposició. No s'ha d'arribar amb presses a les conclusions, i si durant l'exposició preveiem que faltará temps, és recomanable saltar-se part del cos i detenir-se amb calma per ressaltar el principal en la part de les conclusions.

8.2. Comunicació oral

En general, les presentacions orals tenen més impacte que els documents escrits. Permeten una comunicació directa amb l'audiència (ara, els teus companys i el professor; en el futur, la directiva d'una empresa, un tribunal d'oposicions o el públic en general) que, perquè siga efectiva, ha de saber-se gestionar adequadament. El control de l'atenció de l'audiència s'aconsegueix mitjançant diversos mecanismes, entre els quals destaquen els següents:

- Els missatges orals són més directes que els escrits, però la seua durada és limitada (en aquest cas, disposes únicament de deu minuts). És, per tant, impossible detenir-se en els detalls. Per la seua naturalesa, el missatge oral tindrà menys informació que la seua contrapartida escrita. Els detalls es troben ja en el document escrit, i la seua discussió pot aflorar en el torn de preguntes (uns cinc minuts).
- Com que té el temps limitat, l'orador ha de seleccionar allò que vol explicar, i transmetre-ho amb coherència, com si fóra una història amb una introducció, el desenvolupament d'una idea i unes conclusions. La meta és aconseguir guiar l'audiència cap a les conclusions, de manera que les comprega i les valore adequadament.
- Si s'utilitzen transparències per a donar suport a l'exposició, és convenient disposar d'un màxim d'una transparència per minut parlat, incloent-hi el títol i les conclusions. Depenent de l'orador i de la densitat de les transparències elaborades, les deu transparències (màxim) recomanades es transformaran en només set.
- Tota presentació oral guanya força si comença i acaba amb decisió. Si el teu discurs es desenvolupa amb dubtes, la teua audiència també dubtarà. Són aquestes dues parts

(introducció i conclusions) les que més cal treballar des del punt de vista de la comunicació.

- La millor manera de practicar un discurs és, precisament, fer-lo: cerca algú que t'escolte amb paciència i no tinga por de dir-te el que en pensa. Si pertany a l'àmbit de la física podrà jutjar-ne els continguts, mentre que si és una persona aliena a la física es fixarà principalment en la manera de transmetre el missatge. Si vols, pots ajudar el teu discurs amb unes notes on ressaltis els punts més importants de cada transparència, per no oblidar-los, però tingues en compte que a l'hora de l'exposició potser et siga difícil o enutjós consultar-les, llevat que les hages usat en els assajos.
- S'han d'utilitzar recursos de comunicació oral com el contacte visual amb l'audiència, per reafirmar les frases, i els gestos i canvis en el to de veu, per ressaltar els punts principals i els canvis de tema. A més, convé assajar diverses vegades el discurs abans de l'exposició final per evitar «tics orals» com ara mmmmm, ahhhh, ehhhh,...

8.3 Transparències

En general, en l'elaboració de les transparències hi ha una forta tendència a recarregar-les de dades que després no dona temps a explicar. Pensa en la informació que vols transmetre en la transparència i estructura-la, identificant clarament els diferents missatges o idees que vols transmetre a la teua audiència. Cada missatge o idea requereix normalment un element visual independent. Hi haurà un màxim de quatre idees en una transparència (el normal és introduir-ne només dues). Pensa que hem calculat un minut per transparència; 15 segons per idea és realment poc.

La transparència ha d'incloure únicament allò de què realment es parlarà. Les imatges o el text que no estiguen directament relacionats amb el discurs s'han d'eliminar. Constitueixen el que es coneix com a «soroll visual», i la seua única utilitat és desviar innecessàriament l'atenció de l'audiència. No serveix per a res que «quede bonic» si no il·lustra una idea que es desitja comentar.

Els elements visuals de la transparència han de ressaltar el llenguatge oral i no competir-hi mostrant un missatge complementari. Han d'oferir elements en què recolzar el nostre discurs. Això s'aconsegueix utilitzant molt poc text, i aquest ha de ser redundant, és a dir, ha de transmetre el mateix missatge que intentem comunicar oralment. En el text escrit, per tant, s'utilitzaran només frases curtes o paraules que transmeten les idees bàsiques. Les frases elaborades les deixarem per recalcar aquestes idees amb el llenguatge oral. El desafiament consisteix a mostrar visualment la informació sense ambigüitats, però utilitzant tan poc de text com siga possible.

Les gràfiques no parlen per elles mateixes. Un comentari a una gràfica no pot despatxar-se amb un «en la gràfica es representen les dades» i canviar a un altre tema. Han de

descriure's detalladament, indicant el que representen els eixos d'ordenades i abscisses i les conclusions principals que s'obtenen.

Ha d'evitar-se l'ús de taules, substituir-les per gràfiques sempre que siga possible. En cas que en siga inevitable l'ús, no han d'estar recarregades d'informació, i aquesta ha d'estar ordenada seguint algun criteri lògic que en facilite la comprensió.

Finalment cal ressaltar que l'actitud durant l'exposició és important. S'ha de parlar esmentant a tres aspectes simultàniament: el que es diu, com es diu i com es presenta (tant mitjançant el llenguatge corporal com mitjançant les transparències). Una actitud que demostre interès per la informació presentada i interès per explicar-la ajuda a establir una relació més directa amb l'audiència i a ser més natural.

Agraïments i autoria

Aquesta guia és un material didàctic elaborat en el projecte «Grup Interdepartamental per a l'Elaboració d'una Guia Bàsica de Laboratoris» del Programa d'Innovació Educativa «Finestra Oberta» de la Universitat de València, coordinat per Ana Cros Stötter. Els següents autors han contribuït a la redacció d'aquest treball: Jose Antonio Manzanares Andreu, María Amparo Gilabert Navarro, Salvador Mafé Matoses, Chantal Ferrer Roca, Domingo Martínez García, Ana Cros Stötter, Facundo Ballester Pallarés, Genaro Saavedra Tortosa, Pedro González Marhuenda, Luis I. Muñoz Camúñez, Rafael Tornero i Enric Valor.

Lectures recomanades

Es pot aprofundir sobre alguns dels temes tractats en aquesta guia amb els següents textos.

- TAYLOR J. R. (1997). *An Introduction to Error Analysis*, 2a ed. Sausalito (CA): University Science Books.
- SQUIRES G. L. (1985). *Practical Physics*, 3a ed. Cambridge: Cambridge UP.
- JOINT COMMITTEE FOR GUIDES IN METROLOGY (2009). *Evaluation of Measurement Data. An Introduction to the “Guide to the Expressions of Uncertainty in Measurement” and Related Documents*, www.bipm.org/en/publications/guides/gum.html.

Esta guia és una adaptació de la “Guia de laboratorio para las asignaturas de Técnicas Experimentales del primer ciclo de la Licenciatura en Física” ISBN: 978-84-693-4574-0